Н. В. КАШИН

КУРС ФИЗИКИ

ТОМ II

ВЫСШАЯ ШКОЛА
МОСКВА – 1963

Н. В. КАШИН

КУРС ФИЗИКИ

ТОМ II

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Четвертое издание, стереотипное переработанное и дополненное, под редакцией Н. П. Суворова

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для высших технических учебных заведений



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЫСШАЯ ШКОЛА»
Москва — 1963

ОТ РЕДАКТОРА

Курс физики, включающий в себя разделы по электричеству и магнетизму, колебаниям и волнам, предназначен для высших технических учебных заведений разных специальностей. Рукопись была подготовлена одним из основателей отечественной методики физики профессором Николаем Владимировичем Кашиным незадолго до смерти (1959 г.). Однако в дальнейшем понадобилось ее перестроить и дополнить в соответствии с новой программой (1961 г.) курса физики Министерства высшего и среднего специального образования СССР. Сейчас книга по объему знаний полностью отвечает этой программе.

В расположении учебного материала допущены следующие отступления от программы:

1. Величина напряженности магнитного поля встречается в программе только в последней теме всего раздела «Электричество и магнетизм», что вызывает немалые затруднения. Поэтому в тексте курса глава X «Магнитное поле» поставлена, как это и было у автора, перед главой XI «Электромагнитные процессы». Таким образом, уже в начале раздела «Электромагнетизм» введены все основные характеристики магнитного поля, которые потребуются в дальнейшем. В соответствии с программой закон Ампера о взаимодействии токов предшествует закону Био — Савара — Лапласа.

2. В разделе электромагнитных колебаний сначала излагаются сведения о переменном токе, а затем осуществлен переход к колебаниям. Так было у автора, и не усматривается методических оснований к обмену местами этих двух частей раздела.

В остальном текст автора расположен по программе и дополнен мною сведениями, которые у автора отсутствовали, но требуются программой.

Н. П. Суворов

ЧАСТЬ III

Электричество и магнетизм

Введение

Учение об электричестве и магнетизме находится в физике после учения о молекулярном тепловом движении, так как оно относится к форме движения материи, которая наблюдается у частичек, составляющих молекулы и атомы (электроны, протоны). Мы постоянно наблюдаем переходы этой формы движения материи в другие — тепловую, механическую, световую и т. п. И, наоборот, все физические формы движения материи могут переходить в электрическую: достаточно вспомнить электрические генераторы, в которых механическое движение превращается в электрический ток; электродвигатели, в которых электрический ток преобразуется в механическое движение; термоэлектрогенераторы, превращающие тепловую форму движения в электрическую; фотоэлементы, превращающие световую форму движения в электрическую и т. д.

Учение об электричестве, как особый раздел физики, развилось позднее механики. Начало научного изучения электрических явлений надо отнести к 1600 г., когда английский врач Гильберт написал книгу «О магните и магнитных телах», в которой он собрал все, что было известно об электричестве и магнетизме до него, и присоединил к этому свои наблюдения. Но только после того, как Вольта (1800), Ампер (1820) и Фарадей (1831) открыли способы получения электрического тока, этот отдел физики получил такое огромное значение в науке, которому соответствует всеобщее распространение бесчисленных применений электричества в технике и в жизни.

К. Маркс в письме к Ф. Энгельсу в 1882 г. писал: «Что скажешь ты об опыте Депре на Мюнхенской электрической выставке? Уже около года Лонге обещал мне достать работы Депре (специально для доказательства, что электричество допускает передачу силы на большое расстояние при посредстве простой телеграфной проволоки)». А через три месяца, в феврале 1883 г., Ф. Энгельс в письме к Э. Бернштейну с удивительным пред-

видением раскрыл промышленное и социальное значение электричества: «... это колоссальная революция. Паровая машина научила нас превращать тепло в механическое движение, но использование электричества откроет нам путь к тому, чтобы превращать все виды энергии — теплоту, механическое движение, электричество, магнетизм, свет — одну в другую и обратно и применять их в промышленности. Круг завершен. Новейшее открытие Депре, состоящее в том, что электрический ток очень высокого напряжения при сравнительно малой потере энергии можно передавать по простому телеграфному проводу на такие расстояния, о каких до сих пор и мечтать не смели, и использовать в конечном пункте,— дело это еще только в зародыше, — это открытие окончательно освобождает промышленность почти от всяких границ, полагаемых местными условиями, делает возможным использование также и самой отдаленной водяной энергии, и если вначале оно будет полезно только для городов, то в конце концов оно станет самым мощным рычагом для устранения противоположности между городом и деревней».

Вопрос об электрификации России был поднят В. И. Лениным в 1918 г. В письме в Академию наук он предложил создать ряд комиссий из специалистов для разработки плана реорганизации промышленности России. Он писал: «В этот план должно входить: рациональное размещение промышленности в России с точки зрения близости сырья и возможности наименьшей потери труда при переходе от обработки сырья ко всем последовательным стадиям обработки полуфабрикатов, вплоть до получения готового продукта.

Рациональное, с точки зрения новейшей наиболее крупной промышленности и особенно трестов, слияние и сосредоточение производства в немногих крупнейших предприятиях.

Наибольшее обеспечение теперешней Российской Советской Республике... возможности самостоятельно снабдить себя всеми главнейшими видами сырья и промышленности.

Обращение особого внимания на электрификацию промышленности и транспорта и применение электричества к земледелию. Использование непервоклассных сортов топлива (торф, уголь худших сортов) для получения электрической энергии с наименьшими затратами на добычу и перевоз горючего.

Водные силы и ветряные двигатели вообще и в применении к земледелию».

Вскоре после этого письма была организована под председательством Г. М. Кржижановского «Государственная комиссия по электрификации России» (ГОЭЛРО), которая в 1920 г. разработала план электрификации как основной базы народнохозяйственного развития страны. По этому плану предполагалась постройка 30 районных электростанций (20 тепловых и 10 на воде) общей мощностью до $1750 \cdot 10^3$ *квт*.

Однако уже в 1928 г. мощность электростанций в СССР достигла $1870 \cdot 10^3$ *квт* и выработка электроэнергии была доведена до $5000 \cdot 10^3$ *квт · ч*.

Несмотря на огромные разрушения второй мировой войны, уже в 1951 г. выработка электроэнергии достигла $104 \cdot 10^9$ *квт · ч* — больше, чем в Англии и Франции, вместе взятых.

В 1953 г. электростанции Советского Союза выработали $133 \cdot 10^9$ *квт · ч* электроэнергии.

В настоящее время вся наша страна покрыта сетью мощных электростанций, работающих на торфе, угле, нефти, а также использующих энергию рек. Ток этих электростанций обеспечивает работу промышленных предприятий, сельского хозяйства и транспорта, а также всесторонне вошел в быт для освещения жилищ, телефона, радио и т. д.

Все эти технические и бытовые применения электричества сделались возможными в результате того, что была очень глубоко изучена природа электрических явлений и построена теория электромагнетизма.

В знаменитом труде Гильберта впервые появляются термины «электричество», «электризация», что собственно значит «сообщение свойств янтаря» от греческого слова «электрон» — янтарь. Именно на янтаре философ Фалес Милетский за 2500 лет до нашего времени заметил те свойства, которые через две с лишком тысячи лет подробно изучил Гильберт и его ближайшие последователи. Из них мы отметим англичанина Грея, который различил проводники и непроводники электричества (1729), и француза Дюфе, который доказал, что есть только два рода электричества (1739); Франклин предложил называть их «положительное и отрицательное» (1747), обосновывая эти названия способностью их нейтрализовать друг друга.

Франклин развил первую теорию электричества как особой субстанции — электрической невесомой жидкости, избыток или недостаток которой в телах обусловливает их положительную или отрицательную электризацию. Эту же точку зрения отстаивал профессор Петербургской Академии наук Эпинус.

Франклин и одновременно с ним М. В. Ломоносов производили замечательные опыты по атмосферному электричеству (1752—1753), доказавшие электрическую природу молний; известно, что участник таких опытов петербургский профессор Рихман был убит молнией 26 июля 1753 г.

Англичанин Симмер предложил теорию (1759), по которой предусматривалось существование двух электрических невесомых жидкостей, соответствующих положительному и отрицательному электричеству; явление электризации по Симмеру состоит в разделении этих жидкостей; если же в теле находятся та и другая жидкость в равных количествах, то тело кажется нам незаряженным, нейтральным.

Во второй половине XIX в. в связи с общим ростом техники имело место огромное и плодотворное развитие электрической теории и электротехники на основе творений Ампера (1821), Фарадея (1831), Максвелла (1873) и Герца (1888).

Все эти экспериментальные и теоретические исследования были посвящены, главным образом, электромагнитному полю и свойствам среды, в которой происходят электрические явления, а не самому электричеству как особой субстанции — источнику поля.

Лишь в самом конце XIX в. изучение токов в растворах и в газах и знаменитые опыты Дж. Дж. Томсона (1897—1900) и его учеников по выделению электрона подвели исследователей вплотную к проблеме природы электричества и выяснили ту поистине основную роль, которую электрический заряд играет в природе.

Современная физика считает, что «электричество» состоит из объективно существующих в природе элементарных электрических зарядов. Величина мельчайшего электрического заряда равна

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ к = 4{,}80 \cdot 10^{-10}\ \text{СГСЭ}.$$

Элементарные отрицательные заряды называются *электронами*. Масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-28}$ *г*. Частицы, несущие такие же по величине положительные заряды, называются *протонами*, но масса протона в 1836 раз больше массы электрона:

$$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-24}\ г;\ m_p = 1836\ m_e.$$

В 1932 г. открыта частица такой же массы, как электрон, но имеющая положительный заряд. Это так называемый *позитрон*. В том же году открыта элементарная частица, не несущая заряда,— *нейтрон*; масса нейтрона немного больше массы протона. В 1937 г. обнаружены частицы с массой, большей массы электрона, но меньше массы протона, — *мезоны* (как несущие положительный или отрицательный элементарный заряд, так и нейтральные). В 1954 г. открыты *гипероны* — элементарные частицы с массой больше массы нейтрона. В 1955 г. были получены *антипротоны* — частицы с массой протона, но с отрицательным элементарным зарядом, а в 1956 г. установлено существование *антинейтронов*. За последние годы физики усиленно занимаются получением все новых и новых элементарных частиц и античастиц и изучением их взаимных превращений.

В настоящее время известно очень большое число элементарных частиц: и стабильных, и крайне неустойчивых (с временем жизни 10^{-10} *сек* и еще меньше), с самыми разнообразными массами: от близкой к нулю (*нейтрино*) до 2580 m_e (каскадный гиперон), но все частицы имеют элементарный заряд или $+e$, или $-e$, или нуль.

Это позволяет утверждать атомистичность электрического заряда.

На основе атомистичности заряда сформулирован закон сохранения заряда: *при всех процессах электризации тел алгебраическая сумма зарядов остается неизменной.* Это положение сохраняет свою силу для явлений, изучавшихся в классической физике. Быстрое развитие атомной и ядерной физики привело к обнаружению взаимных превращений элементарных частиц, рождения и аннигиляции электронно-позитронных пар (с образованием беззарядных фотонов), размножения частиц при соударениях. Установленное современной физикой наличие у электрона двойственности свойств: частицы и волны указывает на необходимость более широкого синтеза развивающейся физической теории, особенно в новых областях — квантовой электродинамике, ядерной физике и теории элементарных частиц.

А. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

§ 1. Понятие об электрическом поле

Экспериментальное изучение явлений электрического тока устанавливает ряд основных понятий и закономерностей, обзор которых целесообразно сделать в самом начале.

Во всяких установках, в которых используется постоянный электрический ток (электрический звонок, освещение, телефон, трамвай и т. д.), существует *электрическая цепь*, т. е. соединение проводников, образующее замкнутый контур. В состав цепи входят: 1) источник тока, 2) соединительные провода, 3) приемники (например, звонок, лампа); в них ток совершает ту работу, для которой построена цепь.

Всякий источник постоянного тока (гальванический элемент, аккумулятор, генератор постоянного тока и т. д.) имеет два полюса — положительный и отрицательный; эти полюсы при помощи соответствующих зажимов соединяются с проводами цепи.

На рис. 1 схематически изображена цепь, в которую введены источник $\mathscr{E}$ и ряд приемников; при замыкании рубильника K наблюдаются разнообразные явления: вращение якоря мотора M, нагревание и свечение нити ламп накаливания L, действие электромагнита B, разложение в ванне A подкисленной воды, действие звонка F, отклонение магнитной стрелки NS. Как только разомкнем цепь при помощи рубильника K, все эти явления исчезают. Сущность их заключается в преобразовании энергии электрического тока в другие виды энергии. Поэтому все эти действия тока — химическое, механическое, тепловое, магнитное — могут служить признаками тока.

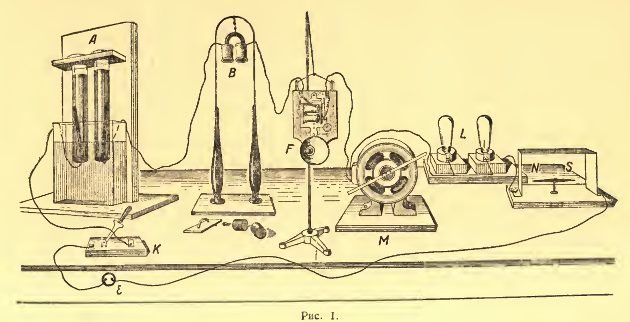


Рис. 1.

Среди этих признаков один имеет особое значение: не может быть электрического тока без сопровождающих его магнитных явлений, поэтому электрический ток представляет собой электромагнитный процесс.

Разнообразные приборы, позволяющие наблюдать и количественно характеризовать явления электрического тока — гальванометры, амперметры, вольтметры — строятся так, что ток в них осуществляет магнитные или тепловые действия. Большинство этих приборов имеет стрелку, механическое движение которой происходит вследствие взаимодействия тока и магнита.

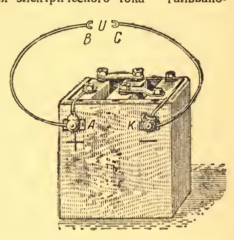


Рис. 2.

В источнике тока мы полагаем причину возникновения и поддержания кинетического процесса в цепи, которому Ампер* дал название «ток» по аналогии с течением жидкости в трубе или канале (1820). Эту причину тока мы представляем себе так: на полюсах A и K разомкнутого источника, например, аккумулятора (рис. 2) или элемента (вследствие затраты энергии внутри его) появляется электрическое напряжение, которое мы будем называть разностью потенциалов (обозначение U). Этим термином, точное значение которого будет в дальнейшем установлено, отмечаем то обстоятельство, что в непроводнике, разделяющем полюсы B и C, имеется электрическое поле, обладающее некоторым запасом потенциальной энергии, который может быть обнаружен в процессе электрического тока, если концы проводов B и C замкнем, например, присоединим к клеммам электрическую лампочку; тогда в образовавшейся замкнутой цепи, в которой ток совершает работу, лампочка будет светиться.

Пока концы проводов B и C, соединенные с полюсами A и K, разделены непроводником (например, воздухом), цепь разомкнута и тока нет; но разность потенциалов между B и C обусловливает особое состояние материальной среды между ними: в ней существует электрическое поле, в котором действуют силы (взаимодействия электрических зарядов). Электрическое поле является особой

---

* Андре Мари Ампер (1775—1836) — французский физик и математик, один из основоположников электродинамики.

материальной средой, своеобразно взаимодействующей с веществом (частицами, телами).

Кроме электрического поля, существуют и другие поля: магнитное, гравитационное — все эти поля являются особыми формами материи, которые мы познаем по действующим в них силам. Так, электрическое поле мы обнаруживаем и изучаем по его действию на находящиеся в разных его точках заряды.

Различные поля и разные вещества представляют собою две основные формы материи — поле и вещество. С ними связано понятие *вакуума* (пустота). *Вакуумом называют пространство, лишенное вещества.* Это не значит, что вакуум не материален. В вакууме всегда существует какое-нибудь поле, например, гравитационное, а поле есть одна из форм материи*.

Весьма разнообразными способами можно обнаружить существование электрического поля и силы, в нем действующие. Рассмотрим некоторые из этих способов.

1. Возьмем источник электричества, который дает большую разность потенциалов, чем аккумулятор, например, электростатическую машину с трением или более сложного устройства. Полюсы ее A и K соединяем с шариками B и C (рис. 3), погруженными в вазелиновое масло (диэлектрик), в котором беспорядочно насыпаны мелкие частицы хинина или асбеста, зерна манной крупы или кристаллы гипса; когда приведем в действие машину и шарики B и C зарядятся (положительно или отрицательно), в среде, которая их разделяет, образуется электрическое поле. Под действием сил поля частички придут в порядок, расположившись цепочками между B и C. Картина получается подобная той, которую можно наблюдать в расположении железных опилок между полюсами магнитов (рис. 4); опилки располагаются по линиям сил магнитного поля, частички хинина — по линиям сил электрического поля. Эти линии принято называть *силовыми линиями* электрического или магнитного поля. Если соединить проводником (например, металлической проволокой) шарики B и C, то в замкнутой таким образом цепи будет идти ток, а поле исчезнет.

2. Этот же опыт можно выполнить иначе. Расположим на стеклянной пластинке две металлические пластинки (рис. 5), например, наклеим две полоски станиоля B и C. Соединив эти пластинки с полюсами машины и образовав между ними поле, посыплем сверху мелкий порошок гипса; частички гипса сейчас же своим расположением обнаружат линии сил в поле. Заметим, что линии сил между такими параллельными пластинками идут почти параллельно, поле между ними однородно. Если одну из пластинок за-

* В молекулярной физике вакуумом называют такое разреженное состояние газа или пара, когда почти прекращаются столкновения между частицами. В учении об электричестве и магнетизме вакуум — пространство, лишенное частиц вещества.

менить шариком или кружком (рис. 6), то силовые линии поля расположатся криволинейно. И в этом случае, как только точки

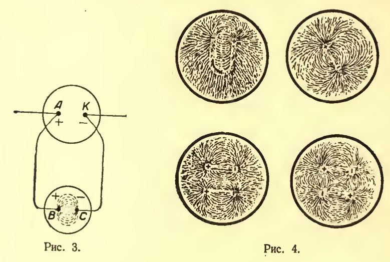


Рис. 3. Рис. 4.

B и *C* соединим проводником, в замкнутой цепи возникает ток, а поле в диэлектрике исчезает.

3. Один из полюсов машины, например *K*, «заземлим», т. е. соединим проволокой с Землей, а другой *A* соединим с изолированным металлическим шаром *B* (рис. 7). Тогда при действии машины

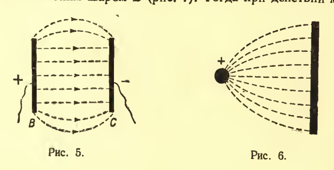


Рис. 5. Рис. 6.

образуется поле между шаром *B* и Землей; силы этого поля можно обнаружить, поместив недалеко от шара электроскоп с листочками (или со стрелкой); отведя к Земле его корпус, увидим, что листочки разошлись; также бумажный султан расположением своих лент укажет, как идут силовые линии от шара *B* в его поле.

Обратим внимание на то, что здесь вместо второй пластинки *C* включена Земля; поле образуется между шаром *B* и Землей *C*.

Как и в предыдущих опытах, лишь только шар соединим с Землей, в замкнутой цепи *ABCKA* возникает ток.

4. Соединим полюсы машины *A* и *K* с двумя металлическими изолированными сетками или пластинками *B* и *C*, на внутренних поверхностях которых прикреплены бумажные ленты (рис. 8). Проследим ряд явлений.

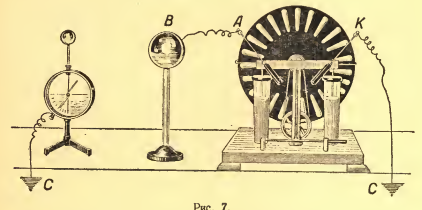


Рис. 7.

При вращении машины на *A* и *K*, а также и на соединенных с ними пластинах *B* и *C* возникает разность потенциалов, поэтому

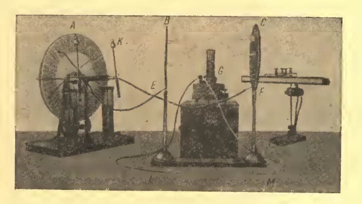


Рис. 8.

между *B* и *C* в воздухе образуется электрическое поле, по силовым линиям которого протянутся бумажные ленты; поле сделалось как бы видимым, потому что мы замечаем действие в нем электрических сил.

Остановим машину и в точках E и F разобщим полюсы A и K от пластин B и C; так как пластины изолированы, то разность потенциалов на них и поле между ними останется, что мы видим по расположению лент: оно на некоторое время сохраняется прежним.

Соединим между собою пластины проводником, прикоснувшись к ним концами проволок L и M, идущих от чувствительного гальванометра G (рис. 8). Ленты мгновенно опускаются, а стрелка (или зеркальце) гальванометра отклоняется; это значит, что в проводниках LGM, которыми соединены пластины B и C, прошел ток. После этого ни разности потенциалов, а следовательно, и поля между B и C не останется.

Тот же опыт можно сделать, соединив пластины B и C просто металлическим стержнем с изолированной ручкой («разрядником»): по разряднику проходит ток и поле исчезает.

Таким образом, мы приходим к основному заключению из всей серии произведенных опытов: *ток появляется как результат исчезновения электрического поля между полюсами источника.* Ток есть движение зарядов в проводнике, следовательно, внутри проводника появляется электрическое поле, напряжение которого служит причиной тока.

В разобранных случаях разрядный ток был мгновенный. Если же в цепи имеется непрерывно действующий источник (электрическая машина или заряженный аккумулятор), то в процессе тока разность потенциалов непрерывно возобновляется источником и в цепи протекает непрерывный ток.

Если, не прекращая действия машины, будем периодически прикасаться разрядником к пластинам B и C, то увидим, как во время разрывов цепи появляется поле и как оно исчезает при периодических замыканиях цепи.

Из ряда таких экспериментов можно сделать следующий вывод: разность потенциалов, появляющаяся в результате деятельности источника электричества, т. е. в результате затраты в нем энергии того или иного вида, обусловливает образование в непроводнике электрического поля, а в проводнике — тока.

Возникновение разности потенциалов электронная теория рассматривает как результат того или иного расположения заряженных частиц: ионов, электронов и т. д. Для обоснования и развития этой теории, имеющей глубокое значение для понимания процессов в окружающем мире, придется вступить на длинный путь экспериментального и теоретического изучения тока, магнитных и электрических полей и, наконец, электромагнитных процессов, которые современное физическое учение рассматривает как явления, наиболее распространенные и чрезвычайно общие, т. е. такие, которые лежат в основе бесчисленных других материальных явлений, изучаемых в молекулярной физике, электротехнике, химии, биологии и т. д.

Глава I

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

§ 2. Закон Кулона

Описанные в § 1 опыты показывают, что вокруг наэлектризованных тел существует электрическое поле. Самые простые наблюдения обнаруживают также, что около магнитов возникает магнитное поле (рис. 4).

Представление о магнитном и электрическом полях введено в науку знаменитым английским ученым Фарадеем*, одним из величайших исследователей электромагнитных явлений, о трудах которого много раз придется вспоминать в этой книге.

После Гильберта** изучение электрических и магнитных явлений долгое время оставалось чисто качественным, но были установлены важные факты, что существуют проводники и непроводники электричества, что существуют только два рода электричества — положительное и отрицательное, что одноименно заряженные тела отталкиваются, а разноименно заряженные — притягиваются и т. п. Количественные исследования и измерения электрических и магнитных явлений были впервые осуществлены французским физиком Кулоном***.

Количественная оценка явлений в электрическом поле основывается на *законе Кулона*, который он установил при помощи весьма тонких экспериментов в 1785 г.

Рассмотрим метод, при помощи которого Кулон установил свой закон; позже он был неоднократно проверен другими методами.

Кулон вел свои наблюдения методом крутильных весов. В стеклянном цилиндре (рис. 9) на тончайшей металлической (серебряной) проволоке подвешен легкий непроводящий стержень AC; на одном из его концов находится проводящий шарик A, на другом конце — противовес C. Проволока закреплена во вращающейся головке D и может закручиваться вращением головки, которое отсчитывается по шкале H; вращение же стержня определяется

---

* Майкл Фарадей (1791—1867) — великий английский физик и химик-самоучка. В области учения об электричестве ему принадлежат основные исследования поля, электромагнитной индукции, электролиза. Этими работами он положил твердое основание современной электротехнике.

** Уильям Гильберт (1540—1603) — английский физик и врач. Ввел термин «электричество» в науку, исследователь магнетизма.

*** Шарль Кулон (1736—1806) — саперный офицер в Вест-Индии, где начал свои работы по исследованию компаса. С 1781 г. — член Парижской Академии наук. Кроме знаменитых работ по электричеству и магнетизму, ему принадлежит исследование трения (т. I, стр. 135).

по шкале G, нанесенной на стенке цилиндра в плоскости вращения стержня.

Через верхнюю стенку цилиндра может быть пропущен тонкий стержень из непроводника, оканчивающийся шариком B такой же величины, как и A.

Рассмотрим результаты одного действительно произведенного Кулоном эксперимента.

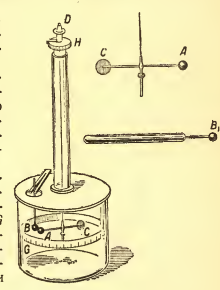


Рис. 9.

1. Вращением головки D шарики A и B приводились в соприкосновение; пока не было заряда, они оставались в таком положении. Положение шарика A по шкале G было отмечено.

2. Заряжали шарик B; через соприкосновение одноименно заряжается шарик A и отталкивается от B; по шкале G определили отклонение стержня AC от первоначального положения на 36°. Следовательно, угол кручения проволоки при этом равен 36° (т. I, стр. 130).

3. Вращением головки D в противоположную сторону уменьшили отклонение вдвое, т. е. до 18°. Для этого пришлось проволоку закрутить на 126°, что определялось по шкале H. Следовательно, полное кручение проволоки равно $126° + 18° = 144°$; оно уравновешивает на данном расстоянии силу взаимодействия одноименных наэлектризованных шариков.

4. Дальнейшим вращением головки D сближали шарики на 8,5°. Дополнительное закручивание, оцениваемое по шкале H, было равно 441°; все кручение проволоки при этом выразится так:

$$441° + 126° + 8{,}5° = 575{,}5°.$$

5. Сила кручения проволоки уравновешивает силу взаимодействия электрических зарядов. Из приведенных опытов видно, что эта сила растет по мере сближения заряженных шариков. Именно, приняв приближенно за расстояние между шариками их угловые расстояния и вспомнив закон Гука (т. I, стр. 123), находим, что при уменьшении вдвое углового расстояния в первом эксперименте $\left(\frac{36°}{2} = 18°\right)$ сила взаимодействия, оцениваемая кручением проволоки, возросла вчетверо: $36° \cdot 4 = 144°$.

6. При втором эксперименте надо было получить кручение $36^\circ \cdot \left(\frac{36}{8,5}\right)^2 = 645^\circ$, а опыт дал 575,5°. Такое расхождение объясняется тем, что при столь малом расстоянии (8,5°) уже играют роль размеры самих шариков, именно заряды на них вследствие взаимодействия располагаются неравномерно и смещаются к противоположным сторонам так, что истинное расстояние между взаимодействующими зарядами оказывается несколько больше наблюдаемого.

Зависимость силы взаимодействия от количества электричества обнаружена Кулоном следующим образом.

Заряд, который был на шарике B и произвел наблюдаемые явления, уменьшим вдвое; для этого вынем шарик B из цилиндра,

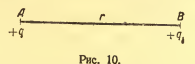


Рис. 10.

разрядим шарик A, а шарик B приведем в соприкосновение с незаряженным изолированным шариком B_1 (рис. 9), имеющим такой же размер, как и шарик B. Тогда на шарике B останется половина первоначального заряда; поместив его вновь в цилиндр, зарядим от него шарик A и будем производить весь цикл описанных наблюдений. Оказывается, в соответствии с расчетом, что силы взаимодействия на тех же расстояниях уменьшились в 16 раз, так как каждый из зарядов уменьшился в 4 раза. Подобные опыты можно разнообразить.

Из своих многочисленных опытов Кулон вывел следующую формулировку закона взаимодействия электрических зарядов: *сила взаимодействия двух точечных электрических зарядов прямо пропорциональна величинам этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату их взаимного расстояния и направлена по прямой, соединяющей центры этих зарядов.*

Выведем формулу закона Кулона для взаимодействия точечных зарядов.

Пусть на расстоянии r друг от друга находятся два заряженных тела A и B (рис. 10); положим, что размеры этих тел ничтожны по сравнению с расстоянием r так, что можно отвлечься от их размеров и считать их точками; такие два заряженные тела условно принято называть «точечными» зарядами. Будучи заряжены, они или отталкиваются, или притягиваются друг к другу.

Как показывает опыт, на одном и том же расстоянии r взаимодействие A и B может быть и сильнее и слабее в зависимости от того, как они наэлектризованы — «слабо» или «сильно». Вместо этих неопределенных терминов Кулон, на основании опытов,

предложил считать, что количества электричества на A и B или величины их зарядов q и q_1 могут быть различны и сила их взаимодействия пропорциональна этим количествам q и q_1.

Дальнейшие эксперименты показали, что при неизменных зарядах q и q_1 и при разных расстояниях сила взаимодействия обратно пропорциональна квадрату расстояния r. Итак, закон Кулона для взаимодействия в электрическом поле зарядов q и q_1 выразится так:

$$f = k\frac{qq_1}{r^2}. \quad (2\text{-}1)$$

Здесь k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц.

§ 3. Системы электрических единиц

Посмотрим, как, опираясь на закон Кулона, можно установить системы электрических единиц, в первую очередь для величины заряда или количества электричества. В механике мы ознакомились с системой СГС (сантиметр, грамм, секунда). В этой системе единицей силы служит дина. В формуле закона Кулона (2-1) положим, что $q = q_1$, $r = 1$ *см* и $f = 1$ *дин*. Тогда $k = 1$.

Следовательно, за единицу количества электричества можно принять такой точечный заряд, который на равный ему точечный заряд, помещенный на расстоянии 1 *см*, действует в вакууме с силой, равной 1 *дин*. Так, определяемая единица называется *абсолютной электростатической единицей количества электричества* в системе СГСЭ.

По соображениям удобства иногда принимают k в формуле закона Кулона равным не единице, а $k = \frac{1}{4\pi}$. Тогда для вакуума закон Кулона будет написан так:

$$f = \frac{1}{4\pi}\frac{qq_1}{r^2}. \quad (3\text{-}1)$$

В этом случае говорят о *рационализованной системе электрических единиц*.

В настоящее время международными соглашениями принята абсолютная практическая система единиц МКСА: *метр*, *килограмм* (*масса*), *секунда*, *ампер**. В этой системе единицей количества электричества принят

1 кулон = 1 *к* = 1 ампер · секунда (*а · сек*).

---

* Стандартное определение единицы силы тока — ампера приведено значительно позднее (§ 73). Система МКСА вошла в международную систему «СИ».

Установлено, что:

$$1\ \kappa = 3 \cdot 10^9\ \text{СГСЭ} = \frac{c}{10}\ \text{СГСЭ},$$

где c — скорость света в вакууме,

$$c = 3 \cdot 10^{10}\ \textit{см/сек}.$$

Конечно, если $q = q_1 = 1\ \kappa$, $r = 1\ м$, то сила f, вообще говоря, уже не будет равна единице силы в системе МКСА: 1 ньютон ($н$) = $= 10^5$ *дин*. Действительно, подставив в формулу закона Кулона для вакуума выражения q, q_1 и r, через систему СГСЭ получим:

$$f = k\frac{3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{10^4} = k \cdot 9 \cdot 10^{14}\ \textit{дин} = k \cdot 9 \cdot 10^9\ н.$$

Для того чтобы f все же выражалось в *ньютонах*, пришлось величину k взять в $9 \cdot 10^9$ раз меньше. В рационализованной форме в настоящее время принято для вакуума:

$$k = \frac{1}{\varepsilon_0},$$

где число ε_0*, носящее название «электрическая постоянная», принимается равным:

$$\varepsilon_0 = \frac{1 \cdot 10^7}{4\pi \cdot c^2}\ \frac{\kappa^2}{н \cdot м^2}.$$

Не трудно заметить, что $\frac{10^7}{c^2} = \frac{1}{9 \cdot 10^9}$, если $c = 3 \cdot 10^8\ \textit{м/сек}$. Выражения *электрической постоянной* через другие единицы системы МКСА будут приведены впоследствии. Итак, для вакуума закон К у л о н а выражается формулой:

$$f = \frac{1}{\varepsilon_0}\ \frac{qq_1}{r^2}. \qquad (3\text{-}2)$$

---

* Мы замечаем, что в системе МКСА ε_0 уже не равно единице и является размерной величиной.

Очевидно, ее размерность в системе МКСА такова:

$$[\varepsilon_0] = \left(1\frac{a^2 \cdot сек^2}{м^2 \cdot н}\right) = (1\ a)^2 \cdot (1\ \ сек)^2 : [(1\ \ м)^2 \cdot (н)].$$

Нетрудно вспомнить, что $(1\ a) \cdot\ (1\ сек) = (1\ \kappa)$; $(1\ н) \cdot\ (1\ м) = (1\ дж) =$ $= (1\ в) \cdot\ (1\ \kappa)$. Подставив эти выражения в размерность ε_0, получим:

$$[\varepsilon_0] = \frac{(1\ \kappa)^2}{(1\ м) \cdot (1\ в) \cdot (1\ \kappa)} = \frac{(1\ \kappa)}{(1\ м) \cdot (1\ в)}.$$

Но ведь известно, что $\frac{1\ \text{кулон}}{1\ \text{вольт}} = 1$ фарада ($ф$).

Отсюда очевидно, что размерность

$$[\varepsilon_0] = (1\ ф) : (1\ м).$$

§ 4. Напряженность электрического поля

При изучении электрического поля мы ставим себе задачу: выяснить величины, которые могут характеризовать явления, происходящие в поле, установить законы, связывающие эти величины, методы их измерения и, наконец, показать на разборе частных экспериментально осуществимых случаев соответствие теории с действительностью.

Силовой характеристикой электрического поля является напряженность поля, энергетической характеристикой — потенциал.

Введем сначала понятие о напряженности поля.

Рис. 11.

Рис. 12.

Пусть в точке O (рис. 11) находится точечный электрический заряд q, образующий в окружающем пространстве электрическое поле, которое обнаруживается по действию сил f_1, f_2, f_3,... на другие точечные же заряды $+q_1$, $+q_2$, $+q_3$, ... помещаемые в точках A, B, C, ... Эти силы определяются по закону Кулона:

$$f_1 = \frac{qq_1}{\varepsilon_0 r_1^2}, \quad f_2 = \frac{qq_2}{\varepsilon_0 r_2^2}, \quad f_3 = \frac{qq_3}{\varepsilon_0 r_3^2}, \; \ldots ;$$

будем сначала рассматривать случай, когда все заряды находятся в вакууме.

Для сравнения сил f_1, f_2, f_3, ..., действующих в разных точках поля, образованного зарядом q, следует в эти точки помещать какой-либо один определенный заряд и сравнивать между собой действия на него поля заряда q в этих точках. Условились помещать в точках поля единицу количества электричества, т. е. полагать $q_1 = 1$, $q_2 = 1$, $q_3 = 1$,..., тогда для какой-либо точки A имеем (рис. 12):

$$\frac{f_1}{q_1} = E_1; \qquad (4\text{-}1)$$

эту величину E_1, измеряемую силой, действующей на единицу положительного заряда в данной точке (например, в точке A), принимают за характеристику поля в этой точке и называют *напряженностью поля в данной точке*. Таким образом, применяя общее определение напряженности к полю, образованному точечным зарядом q, находим значения напряженности в точках A, B, C,... вакуума (рис. 12):

$$E_1 = \frac{q}{\varepsilon_0 r_1^2},\ E_2 = \frac{q}{\varepsilon_0 r_2^2},\ E_3 = \frac{q}{\varepsilon_0 r_3^2},\ \dots \qquad (4\text{-}2)$$

Из формул напряженности видим, что значение E зависит от q — заряда, образовавшего поле, и для каждой точки этого поля E есть величина постоянная, почему и принимаем E как характеристику поля заряда q в этой точке.

За единицу напряженности принимается напряженность в такой точке поля вакуума, в которой на единицу количества электричества действует единица силы.

Установим единицы измерения напряженности в употребляемых нами системах единиц.

Имеем $E = \frac{f}{q}$, откуда в системе МКСА размерность единицы напряженности электрического поля, очевидно, равна:

$$[E] = (1\ н) : (1\ к).$$

Не трудно видеть, что эта единица напряженности в системе МКСА равна в системе СГСЭ

$$\frac{10^5}{3 \cdot 10^9} = \frac{1}{3 \cdot 10^4}\ \frac{дин}{абс.\ ед. кол.\ эл.},$$

а единица напряженности в системе СГСЭ равна $c \cdot 10^{-6}$ единиц системы МКСА, где c — скорость света в вакууме.

Стандартное определение единицы напряженности электрического поля в системе МКСА есть 1 вольт на метр: $E = (1 в) : (1\ м)$. Это не трудно вывести, если вспомнить, что $(1\ н) = (1\ дж) : (1\ м)$, а $(1\ дж) = (1\ в) \cdot (1\ к)$. Тогда

$$[E] = \frac{1\ н}{1\ к} = \frac{1\ дж}{1\ к \cdot 1\ м} = \frac{1\ в \cdot 1\ к}{1\ к \cdot 1\ м} = \frac{1\ в}{1\ м} = (1\ в) : (1\ м).$$

Напряженность поля есть *вектор*, так как для каждой точки поля она характеризуется не только величиной, но и направлением, по которому действует сила в этой точке. Поэтому напряженности электрических полей складываются по правилу параллелограмма, как и все векторные величины. Так, если имеем два заряда $+q$ и $-q_1$, то поле в точке A (рис. 13) определится вектором напряженности E, имеющим величину и направление диагонали параллелограмма, построенного на векторах напряженности первого

поля E_1 и второго E_2. Так же можно найти величину и направление поля в любой точке B, C и т. д.

Кривая, касательная к которой в любой ее точке совпадает с вектором напряженности E поля в этой точке (рис. 14), называется *силовой линией поля*. Через каждую точку поля может быть проведена силовая линия (и притом только одна). Как известно, силовые линии можно наглядно представить при помощи соответствующих приспособлений.

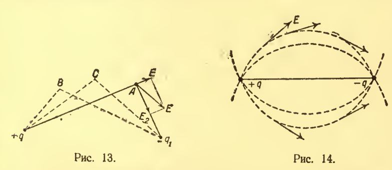


Рис. 13. Рис. 14.

Фарадей, который ввел представление о поле и силовых линиях поля, полагал, что силовые линии действительно существуют, заполняя электрические и магнитные поля и обладая определенными механическими свойствами. С течением времени механические представления о поле оказались недостаточными. Как мы уже упоминали, в настоящее время поле и вещество рассматриваются как две основные формы материи.

Для изучения простейших свойств электрического поля нам сначала будет достаточно представления о силовых линиях поля как о таких кривых, в частных случаях — прямых, направление которых в каждой точке совпадает с направлением напряженности поля в этой точке.

Условились считать, что силовые линии выходят из положительного заряда и входят в отрицательный (рис. 14); всякий точечный положительный заряд $+q$ является как бы источником силовых линий поля (рис. 15, *а*); всякий отрицательный заряд (рис. 15, *б*)

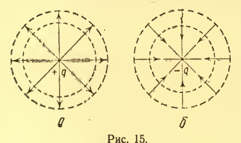


Рис. 15.

есть пункт, в котором сходятся силовые линии. Некоторые силовые линии уходят в бесконечность (рис. 16).

В каждой точке поля направление силовой линии, т. е. направление касательной к ней (рис. 14) определяет направление напряженности поля в этой точке и направление силы, действующей на заряд q. Если поле *однородно* (рис. 5), линии сил параллельны; в этом случае линии сил поля являются траекториями перемеще-

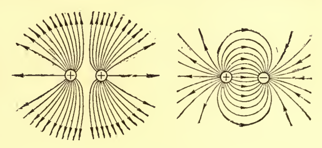


Рис. 16.

ния зарядов $+q$ от положительной пластины к отрицательной пластине и зарядов $-q$ в обратном направлении. У краев пластины поле неоднородно, оно искажено.

§ 5. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса

Понятие потока вектора впервые появилось в гидродинамике: если u есть скорость течения жидкости, наполняющей объем, то

$$\Phi = \int_S u\, dS$$

есть *поток вектора* скорости сквозь поверхность S, ограничивающую данный объем жидкости. Общее определение потока вектора A таково: если вектор A образует поле, то поток вектора A через бесконечно малую площадку dS в поле равен:

$$d\Phi = (\overrightarrow{A}\overrightarrow{dS})^* = A\, dS \cos(A, dS),$$

где $\overrightarrow{dS}$ есть вектор, направленный по нормали к площадке dS и численно равный ей по величине (рис. 17). При вычислении потока нужно условиться о том, в какую сторону проводится вектор $\overrightarrow{dS}$, так как если изменить направление вектора $\overrightarrow{dS}$ на противополож-

* Скалярное произведение вектора $\overrightarrow{A}$ на вектор $\overrightarrow{dS}$ (см. т. I, стр. 63).

ное, то $d\Phi$ изменит знак. Поток вектора $\overrightarrow{A}$ через поверхность S выражается интегралом по поверхности

$$\Phi = \int_S A\, dS \cos(A, dS) = \int_S (A_x\, dy\, dz + A_y dz\, dx + A_z\, dx\, dy).$$

Здесь A_x, A_y, A_z — проекции вектора $\overrightarrow{A}$ на оси координат.

Теперь перейдем к понятию о потоке вектора напряженности электрического поля E.

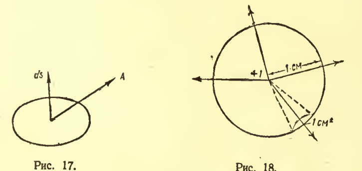


Рис. 17. Рис. 18.

Представление о силовых линиях играет огромную роль при расчетах полей. Пусть есть заряд $+1$, от него расходятся, подобно лучам, силовые линии (рис. 18). Введем условие: число силовых линий в вакууме, выходящих из заряда $+1$, определяется тем, что на каждый квадратный сантиметр сферы, описанной около этого заряда, как центра, радиусом 1 *см*, приходится одна линия. Так как поверхность этой сферы равна $4\pi \cdot 1^2 = 4\pi$, то число всех силовых линий, выходящих из заряда $+1$, становится вполне определенным: оно равно 4π.

Если имеем заряд $+q$ (рис. 19), то весь силовой поток, определяющий поле этого заряда, согласно этому условию, будет содержать число силовых линий

Рис. 19.

$$\psi = 4\pi q; \tag{5-1}$$

где ψ — силовой поток или число силовых линий, которое пронизывает любую замкнутую поверхность, описанную около этого

заряда. В частностн, если опншем раднусами r_1, r_2, r_3,... сферы около этого заряда, то чем больше поверхности сфер, тем меньше снловых линий придется на 1 *см*² поверхности; нменно на 1 *см*² сферы с радиусом r_1 прнходнтся снловых лнннй

$$\frac{4\,\pi q}{4\pi r_1^2} = \frac{q}{r_1^2} = E_1;$$

на 1 *см*² сферы с раднусом r_2 прнходнтся снловых лнннй:

$$\frac{4\,\pi q}{4\pi r_2^2} = \frac{q}{r_2^2} = E_2$$

н т. д.

Но полученные выраження как раз определяют напряженность поля E_1, E_2,... в точках A, B,..., а также значения напряженности во всех точках сфернческнх поверхностей с раднусамн r_1, r_2,...

Следовательно, чнсло силовых лнннй, приходящихся на 1 *см*² сферической поверхностн с зарядом q в центре, проходящей через данную точку поля, определяет напряженность поля в этой точке.

Такнм образом, густота снловых лнннй, вообще нх чнсло на 1 *см*², при введенном условнн получает вполне определенный смысл — это есть характеристнка напряженностн поля.

Выражение потока вектора напряженностн E электрнческого поля через замкнутую поверхность S:

$$\psi = \int_S EdS \cos(E, dS) = 4\,\pi q \qquad (5\text{-}2)$$

носнт названне теоремы Г а у с с а* — О с т р о г р а д с к о г о**.

Если внутри замкнутой поверхности находится несколько точечных зарядов q_1, q_2, q_3,..., то поток вектора напряженностн в вакууме

$$\psi = 4\,\pi \Sigma\, q. \qquad (5\text{-}3)$$

В рацноналнзованной снстеме еднннц СГСЭ коэффицнент 4π сокращается и остается

$$\psi = \Sigma\, q. \qquad (5\text{-}4)$$

В рацнонализованной снстеме МКСА прндется ввести в знаменателе электрнческую постоянную вакуума

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\,\pi c^2} \cdot 10^7,$$

* К а р л Г а у с с (1777—1855) — знаменитый немецкий математик; в области физики ему принадлежат исследования магнитного поля и особенно поля Земли.

** М и х а и л В а с и л ь е в и ч О с т р о г р а д с к и й (1801—1862) — академик, профессор Педагогического института, Михайловской артиллерийской академии и других высших школ в Петербурге. Дал решения многих основных вопросов интегрального исчисления и аналитической механики.

и тогда теорема Гаусса — Остроградского примет вид:

$$\psi = \Sigma \frac{q}{\varepsilon_0}. \tag{5-5}$$

Так как поток вектора напряженности представляет собою число силовых линий, то очевидно, этот поток есть скалярная величина.

Заряды, находящиеся вне замкнутой поверхности, не дают вклада в поток вектора напряженности, так как, сколько силовых линий входит извне внутрь данной поверхности, столько же и выходит.

Применим теорему Гаусса — Остроградского к некоторым расчетам напряженности (пока в частных случаях).

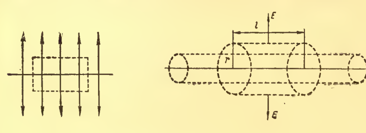


Рис. 20. Рис. 21.

1. Пусть имеется *равномерно заряженная плоскость*, на каждую единицу площади которой приходится заряд σ (*поверхностная плотность заряда*). Силовые линии идут нормально к этой плоскости в обе стороны (рис. 20). Если представить себе цилиндр (на чертеже он намечен штрихами) с площадью основания равной единице, то мы можем применить к этому цилиндру теорему Гаусса — Остроградского.

Так как боковую поверхность цилиндра силовые линии не пересекают, а проходят только через два основания цилиндра, то,

$$\psi = 2\,ES = 4\,\pi\sigma S, \tag{5-6}$$

откуда

$$E = 2\,\pi\sigma.$$

В случае *поверхности заряженного проводника* все силовые линии идут только в одну сторону поверхности

$$E = 4\,\pi\sigma. \tag{5-7}$$

2. *Равномерно заряженный шар радиусом r*. Из теоремы Гаусса — Остроградского следует

$$\psi = ES = E \cdot 4\,\pi r^2 = 4\,\pi q,$$

откуда

$$E = \frac{q}{r^2} \qquad (5\text{-}8)$$

Мы видим, что поле равномерно заряженного на поверхности шара совпадает с полем точечного заряда, находящегося в центре шара и имеющего то же количество электричества, как и заряд на поверхности шара.

3. *Поле равномерно заряженного цилиндра* (металлического провода) может быть рассчитано при помощи построения вспомогательного цилиндра (рис. 21) длиной l с радиусом основания r. Если на единицу длины провода приходится заряд q, то через боковую поверхность вспомогательного цилиндра пройдет $E \cdot 2\pi rl$ силовых линий, а площади оснований не пересекаются силовыми линиями. Применяя теорему Гаусса — Остроградского, имеем:

$$\psi = E \cdot 2\pi rl = 4\pi ql.$$

Откуда получаем, что напряженность поля между поверхностями цилиндров в точке, отстоящей на расстоянии r от оси цилиндров, равна

$$E = \frac{2q}{r}. \qquad (5\text{-}9)$$

§ 6. Работа сил поля при перемещении зарядов. Потенциал

При перемещении зарядов в электрическом поле силами поля совершается работа, в процессе которой потенциальная энергия электрического поля преобразуется в кинетическую энергию движения зарядов. Рассмотрим, как оценивается потенциальная энергия электрического поля.

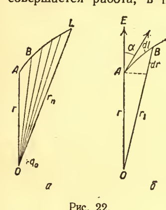


Рис. 22.

Поле образовано зарядом $+q_0$, находящимся в точке O (рис. 22, *а*); заряд $+q$ перемещается силами поля из точки A в точку L. Вычислим работу при этом перемещении.

Положим сначала, что перемещается не заряд $+q$, а единица количества электричества из точки A в точку L. Так как сила и напряженность непрерывно меняются на всем перемещении, то применим обычный математический прием: разобьем траекторию AL на n бесконечно малых отрезков и, взяв один из таких отрезков $AB = dl$

(рис. 22, *б*), составим выражение работы на этом участке пути

$$dW = fdl\cos(f, dl) = +1\cdot Edl\cos(E, dl) = +Edl\cos\alpha.$$

Обозначив

$$AO = r;\quad OB = r_1 = r + dr,$$

находим:

$$dl\cos\alpha = dr;\ dW = +1\cdot Edr;\ E = \frac{q_0}{r^2}.$$

Так как силы, действующие по закону Кулона, центральны, то имеем:

$$W_{AL} = +1\cdot\int\limits_A^L Edr = +1\cdot q_0\int\limits_r^{r_n}\frac{dr}{r^2} = -1\cdot q_0\left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r}\right) =$$

$$= +1\cdot\left(\frac{q_0}{r} - \frac{q_0}{r_n}\right).$$

Итак, в самом общем случае приходим к такому выражению работы перемещения единицы заряда в электрическом поле:

$$W = +1\cdot\left(\frac{q_0}{r} - \frac{q_0}{r_n}\right). \qquad (6\text{-}1)$$

Мы видим, что работа эта выражается разностью двух значений одной и той же величины. Первое ее значение относится к начальной точке перемещения A, второе — к конечной точке L. Чтобы выяснить физический смысл этой величины, поставим вопрос: какова вся работа, которую поле может совершить над $+1$ заряда, помещенной в точке A, т. е. каков запас потенциальной энергии поля заряда q_0 в точке A. Для этого следует положить $r_n \to \infty$, так как математически пределы поля ничем не ограничены:

$$W_{A,\infty} = \lim\left[+1\cdot\left(\frac{q_0}{r} - \frac{q_0}{r_n}\right)\right]_{r_n\to\infty} = +1\cdot\frac{q_0}{r}.$$

Обозначив $W_{A,\infty}$ через V_A, получаем:

$$V_A = \frac{q_0}{r}. \qquad (6\text{-}2)$$

Величина $V_A = \frac{q_0}{r}$ называется *потенциалом поля* точечного заряда $+q_0$ в точке A.

Как видно из формулы (6-2), потенциал в бесконечно удаленной от заряда q_0 точке равен нулю. При этом условии выясняется его механическое значение: *потенциал численно равен работе, которую совершают силы данного поля, чтобы единицу положительного электричества из точки A удалить в бесконечность* или, наоборот, чтобы единицу отрицательного электричества привести из бесконечности в точку A; иначе, потенциал численно равен работе,

которую затрачивают внешние силы, чтобы единицу количества электричества привести из бесконечности в точку A, действуя против сил поля.

Эти соображения выясняют физический смысл понятия о потенциале. По основным положениям учения об энергии (т. I, стр. 78) работа в изолированной системе совершается за счет уменьшения ее потенциальной энергии; хорошо известный пример — уменьшение потенциальной энергии поднятого над Землей тела при его падении в поле силы тяжести. В нашем случае работа перемещения заряда $+1$ из точки A в бесконечность совершается за счет уменьшения потенциальной энергии системы поля заряда q_0 и заряда $+1$.

Итак, потенциал поля заряда q_0 в точке A:

$$V_A = \frac{q_0}{r}$$

определяет потенциальную энергию заряда $+1$, находящегося в этой точке A на расстоянии r от заряда.

Из приведенного определения потенциала следуют выводы:

1. *Потенциал есть величина скалярная*, а не векторная. Следовательно, если поле образовано несколькими зарядами, то потенциал такого сложного поля в каждой точке его равен алгебраической сумме потенциалов слагаемых полей.

2. *Потенциал есть функция точки*, так как он изменяется при переходе от одной точки поля к другой.

3. За *единицу потенциала* в системе СГСЭ принят потенциал такой точки поля, для перемещения из которой единицы заряда в бесконечность силы поля совершают работу в 1 *эрг*.

4. При выводе общей формулы потенциала мы полагали в законе К у л о н а, что электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 1$; если этого предположения не делать, то постоянный множитель $\frac{1}{\varepsilon_0}$ войдет в выражение потенциала:

$$V_A = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{q_0}{r}. \qquad (6\text{-}3)$$

5. Обратившись к формуле потенциала в точке поля, положим согласно определению:

$$\frac{q_0}{r} = V_A, \ \frac{q_0}{r_n} = V_L;$$

здесь V_A — потенциал поля в точке A, V_L — потенциал поля в точке L; тогда формула работы перемещения единицы заряда в электрическом поле из точки A в точку L запишется так:

$$W_{AL} = (+1) \cdot (V_A - V_L),$$

т. е. *работа при перемещении единицы положительного электричества из точки A в точку L в поле заряда q_0 равна численно разности потенциалов в этих точках поля.*

6. Если в поле, образованном зарядом q_0, перемещается из точки A в точку L не единица заряда, а заряд q, то для всякого поля имеем:

$$W_{AL} = q(V_A - V_L); \tag{6-4}$$

работа перемещения заряда q на некоторое расстояние в поле заряда q_0 равна произведению перемещаемого заряда q на разность потенциалов в начале и в конце перемещения (в начальной и конечной точке пути).

Это важнейшее положение решает вопрос о вычислении работы при перемещении заряда в электрическом поле; обозначив $V_A - V_L = \Delta V$, находим:

$$W = q\,\Delta V. \tag{6-4'}$$

Иначе разность потенциалов обозначают через U (напряжение):

$$U = V_A - V_L; \quad W = qU. \tag{6-5}$$

Величина «разность потенциалов» постоянно входит в теоретические и технические расчеты; как и при всех иных случаях, когда речь идет об изменениях потенциальной энергии, мы всегда имеем дело с разностью ее значений, принимая за начало отсчета совершенно произвольно одно из ее значений; так поступаем при отсчетах разности высот (уровней), разности температур и т. д. При отсчете разности потенциалов за нуль потенциала можно принимать его значение в бесконечно удаленной точке поля; далее мы увидим, что практически удобно за нуль принимать потенциал Земли; тогда, соединив часть наэлектризованной системы с Землей, находим разность потенциалов между другой частью системы (стрелкой) и нулем, т. е. потенциал этого заряженного тела.

7. Единица разности потенциалов определяется из формулы:

$$V_1 - V_2 = \Delta V = \frac{W}{q}. \tag{6-6}$$

За единицу разности потенциалов в системе СГСЭ принимается разность потенциалов в таких двух точках поля, что для перемещения между ними заряда +1 СГСЭ совершается работа в 1 *эрг*.

Так как практическая единица заряда в системе МКСА — 1 кулон, а работы — 1 джоуль, то практическая единица разности потенциалов 1 вольт (*в*) определяется так:

$$\Delta V = \frac{W}{q} = \frac{1 \text{ джоуль}}{1 \text{ кулон}} = 1 \text{ вольт}.$$

Соотношение между единицами системы МКСА и СГСЭ таково:

$$1\,в = \frac{1\,дж}{1\,к} = \frac{10^7}{3 \cdot 10^9} = \frac{1}{300} \text{ ед. СГСЭ}.$$

Итак, 1 вольт равен $\frac{1}{300}$ единицы потенциала в системе СГСЭ.

Обратно, 1 единица разности электрических потенциалов в системе СГСЭ $U = c \cdot 10^{-8} в$, где c — скорость света в вакууме.

Для всякого перемещения многих зарядов в электрическом поле имеем:

$$W = \Sigma q(V_1 - V_2); \; W = \Sigma q \, \Delta V. \tag{6-7}$$

Таково общее выражение работы перемещения зарядов в электрическом поле.

Рассмотрим частные случаи.

1. Если работа производится силами поля, то перемещение положительных зарядов направлено так же, как линии сил, т. е. как напряженность E, в сторону уменьшающихся потенциалов ($V_1 > V_2$), тогда $W > 0$.

2. Если работа внешними силами производится над положительными зарядами против сил поля, то перемещение происходит в сторону увеличивающихся потенциалов ($V_1 < V_2$); $W < 0$, работа отрицательна.

3. Если заряд q, перемещаясь в поле, выходит из точки A и возвращается в нее, обходя поле по некоторой замкнутой кривой, то:

$$W_0 = q(V_1 - V_1); \quad \Delta V = 0; \quad W_0 = 0. \tag{6-8}$$

Это значит: *работа сил электрического поля при перемещении заряда q по замкнутому пути после возвращения его в исходную точку равна нулю.*

Из самого выражения работы в поле очевидно, что *работа перемещения заряда в поле не зависит от пути перемещения и определяется исключительно потенциалами в начале и конце пути.* В этом заключается важнейшее преимущество, которое дает введение понятия о потенциале для вычисления величин, характеризующих явления в электрическом поле. Действующие силы, напряженность на каждом отрезке пути разнообразно изменяются и принимают бесчисленное множество значений, следить за этими изменениями очень трудно; введение потенциала позволяет вычислять работу в поле по конечным значениям его величины, не обращая внимания на ход его изменения в течение процесса.

§ 7. Связь между напряженностью и потенциалом

Так как поле заряженного шара таково, как если бы заряд его был сосредоточен в его центре, то потенциал в точке A на расстоянии r от центра шара определится формулой:

$$V_A = \frac{q}{r}; \tag{7-1}$$

такой же потенциал будет во всякой точке на поверхности сферы с радиусом r (в пустоте или в воздухе); эта сфера есть *поверхность равного потенциала.* Для другой сферы с радиусом r_1 потенциал всех точек будет:

$$V_1 = \frac{q}{r_1}.$$

Положив $r = R$ — радиусу шара, найдем потенциал для всех точек поверхности шара

$$V = \frac{q}{R}. \tag{7-2}$$

Если в *однородном поле* (рис. 23) провести ряд плоскостей A, B, C, перпендикулярных к направлению поля, т. е. к направлению векторов напряженности E, то на каждой из этих плоскостей потенциал во всех точках будет иметь одно и то же значение. И в самом деле, в общем выражении работы в однородном поле

$$W = qE\Delta l \cos(E, \Delta l)$$

для случая перемещения в плоскости, перпендикулярной к E, надо положить $\cos(E, \Delta l) = 0$, и потому $W = 0$, а значит, по формуле (6-8) $U = 0$, т. е. $V_1 = V_2$ для любых двух точек.

Таким образом, это — плоскости равного потенциала, или *эквипотенциальные плоскости*; важнейший признак этих плоскостей — они перпендикулярны к силовым линиям поля, т. е. к векторам напряженности E.

Если перемещение заряда происходит по направлению сил поля, то он переходит с одной эквипотенциальной плоскости на другую; совершенная при этом работа

Рис. 23.

$$W = f\Delta l; \quad W = qE\Delta l$$

может быть выражена иначе через разность потенциалов на первой и на второй плоскостях

$$V_A - V_B = \Delta V; \quad W = q\Delta V;$$

поэтому:

$$-E\Delta l = \Delta V; \quad E = -\frac{\Delta V}{\Delta l}. \tag{7-3}$$

Знак минус обозначает, что потенциал уменьшается на $E\Delta l$ при перемещении заряда в поле на Δl по направлению силовых линий.

Это важнейшее соотношение устанавливает связь между напряженностью однородного поля E и падением в нем потенциала:

напряженность поля численно равна падению потенциала на единицу длины (на 1 *см*), считаемую по линиям сил, короче — *напряженность равна градиенту потенциала с обратным знаком*; символически это равенство можно записать так:

$$E = -\operatorname{grad} V. \tag{7-4}$$

Следовательно, напряженность может быть выражена в системе МКСА в вольтах на метр:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta l}\left(\frac{в}{м}\right). \tag{7-5}$$

Рассуждение об однородном поле может быть обобщено для неоднородного поля. В простейшем случае, когда имеется поле

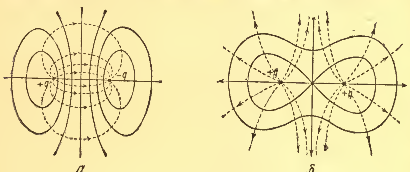


Рис. 24.

одного уединенного заряда, легко построить эквипотенциальные поверхности; это будут, как уже показано, концентрические сферы, поверхности которых везде нормальны к линиям сил. Можно построить и более сложные поверхности в случае двух разноименных зарядов (рис. 24, *а*; пунктир — линии сил) или двух одноименных зарядов (рис. 24, *б*). Основное условие построения: во всякой точке поверхность равного потенциала нормальна к силовой линии (к вектору напряженности) в этой точке; из этого условия следует, что при всяком перемещении по этой поверхности $W = 0$, значит, для всех ее точек $\Delta V = 0$.

Для неоднородного поля зависимость между напряженностью и потенциалом записывается в дифференциальном виде — для бесконечно малого изменения потенциала dV при переходе с одной поверхности уровня (как часто называют эквипотенциальную поверхность) на другую, лежащую на бесконечно близком расстоянии, считаемом по линии сил, т. е. по нормали к поверхности:

$$E = -\frac{dV}{dl}, \quad \text{или} \quad -dV = E\,dl. \tag{7-6}$$

Для конечного перемещения в поле от A до L (рис. 25, *а*):

$$\Delta V = -\int_A^L E\,dl. \qquad (7\text{-}7)$$

Знак минус ставим здесь, чтобы отметить, что напряженность имеет направление в сторону уменьшающихся потенциалов, это значит, как уже отмечалось, что положительный заряд под действием сил поля перемещается в сторону падения потенциала.

Интеграл в правой части равенства (7-7) выражает линейную сумму вектора E вдоль линии поля AL (рис. 25, *а*), называемую *циркуляцией вектора E*. Если интегрирование произведено по замкнутому контуру ALA (рис. 25, *б*), то:

$$\Delta V = 0; \quad \oint E\,dl = 0. \qquad (7\text{-}8)$$

Это значит: *циркуляция вектора E по замкнутому пути в электростатическом поле равна нулю.*

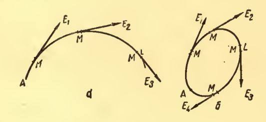


Рис. 25.

Знак $\oint$ показывает, что интегрирование (суммирование) величин Edl произведено по замкнутому пути или по замкнутому контуру. Обратно, написанное равенство (7-8) есть характеристика электростатического поля, которое по этому признаку называют *потенциальным*.

В дальнейшем, при изучении электромагнитных явлений, мы встретимся с полями, в которых это условие не соблюдено. Такие поля называются *вихревыми*.

§ 8. Измерение разности потенциалов. Электрическое поле Земли

Установлено, что силовые линии поля нормальны к поверхности проводника при равновесии зарядов, поэтому *поверхность всякого заряженного проводника есть эквипотенциальная поверхность*. Но если какую-либо точку проводника A (рис. 26), на котором находятся заряды в равновесии, соединить при помощи, например, медной проволоки с точкой B другого проводника,

причем $V_A > V_B$, то равновесие нарушается; силы поля совершают работу

$$W = q(V_A - V_B) = q\Delta V \qquad (8\text{-}1)$$

до тех пор, пока весь новый проводник, состоящий из (A, B) и проволоки, не окажется при одном и том же потенциале V, тогда $\Delta V = 0$ и $W = 0$, наступает равновесие.

Таким образом, условие, при котором возможно движение зарядов по проводникам, т. е. *основное условие возможности электрического тока, — это существование разности потенциалов в разных точках тел, которые входят в состав электрической цепи.*

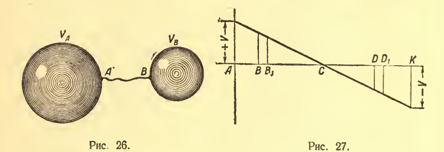


Рис. 26. Рис. 27.

Имея в виду, что $q = It$, где I — сила постоянного тока и t — время его действия, приходим к выражению работы тока:

$$W = I(V_A - V_B)t; \quad W = IUt. \qquad (8\text{-}2)$$

Формула (8-2) может быть применена ко всяким двум точкам цепи постоянного тока, поэтому явление электрического тока может иметь место только между такими точками цепи, потенциалы которых не равны; если $V_A = V_B$, то $W = 0$. Если на полюсах источника имеем (рис. 27) потенциалы $+V$ и $-V$, то и в любых двух точках цепи B и B_1, D и D_1 существует разность потенциалов, или падение потенциала, в сторону которого перемещаются положительные заряды. Этот вывод, к которому приводит теория, был установлен ранее экспериментально основателями учения об электрическом токе.



Рис. 28

Земля есть проводник, и поверхность ее есть эквипотенциальная поверхность; заряжая какое-нибудь тело, изолированное от Земли, мы сообщаем ему потенциал, отличный от потенциала Земли. Для того чтобы разрядить это тело, соединяем его с Землей, потенциал тела сравнивается с потенциалом Земли: тело разряжается, так как при $\Delta V = 0$ никаких явлений тока уже

нельзя ждать. Поэтому *потенциал Земли условно принимают за нуль.*

Электроскоп с алюминиевыми листочками или с легкоподвижной стрелкой (рис. 28) можно постепенно заряжать, переводя на него при помощи шарика или пластинки на изолированной ручке заряды от какого-либо заряженного проводника или источника электричества (например, от лейденской банки или электрофора).

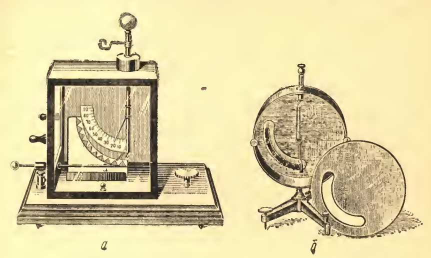


Рис. 29.

По мере увеличения заряда увеличиваются и показания электроскопа, но потенциал проводника пропорционален заряду, поэтому показание электроскопа есть в то же время и оценка потенциала, точнее — разности потенциалов листочков (стрелки) и корпуса (или оправы) электроскопа, которые электризуются через влияние. Если оправу соединить с Землей («отвести к Земле»), то показания электроскопа дадут прямо потенциал листочков, т. е. соединенного с ними тела. Если электроскоп снабжен шкалой, градуированной на вольты, то такой измерительный прибор называется *электрометром**. На рис. 29, *а* и *б* изображены электрометры К о л ь б е (для небольших разностей потенциалов) и Б р а у н а (для 100, 1000 и т. д. вольт).

Измерение потенциала проводника сводится к соединению любой точки его поверхности при помощи проводника с электрометром, так как электрометр, становясь частью этой поверхности, принимает и регистрирует потенциал проводника.

* Первый электрометр был построен проф. Р и х м а н о м в Петербурге (1752 г.) для исследования атмосферного электричества. Подвижным указателем служила льняная нить.

Если нужно измерить потенциал в данной точке поля, например, в данной точке атмосферы, следует этот участок поля сделать проводящим, а затем соединить его при помощи проволоки с электрометром, как поступаем при измерении потенциала всякого проводника.

Чтобы сделать воздух в данном элементе объема проводящим, достаточно в него внести пламя, раскаленную проволоку, радиоактивное вещество и т. п. Введем конец пламени, например, газовой горелки в ту точку поля, потенциал которой подлежит определению. В пламени находится также конец провода, соединенного с электрометром. Передвигая пламя в поле, можно изучить распределение потенциала в нем, выяснить эквипотенциальные поверхности, направление падения потенциала и т. д. При помощи такого метода можно исследовать электрическое поле Земли.

Из этих исследований вытекают следующие важные заключения о земном электрическом поле, которые подтверждены многочисленными и точными наблюдениями в разных точках поверхности Земли.

1. Вокруг Земли простирается электрическое поле, в котором эквипотенциальные поверхности в первом приближении являются сферами.

2. По мере подъема над земной поверхностью потенциал в этом поле увеличивается (приближенно — по 1 *в* на 1 *см*);

$$-\frac{\Delta V}{\Delta h} = 1\frac{в}{см} = 100\frac{в}{м}.$$

Это значит, что поле имеет направление к земной поверхности:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta h}.$$

Следовательно, надо ожидать, что поверхность Земли имеет отрицательный заряд; это и подтверждается наблюдениями.

3. Вычислим отрицательный заряд всей земной поверхности. Для поля в воздухе напряженность по теореме Гаусса выразим так:

$$E = 4\pi\sigma,$$

где σ — поверхностная плотность заряда.

По данным наблюдений имеем:

$$E = 1\frac{в}{см} = \frac{1}{300} \text{ СГСЭ},$$

поэтому:

$$\sigma = \frac{1}{300 \cdot 4\pi} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ СГСЭ}.$$

Примем приближенно средний радиус Земли за $6 \cdot 10^8$ *см* и поверхность ее $4 \cdot 10^{18}$ *см*^{2}, тогда отрицательный заряд ее поверхности приближенно определится так:

$$q = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{18} = 1{,}2 \cdot 10^{15} \text{ СГСЭ} = 0{,}4 \cdot 10^6 \ \kappa,$$

т. е. около полумиллиона кулонов.

4. С высотой напряженность поля быстро падает. Напряженность электрического поля у поверхности Земли в среднем составляет около 127 *в/м*. Над морем она бывает зимой около 135 *в/м*, летом в среднем 117 *в/м*. На высоте 50 *м* над поверхностью Земли она равна 55 *в/м*, на высоте 1000 *м* она составляет всего 42 *в/м*, на 3000 *м* уже 25 *в/м*, а на 12 *км* достигает только 2,3 *в/м*. Наконец, поле оканчивается в слое, хорошо проводящем электричество (ионосфера); в нем напряженность электрического поля Земли равна 0.

5. Наблюдения над показаниями стационарно расположенных электрометров в данной точке земного поля обнаруживают, что напряженность поля Земли сильно зависит от изменения метеорологических характеристик состояния атмосферы. Изменения давления, температуры, влажности, количества пыли в воздухе и т. д. сказываются на напряженности поля в данном месте. Особенно сильны колебания напряженности во время процессов конденсации паров в атмосфере — во время дождя, града и т. п.; при этом наблюдаются быстрые переходы от положительных направлений поля к отрицательным и обратно. Если эти колебания напряженности обусловливают значительные разности потенциалов в областях атмосферы, сравнительно близких друг к другу, то выравнивание потенциалов при ионизации воздуха происходит в виде разряда искрой — молнией.

§ 9. Электрическое поле диполя

Поле диполя изображено при помощи силовых линий на рис. 16. Определим его количественно, вычисляя напряженность E в разных его точках.

Два равных, но разноименных заряда диполя $+q$ и $-q$ находятся на расстоянии l друг от друга (рис. 30). Вычислим напряженность поля в точке A, находящейся на продолжении прямой, соединяющей полюсы диполя или на его оси, на расстоянии r от середины диполя O. Вектор напряженности E_A в точке A выразится как разность двух векторов E_1 и E_2, направленных в разные стороны по одной прямой:

$$E_A = E_1 - E_2; \quad E_1 = \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}; \quad E_2 = \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2};$$

$$E_A = \frac{2rql}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2} = \frac{2ql}{r^3\left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)^2} = \frac{2ql}{r^3}\left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)^{-2}.$$

Как в электротехнике, так и в молекулярной и атомной физике имеют основное и распространенное значение те случаи, когда размеры диполя l во много раз (в сотни и тысячи раз) меньше расстояния r; $l \ll r$. Тогда представляется возможность в разложении по биному Ньютона

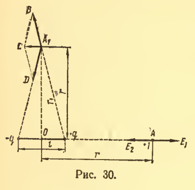


Рис. 30.

$$\left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)^{-2} = 1 + 2\frac{l^2}{4r^2} + 3\frac{l^4}{16r^4} + \ldots$$

отбросить все члены ряда, кроме первого, как содержащие высшие степени очень малой величины $\frac{l}{2r}$. Напряженность в точке A получает такое значение:

$$E_A = \frac{2ql}{r^3}; \qquad (9\text{-}1)$$

величина $ql = M$ характеризует диполь и называется *электрическим моментом диполя*; электрический момент есть вектор, имеющий направление по оси диполя в сторону положительного заряда. Размерность единицы момента диполя в системе МКСА:

$$[M] = (1\ к) \cdot (1\ м).$$

Эта единица не имеет особого названия: она равна $3 \cdot 10^9 \cdot 100 = c \cdot 10$ единиц системы СГСЭ, где c — скорость света в вакууме.

Итак, напряженность в точке A выражается формулой:

$$E_A = \frac{2M}{r^3}. \qquad (9\text{-}2)$$

Следовательно, *напряженность в точке A поля диполя с моментом M обратно пропорциональна кубу расстояния этой точки от середины диполя.*

Рассмотрим теперь, как выражается напряженность поля диполя в точке A_1, находящейся на расстоянии $r = OA_1$ по перпендикуляру, восставленному к оси диполя в точке O (рис. 30). Заряды $+q$ и $-q$ обусловливают в точке A_1 векторы напряженности $\overrightarrow{E_1} = \overrightarrow{A_1B}$ и $\overrightarrow{E_2} = \overrightarrow{A_1D}$; сумма этих векторов $\overrightarrow{A_1C}$ определит напряженность E_{A_1} в точке A_1:

$$\overrightarrow{E_{A_1}} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}.$$

Из подобия треугольников имеем:

$$\frac{A_1C}{A_1B}=\frac{l}{r_1};\quad \frac{E_{A_1}}{E_1}=\frac{l}{r_1};\quad E_1=\frac{q}{r_1^2};\quad r_1=\sqrt{r^2+\frac{l^2}{4}};$$

выполним надлежащие подстановки:

$$E_{A_1}=\frac{E_1 l}{r_1}=\frac{ql}{r_1^3}=\frac{ql}{\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{M}{r^3\left[1+\left(\frac{l}{2r}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}=\frac{M}{r^3}\left(1-\frac{3}{2}\frac{l^2}{4r^2}+\cdots\right).$$

На основании вышеизложенных соображений полагаем:

$$E_{A_1}=\frac{M}{r^3}. \tag{9-3}$$

В точке A_1 напряженность поля диполя тоже обратно пропорциональна кубу расстояния r, но вдвое меньше, чем в точке A; вообще, поле диполя неоднородно, что и было видно из его изображений (рис. 16).

Наконец, выясним, как выражается напряженность E в любой точке L поля диполя, положение которой определяется расстоянием r от точки O (рис. 31) и углом α, который образует прямая OL с осью диполя. Остается в силе условие

$$l \ll r.$$

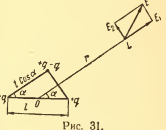


Рис. 31.

Чтобы упростить решение этого вопроса, прибегнем к искусственному приему: 1) из конца диполя опустим перпендикуляр на r и построим на l прямоугольный треугольник; 2) в вершине прямого угла поместим два равных заряда $+q$ и $-q$; при этом: а) поле нашего диполя не изменится, так как в каждой его точке векторы напряженности добавленных зарядов будут равны и противоположно направлены; б) образуются два новых диполя, моменты которых будут соответственно равны:

$$M_1=ql\cos\alpha;\quad M_2=ql\sin\alpha;$$

а сумма их моментов равна моменту M нашего основного диполя:

$$\sqrt{M_1^2+M_2^2}=\sqrt{q^2l^2\cos^2\alpha+q^2l^2\sin^2\alpha}=ql=M.$$

Каждый из этих двух диполей в точке L обусловит появление векторов напряженности: 1) E_1 — при условии $l \ll r$ этот вектор

можно считать направленным по оси диполя с моментом M_1; 2) E_2— этот вектор, перпендикулярный к OL, определит напряженность поля диполя с моментом M_2.

Таким образом, выразив напряженности E_1 и E_2 по предыдущим формулам (9-2) и (9-3):

$$E_1 = \frac{2M_1}{r^3}; \quad E_2 = \frac{M_2}{r^3},$$

находим напряженность поля E в точке L как сумму этих векторов (рис. 31):

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2};$$

$$E = \sqrt{\frac{4M_1^2}{r^6} + \frac{M_2^2}{r^6}} = \sqrt{\frac{4q^2l^2\cos^2\alpha + q^2l^2\sin^2\alpha}{r^6}} =$$

$$= \frac{ql}{r^3}\sqrt{4\cos^2\alpha + \sin^2\alpha};$$

$$E = \frac{M}{r^3}\sqrt{3\cos^2\alpha + 1}. \qquad (9\text{-}4)$$

Так выражается напряженность поля диполя в любой его точке. Выведенные ранее формулы (9-2) и (9-3) могут быть получены из этой общей формулы при $\alpha = 0$ и $\alpha = 90°$.

Два соединенных диполя образуют *квадруполь*. Напряженность в поле квадруполя обратно пропорциональна 4 степени расстояния, а сила взаимодействия обратно пропорциональна 6 степени расстояния. Два сложенных квадруполя представляют собою *октуполь*, напряженность поля которого изменяется обратно пропорционально 5 степени расстояния. Примером октуполя может служить ячейка кристалла каменной соли (т. I, стр. 408).

Мы видели, что в поле диполя величина напряженности зависит от направления:

$$E = \frac{M}{r^3}\sqrt{3\cos^2\alpha + 1}.$$

Зависимость напряженности электрического поля от направления имеет место и у квадруполя и октуполя. Вследствие этого при взаимодействии таких систем зарядов будут возникать не только равнодействующие сил, но и *пары сил*. Притяжение и отталкивание этих систем будет вызывать перемещения или *трансляции системы*, а вращающие моменты, создаваемые парами сил, приведут к поворотам или изменению *ориентации системы*. Исследования показали, что ориентационные взаимодействия ведут системы к такому расположению, при котором имеет место их взаимное притяжение.

§ 10. Потенциал точечного заряда, системы зарядов, диполя, заряженной сферы

Мы уже видели, что в вакууме потенциал точечного заряда в точке поля в системе СГСЭ выражается формулой

$$V = \frac{q}{r},$$

где q — количество электричества точечного заряда, r — расстояние от заряда до данной точки.

В системе МКСА придется ввести электрическую постоянную ε_0:

$$V = \frac{q}{\varepsilon_0 r},$$

где $\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2}$, q измеряется в кулонах, r — в метрах.

Если имеется система точечных зарядов (рис. 11 и 12), то потенциал в каждой точке поля будет (как скаляр) складываться из потенциалов, создаваемых каждым зарядом:

$$V = \Sigma V_i,$$

но

$$V_i = \frac{q_i}{\varepsilon_0 r_i}.$$

Отсюда потенциал в точке электрического поля, созданного системой точечных зарядов, выражается в системе МКСА:

$$V = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i}. \tag{10-1}$$

Если заряды распределяются в системе непрерывно, то сумма заменяется интегралом:

$$V = \int \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{dq}{r}. \tag{10-2}$$

Мы убедились, что обращаться с величиной потенциала легче, чем с величиной напряженности, так как скаляры можно складывать алгебраически, а векторы напряженности приходится складывать геометрически, по правилу параллелограмма векторов. Если величина и распределение потенциала в поле известны, то нетрудно найти и напряженность поля в данной точке:

$$E = -\operatorname{grad} V = -\frac{dV}{dl}. \tag{10-3}$$

Из формулы (10-3) видно, что достаточно продифференцировать потенциал V по расстоянию r, чтобы получить напряженность E, в чем легко убедиться, выполнив дифференцирование для потенциала точечного заряда.

Найдем потенциал V в точке O поля диполя (рис. 32). Очевидно, он слагается из потенциалов, возбуждаемых зарядами диполя $+q$ и $-q$.

$$V = V_1 + V_2 = \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} = q\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}.$$

Но

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= r - \frac{l}{2}\cos\alpha \\ r_2 &= r + \frac{l}{2}\cos\alpha \end{aligned}\right\} \; r_2 - r_1 = l\cos\alpha.$$

Рис. 32.

Произведение $r_1 r_2$ при условии $l \ll r$ можно принять равным $r_1 r_2 \approx r^2$. Тогда потенциал в любой точке поля диполя

$$V = \frac{M\cos\alpha}{r^2}. \qquad (10\text{-}3)$$

Отсюда легко найти составляющие вектора напряженности по направлению r и по направлению α, перпендикулярному r:

$$E_r = -\frac{d}{dr}\left(\frac{M\cos\alpha}{r^2}\right) = \frac{2M\cos\alpha}{r^3}; \quad E_\alpha = -\frac{dV}{dl},$$

где $dl = r d\alpha$, тогда

$$E_\alpha = -\frac{1}{r}\frac{dV}{d\alpha} = -\frac{1}{r}\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{M\cos\alpha}{r^2}\right) = \frac{M\sin\alpha}{r^3}.$$

Сложив квадраты напряженностей E_r и E_α по теореме Пифагора, получим по извлечении корня знакомую формулу напряженности в данной точке O электрического поля диполя:

$$E = \frac{M}{r^3}\sqrt{3\cos^2\alpha + 1}.$$

При $\alpha = 0^\circ$ $E_1 = \frac{2M}{r^3}$; при $\alpha = 90^\circ$ $E_2 = \frac{M}{r^3}$.

Все выкладки проведены здесь в предположении, что $\varepsilon_0 = 1$. При измерениях в системе МКСА придется в знаменателе поставить $\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2}$.

Мы уже показали, что электрическое поле заряженной сферы радиуса R таково, как если бы заряд этой сферы был сосредоточен

в ее центре, т. е. внешнее по отношению к сфере поле соответствует полю точечного заряда в центре сферы, т. е. в системе СГСЭ

$$V = \frac{q}{r},$$

где r расстояние от центра сферы до данной точки.

Внутри сферы по теореме Гаусса поток вектора напряженности

$$\psi_i = 4\pi q_i,$$

где q_i — заряд, находящийся внутри сферы. Если заряд отсутствует, то $\psi_i = 0$, а следовательно, и $E_i = 0$. В этом случае, очевидно, $V_i = \text{const}$: *внутри заряженной сферы потенциал постоянен во всех точках и равен потенциалу на сфере*, т. е.

$$V_i = \frac{q}{R}.$$

Напомним, что при измерении в системе МКСА в вакууме

$$V_i = \frac{q}{\varepsilon_0 R},$$

Рис. 33.

где q измерено в кулонах, R — в метрах, $\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2}$. Величина V_i получится в этом случае в вольтах. Что касается потенциала точек поля, находящихся вне сферы, то, как мы уже говорили:

$$V_a = \frac{q}{\varepsilon_0 r},$$

где q — количество электричества, размещенного на сфере, r — расстояние от центра сферы до данной точки поля. Обычно вводят поверхностную плотность заряда σ на сфере, тогда

$$q = 4\pi\sigma R^2. \tag{10-4}$$

Если, наконец, шар равномерно заполнен по объему электрическими зарядами с объемной плотностью

$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}, \tag{10-5}$$

то напряженность поля внутри и вне шара изменяется так, как это показано на рис. 33. Потенциал равен в системе МКСА:

а) в центре шара

$$V_0 = \frac{3}{2}\frac{q}{\varepsilon_0 R},$$

где R — радиус шара в метрах, q — заряд шара в кулонах, V_0 — потенциал в вольтах;

б) внутри шара на расстоянии r_i от центра

$$V_i = \frac{3}{2}\frac{q}{\varepsilon_0 R}\left(1 - \frac{r_i^2}{3R^2}\right);$$

в) на поверхности шара

$$V_R = \frac{q}{\varepsilon_0 R};$$

г) вне шара на расстоянии r от центра

$$V_a = \frac{q}{\varepsilon_0 r},$$

т. е. потенциал точки поля вне шара, создаваемого равномерно заряженным шаром, такой же, как если бы весь заряд был помещен в центре этого шара.

Глава II

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

§ 11. Проводники и диэлектрики

Общеизвестно, что разные вещества по отношению к электричеству ведут себя различно. В одних телах электричество движется сравнительно легко; оно течет в них, если на носителей заряда действует сила электрического поля. В других телах подобное течение электричества практически едва достижимо. Вещества первого рода называются *проводниками*, так как они могут проводить электричество; вещества второго рода называются непроводниками, изоляторами или *диэлектриками*.

Однако между этими веществами не существует резкого разделения, а имеются всевозможные промежуточные ступени между лучшими проводниками и совершенными диэлектриками. Вещества, имеющие отчетливую, но сравнительно небольшую проводимость, называются *полупроводниками*.

Лучшими проводниками являются металлы, а среди них серебро и медь. К наиболее совершенным непроводникам относятся: кварц и слюда, янтарь, эбонит, шелк, газы. Чистые жидкости (исключая жидкие металлы) очень плохие проводники. Единственным абсолютным непроводником является вакуум.

Что же такое электричество? До сих пор мы подразумевали под ним нечто, находящееся внутри или на поверхности тел; оно может при благоприятных условиях перемещаться. Фактически элект-

ричество — одно из свойств материи, одна из форм движения материи. Не существует электричества, которое не было бы неразрывно связано с некоторой массой. Каждый атом построен из электрически заряженных частиц. Причина того, что непосредственно наблюдаемые нами тела обыкновенно кажутся нам ненаэлектризованными, заключается в том, что эти тела содержат положительные и отрицательные атомные заряды в одинаковом количестве и равномерно распределенными так, что действия этих зарядов взаимно уравновешиваются.

Как известно, в состав каждого атома входит атомное ядро, содержащее подавляюще большую часть массы атома, и которое несет положительный электрический заряд. Этот заряд всегда кратен определенному элементарному количеству электричества. Ядро атома несет ровно столько положительных элементарных зарядов, каков порядковый номер соответствующего элемента в периодической системе, например, ядро атома водорода имеет 1, гелия 2, лития 3, урана 92 электрических заряда. Ядра атомов окружены оболочками электронов (название «электрон» введено Стони в 1881 г.). Масса электрона равна 1/1836 массы атома водорода. Заряд электрона всегда является отрицательным электрическим зарядом. Частицы с такой же массой, но с положительным электрическим зарядом, называются *позитронами*. В электронной оболочке электрически нейтрального атома содержится столько электронов, каков порядковый номер элемента в таблице Менделеева. Поэтому сумма его положительных ядерных зарядов равна сумме отрицательных электрических зарядов и внешние действия их взаимно уничтожаются. Если же атом, или молекула, потеряет один или несколько электронов, то заряжается положительно. Наоборот, если в оболочку нейтрального атома внедрятся еще электроны, то осуществляется его отрицательный заряд. Такие заряженные атомы или молекулы, в отличие от нейтральных, называются *ионами*.

Электрический элементарный заряд равен:

$$e = (4{,}80286 \pm 0{,}00009) \cdot 10^{-10} \text{ единиц СГСЭ},$$
$$e = (1{,}60206 \pm 0{,}00003) \cdot 10^{-19}\ \kappa \text{ в системе МКСА}.$$

Масса покоя электрона

$$m = (9{,}1083 \pm 0{,}0003) \cdot 10^{-28}\ г.$$

Из предыдущего вытекает, что электричество может появляться всегда только в форме зарядов ионов или электронов, т. е. целочисленно кратным элементарного заряда. Этот атомный электрический образ мы будем использовать как модель носителя заряда.

Следует упомянуть и о возбуждении электричества, например, трением. Фактически в таких случаях речь идет о том, что в каждом теле, содержащем в невероятно колоссальных числах элементарные заряды противоположных знаков, происходит частичное

незначительное разделение зарядов противоположных знаков. Поэтому всегда разделяются лишь равные заряды противоположных знаков.

После этих пояснений вскрывается и причина различных свойств веществ по отношению к электричеству. Так как электрический ток невозможен без перемещения носителей зарядов (электронов, ионов), то вещество может быть проводником лишь при том условии, когда оно содержит свободно подвижные, т. е. непрочно соединенные с местом носители зарядов. Чем больше таких свободных носителей зарядов оно содержит и чем легче они перемещаются, тем лучшим проводником является вещество.

Из опытов и наблюдений следует, что в металлах не существует движения положительного электричества. С потоком положительного электричества неизбежно связано перемещение несущих заряды атомов. Но это всегда можно было бы заметить, например, в проводах при прохождении по ним электричества. Так, паяльное олово должно было бы постепенно перемещаться из спая проводов и заменяться прибывающей медью. Но подобных явлений не замечается. Отсюда следует, что *течение электрических зарядов в металлических проводниках, по крайней мере, в обычных условиях, состоит всегда в движении электронов*, т. е. отрицательных зарядов, в то время, как положительные заряды остаются на своих местах.

Электроны в металле свободно подвижны. Малая сила, на них действующая, приводит их в состояние движения. Следовательно, *металлы обладают электронной проводимостью.* В растворах кислот, солей и щелочей наблюдается при возникновении электрического поля движение заряженных частиц — ионов: положительно заряженных в одну сторону, отрицательно заряженных — в другую. В этом случае речь идет об *ионной проводимости.*

Диэлектрики, как и все вещества, построены из атомных носителей зарядов. Но в противоположность проводникам, в диэлектриках заряженные частицы свободно неподвижны. Здесь приходится различать разные случаи. Среди твердых диэлектриков существует группа веществ, построенных из положительных и отрицательных ионов, например, кристаллы каменной соли состоят из ионов Na^+ и Cl^-, расположенных по вершинам кубической решетки. Эти ионы имеют определенные положения равновесия, около которых колеблются тепловым движением, но не могут совсем покинуть свое положение, будучи связаны силами электростатического взаимодействия. Поэтому положительные ионы в электрическом поле будут смещаться по направлению поля, отрицательные ионы — в противоположную сторону, и тем сильнее, чем больше напряженность поля. Вследствие этого возникает на поверхности диэлектрика, из которой выходят силовые линии, положительный заряд, а на противоположной поверхности — отрицательный заряд.

Среди других диэлектриков есть и такие, молекулы которых по природе своей являются электрическими диполями. Но так как все атомы и молекулы состоят из электрически заряженных частиц, то, оказавшись в электрическом поле, их положительные и отрицательные заряды смещаются полем в противоположных направлениях, и нейтральная до этого частица получает электрический момент. Естественные молекулярные диполи стремятся расположиться по направлению поля, а диполи второго рода уже при своем образовании направлены вдоль поля. Схема связи частиц в кристаллах приведена в I томе, стр. 428—430.

Схема связей частиц в твердых телах изображена в I томе на рис. 403 (стр. 429), а 4 вида кристаллических решеток описаны § 145 (I том, стр. 428—430).

На рис. 34 схематически нанесены уровни энергии, которые соответствуют кристаллу в целом как одной гигантской молекуле.

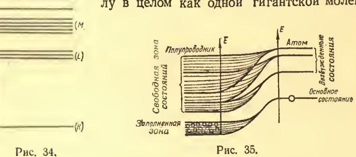


Рис. 34. Рис. 35.

Они возникают вследствие связи решеток. Нормально электроны находятся в состояниях, уровни которых изображены сплошными черными полосками. Такие состояния называются *«заполненными»*. При притоке энергии ΔW электроны могут быть переведены и в более богатые энергией состояния. Уровни энергии таких нормально *«незаполненных»* состояний изображены штриховкой.

В нижней части диаграммы изображены уровни энергии атомов, из которых построен кристалл. Они принадлежат электронам в состояниях, которые в атомной модели Бора соответствуют оболочкам K, L, M.

Вверху и внизу диаграммы используются разные подразделения ординат ΔW в электронвольтах. Каждый уровень энергии состоит из стольких частных уровней, сколько электронов содержится в целом кристалле. Его ширина прибывает с возрастанием высоты уровня. Разность ΔW двух уровней дает энергию, которую электрон в кристалле может принять или отдать в элементарном процессе.

На рис. 35 изображена схема энергетических состояний электронов — справа в изолированном атоме, слева в полупроводнике. В последнем имеется свободная зона состояний электрона, в которую могут попадать электроны за счет энергии хаотического теплового движения частиц. При достаточно низких температурах полупроводники ведут себя как изоляторы, но с повышением температуры возникает их электронная проводимость.

§ 12. Напряженность поля в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость

В формуле закона Кулона для взаимодействия двух точечных зарядов

$$f = k\frac{qq_1}{r^2},$$

в нерационализованной системе единиц СГСЭ принято для вакуума $k = 1$, в рационализованной системе единиц МКСА для взаимодействия зарядов в вакууме принято $k = \frac{1}{\varepsilon_0}$, тогда

$$f = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{qq_1}{r^2}. \qquad (12\text{-}1)$$

Опыт показал, что если заряды находятся в диэлектрике (например, в воздухе, воде, керосине и т. д.), то силы их взаимодействия оказываются меньше, чем в вакууме в ε раз. *Отвлеченное число ε, показывающее, во сколько раз уменьшаются силы взаимодействия при помещении зарядов в данную среду по сравнению с силами их взаимодействия в вакууме, называют диэлектрической проницаемостью данного диэлектрика.* Закон Кулона в нерационализованной системе единиц СГСЭ для сил взаимодействия двух точечных зарядов в среде с диэлектрической проницаемостью ε примет вид:

$$f = \frac{qq_1}{\varepsilon r^2}. \qquad (12\text{-}2)$$

В рационализованной системе единиц МКСА эта формула примет вид:

$$f = \frac{qq_1}{\varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \qquad (12\text{-}3)$$

где диэлектрическая проницаемость вакуума

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2}\,\frac{н \cdot м^2}{к^2}.$$

Иногда произведение $\varepsilon_0\varepsilon$ обозначают, как ε^*. Ясно, что ε — отвлеченное число, а ε^* — именованная величина. Ее размерность $(1\ н) \cdot (1\ м)^2 : (1\ к)^2$.

Так как напряженность поля равна силе взаимодействия зарядов, отнесенной к единице количества электричества, то для зарядов в радиальном поле, образованном зарядом q в среде с диэлектрической постоянной ε, напряженность поля в системе СГСЭ равна

$$E = \frac{q_1}{\varepsilon r^2},$$

а в рационализованной системе МКСА

$$E = \frac{q}{\varepsilon^* r^2}. \qquad (12\text{-}4)$$

Заряженная пластинка, находящаяся в среде с диэлектрической постоянной ε, имеет напряженность поля

$$E = \frac{2\pi\sigma}{\varepsilon}, \qquad (12\text{-}5)$$

Поле между двумя разноименно заряженными пластинками имеет напряженность

$$E = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}. \qquad (12\text{-}6)$$

Если разность потенциалов между такими пластинками или напряжение равно $V_1 - V_2$, то, как было уже показано:

$$E = \frac{V_1 - V_2}{l} = \frac{U}{l} \qquad (12\text{-}7)$$

и, очевидно, в системе МКСА единицей измерения напряженности служит (1 *в*) : (1 *м*).

§ 13. Электростатическая индукция

При введении понятия о напряженности поля предполагалось, что поле образовывалось в вакууме или в воздухе, т. е. при условии $\varepsilon = 1$ в системе СГСЭ. Если поле образовано в каком-либо ином диэлектрике (изоляторе), например, в стекле, керосине и т. д., то напряженность его будет в ε раз слабее. Для ясности напомним, что длительно существующее поле может быть образовано только в диэлектрике, так как, если бы появилось поле в проводящей среде, то произошло бы перемещение зарядов до положения равновесия, так как возник бы ток.

В среде с диэлектрической проницаемостью ε напряженность радиального поля, как было указано, выразится так:

$$E = \frac{1}{\varepsilon}\frac{q}{r^2}. \qquad (13\text{-}1)$$

Из этого выражения видно, что заряд q уже не определяет всецело числа силовых линий и напряженности; то и другое зависит еще

от ε — диэлектрических свойств среды, в которой образовано поле.

Пусть в центре воздушного пузырька находится заряд $+q$ (рис. 36, *а*), пузырек окружен парафином ($\varepsilon = 2$). Поле в парафине в два раза слабее, чем в воздухе; поэтому число силовых линий при переходе из воздуха в парафин уменьшается вдвое; число линий определяется уже не только q, но и диэлектрической проницаемостью среды ε.

Для того чтобы воспользоваться и в этом случае характеристикой поля, установленной при помощи построения силовых линий,

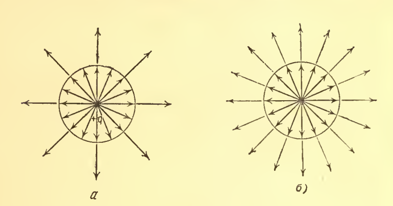


Рис. 36.

введем новую характеристику поля D, называя ее *электростатической индукцией*, под условием

$$D = \varepsilon E. \qquad (13\text{-}2)$$

Из этого условия следует, что индукция D определяется числом линий индукции на 1 $см^2$ поверхности (рис. 18):

$$D = \varepsilon E = \varepsilon \frac{1}{\varepsilon} \frac{q}{r^2} = \frac{q}{r^2}. \qquad (13\text{-}3)$$

Необходимо отметить, что линии индукции D по существу отличаются от силовых линий, характеризующих напряженность E; в среде с диэлектрической проницаемостью ε напряженность E слабее в ε раз, чем в воздухе (вакууме). Поэтому, при переходе из воздуха в эту среду число силовых линий E меняется, но число линий индукции D остается неизменным; мы должны представлять себе, что линии D расположены в ε раз гуще, чем линии E в этой среде (рис. 36, *б*).

Итак:

1. Электростатическая индукция поля не зависит от диэлектрических свойств среды ε и определяется числом линий индукции на 1 $см^2$, которое зависит только от заряда q:

$$D = \frac{q}{r^2}.$$

Это значит, что к этой величине применимо все, что сказано о напряженности поля при $\varepsilon = 1$.

2. *Индукция поля есть вектор*, имеющий направление вектора напряженности E, но по величине в ε раз больший E. При наличии многих полей их индукции $D_1, D_2, D_3, \ldots$ складываются по правилу параллелограмма:

$$\overrightarrow{D} = \overrightarrow{D_1} + \overrightarrow{D_2} + \overrightarrow{D_3} + \cdots \tag{13-4}$$

§ 14. Теорема Гаусса — Остроградского для поля в диэлектрике

Все рассуждения о силовых линиях поля можно повторить при тех же условиях о линиях индукции поля, поэтому поток индукции Ψ, пронизывающий любую замкнутую поверхность, окружающую заряд q, выразится так:

$$\Psi = 4\pi q. \tag{14-1}$$

Эта формула выражает теорему Гаусса — Остроградского, которая определяет число линий индукции, выходящих из заряда $+q$.

Следует освободиться от ограничения общности, которое имелось в предыдущих выводах: мы брали радиальное поле уединенного заряда.

Пусть теперь мы имеем *однородное поле*: линии индукции перпендикулярны некоторой площади AB; поток индукции падает на S $см^2$ этой площади (рис. 37); тогда поток индукции Ψ_0, проходящий через эту площадь S $см^2$ (по определению индукции D), изобразится следующим образом:

$$\Psi_0 = DS. \tag{14-2}$$

Если площадь AB перейдет в положение AO (рис. 37), образующее угол α с первоначальным положением AB, то через нее пройдет лишь поток, пронизывающий площадь S_1, равный площади AC, т. е. меньший поток Ψ или меньшее число линий индукции, именно:

$$\Psi = DS_1; \quad S_1 = \text{площ. } AC = \text{площ. } AO\cos\alpha = S\cos\alpha;$$

$$\Psi = \Psi_0\cos\alpha; \; \Psi = DS\cos\alpha. \tag{14-3}$$

Так как $\alpha = \angle CAO = \angle CON$, то

$$\Psi = \Psi_0 \cos (D,N), \tag{14-4}$$

где N — нормаль к площадке AO.

Знак косинуса определяет знак потока, его направление.

Обобщим предыдущее рассуждение на случай неоднородного поля. Пусть заряд q находится в центре сферической поверхности с радиусом r; выделим на ней бесконечно малую площадку dS_0, на которой вектор индукции имеет постоянное значение D_0; поток индукции через эту площадку:

$$d\Psi_0 = D_0 dS_0.$$

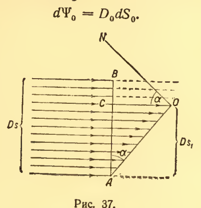


Рис. 37.

Пусть эта площадка повернута на угол α. Так как $dS = dS_0 \cos \alpha$, то приходим к общему выражению потока вектора D_0 через эту площадку:

$$d\Psi = D_0 dS_0 \cos \alpha.$$

Этот результат можно истолковать двояко:

1. $D_0 dS_0 = d\Psi_0$; поэтому

$$d\Psi = d\Psi_0 \cos \alpha. \tag{14-5}$$

Это есть обобщение формулы потока индукции для элементарной поверхности неоднородного поля.

2. $D_0 \cos \alpha = D_n$ — это проекция вектора D_0 на направление нормали к площадке; поэтому

$$d\Psi = D_n dS_0.$$

В выражение потока вектора D_0

$$d\Psi = D_0 dS_0 \cos \alpha = D_0 dS,$$

введем значение величин D_0 и dS:

1) По закону Кулона

$$D_0 = \frac{q}{r^2}.$$

2) Площадь сферического сегмента

$$dS = r^2 d\varphi.$$

Находим

$$d\Psi = \frac{q}{r^2} r^2 d\varphi = q d\varphi. \quad (14\text{-}6)$$

Для всей замкнутой поверхности:

$$\Psi = q \int_0^{4\pi} d\varphi = 4\pi q. \quad (14\text{-}7)$$

Итак, в этом общем случае теорема Гаусса — Остроградского гласит: *поток индукции, пронизывающий какую угодно поверхность, внутри которой находится образующий поле заряд q, всегда равен $4\pi q$.*

Если внутри замкнутой поверхности находится произвольное число зарядов q_1, q_2, q_3,..., то потоки индукции, ими обусловленные, сложатся алгебраически и дадут сумму Ψ, совершенно не зависящую от расположения зарядов внутри любой поверхности, лишь бы она была замкнута, поэтому и для этого сложного случая имеем то же простое выражение теоремы Гаусса — Остроградского:

$$\Psi = 4\pi \Sigma q. \quad (14\text{-}8)$$

Рассмотрим ряд следствий и некоторые частные случаи применения теоремы Гаусса — Остроградского.

1. *Если имеются заряды вне данной замкнутой поверхности, то их общий поток индукции через эту поверхность равен нулю.* Каждая из линий потока индукции через любую площадку поверхности один раз входит в объем, другой раз выходит из него; таким образом, общий поток всех линий индукции в этом случае равен нулю: $\Psi = 0$.

2. Имеем проволоку длиной l; если на каждом сантиметре длины ее находится заряд σ_1, то число линий индукции, выходящих во все стороны перпендикулярно к проволоке, определяется по теореме Гаусса — Остроградского:

$$\Psi = 4\pi q = 4\pi l \sigma_1. \quad (14\text{-}9)$$

Если представить себе, что проволока окружена какой-либо симметрично расположенной поверхностью, например, цилиндрической поверхностью, с радиусом r, то на каждый квадратный сантиметр этой поверхности придется число линий индукции:

$$D = \frac{\Psi}{2\pi r l} = \frac{4\pi l \sigma_1}{2\pi r l} = \frac{2\sigma_1}{r}; \quad (14\text{-}10)$$

следовательно, напряженность поля на поверхности цилиндра выразится так:

$$E = \frac{1}{\varepsilon} \frac{2\sigma_1}{r}, \qquad (14\text{-}11)$$

напряженность поля в случае проволоки изменяется обратно пропорционально первой степени расстояния. Очевидно, $D = \frac{2\sigma_1}{r}$.

3. *Заряженная тонкая пластинка* (рис. 38) с поверхностной плотностью электричества σ и с поверхностью S (нижней и верхней) по теореме Гаусса — Остроградского создает около себя поток индукции

$$\Psi = 4\pi S\sigma;$$

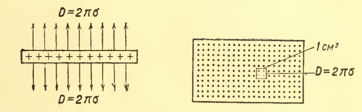


Рис. 38.

только вниз и только вверх поток будет вдвое меньше:

$$\frac{1}{2}\Psi = 2\pi S\sigma,$$

поэтому индукция в одну сторону пластинки:

$$D = 2\pi\sigma. \qquad (14\text{-}12)$$

4. *Две противоположно заряженные бесконечные пластинки* (рис. 39) имеют противоположно направленные индукции вне плас-

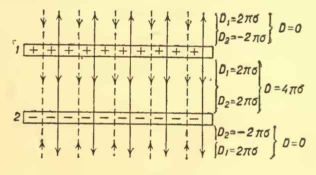


Рис. 39.

тинок; складываясь, они в сумме дают нуль; так, наверху — индукция первой пластины $D_1 = +2\pi\sigma$, индукция второй пластины $D_2 = -2\pi\sigma$, сумма $D_1 + D_2 = 0$; то же самое внизу. Между пластинами поля обеих пластин имеют одно и то же направление (в нашем случае — вниз); поэтому поток между пластинами $\Psi = 4\pi S\sigma$, а индукция

$$D = 4\pi\sigma. \tag{14-13}$$

Поле, образованное зарядами на пластинах, больших по сравнению с расстоянием между ними, однородно и не меняется от точки к точке.

5. Опираясь на эти выводы, можем вычислить силу, с которой например, верхняя пластина действует на нижнюю:

$$f = qE,$$

где q — заряд нижней пластинки; обозначив ее площадь через S, имеем:

$$q = S\sigma;$$

в формулу напряженности поля верхней пластинки расстояние не входит:

$$E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot 2\pi\sigma,$$

поэтому

$$f = \frac{1}{\varepsilon} \cdot 2\pi\sigma^2 S. \tag{14-14}$$

Силу f можно выразить иначе:

$$f = \frac{1}{2\varepsilon} D\sigma S = \frac{1}{2\varepsilon} DS\frac{D}{4\pi};$$

$$f = \frac{D^2 S}{8\pi\varepsilon}. \tag{14-15}$$

6. Каждый кубический сантиметр равномерно заряженного диэлектрика обусловливает поток индукции

$$\Psi = 4\pi\rho,$$

где ρ — есть объемная плотность зарядов в диэлектрике. Выделим в равномерно заряженной плоской пластинке из диэлектрика объем Sl, где S — некоторая площадка, находящаяся на расстоянии l, считаемом от срединной плоскости пластинки (пластинка ограничена двумя параллельными плоскостями; срединная плоскость параллельна им и находится от них на равных расстояниях).

Поток в этом объеме будет иметь значение

$$\Psi = 4\pi\rho S l;$$

следовательно, индукция поля, образованного зарядами в диэлектрике, дается формулой:

$$D = \frac{\Psi}{S} = 4\pi\rho l. \qquad (14\text{-}16)$$

Мы видим, что по мере продвижения площадки S, т. е. по мере увеличения l, индукция растет, увеличиваясь на $4\pi\rho$ при продвижении на единицу длины; в этом сказывается влияние зарядов, расположенных в каждом кубическом сантиметре поля в диэлектрике.

7. *Шар из диэлектрика* с радиусом r имеет объемную плотность зарядов ρ; полный поток индукции через всю поверхность шара $S = 4\pi r^2$ по теореме Гаусса — Остроградского

$$\Psi = 4\pi\Sigma q = 4\pi \cdot \frac{4}{3}\pi r^3\rho = \frac{16}{3}\pi^2 r^3\rho;$$

индукция на поверхности шара

$$D = \frac{\Psi}{S} = \frac{4}{3}\pi r\rho. \qquad (14\text{-}17)$$

Если представить себе ряд концентрических шаров с радиусами:

$$r_1 < r_2 < r_3 < \ldots < r,$$

то индукция и напряженность поля возрастают по мере удаления от центра шара пропорционально первой степени расстояния при постоянном ρ.

§ 15. Поляризация диэлектриков

Закон Кулона, внешне подобный закону тяготения, появился в ту эпоху, когда под влиянием теории тяготения Ньютона было распространено учение о «действии на расстоянии» (actio in distans); замечательно, что сам Ньютон неоднократно высказывался против идеи, что одно тело может действовать на другое на расстоянии без посредства среды; однако он отказывался объяснить, как именно среда между двумя телами передает тяготение: «Причину этих свойств силы тяготения я до сих пор не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю».

В учении о взаимодействии наэлектризованных тел вопрос о роли среды был поставлен Фарадеем, который ввел понятие о материальном образовании поля, связывающем появившиеся заряды: «Индукция по существу есть действие смежных частиц, через которые электрическая сила, зародившаяся или появившаяся в определенной точке, передается или поддерживается на расстоянии, причем она там появляется в равном количестве в виде силы того же рода, но противоположной по направлению».

Подобные идеи Фарадея послужили ему при открытии многих новых электрических и магнитных явлений и помогли

выработать основное понятие о поле как о материальной среде, в которой разыгрываются эти явления.

Представления Фарадея о роли среды, обогащенные новыми фактами, идеями и уточненной терминологией, живы и сейчас; они являются фундаментом современного учения о поле.

Во всех тех случаях, когда тело появляется в электрическом поле, в нем происходит *смещение зарядов* — положительных и отрицательных; проводник превращается в диполь, т. е. в тело, заряженное положительно на одном конце и отрицательно — на другом. Это явление — образование полюсов — называется *поляризацией*; с ним мы встречаемся везде, где происходит действие электрического поля на помещенные в него тела, проводники или диэлектрики. Существенная разница в этом отношении между теми и другими заключается в том, что заряды внутри проводника более или менее свободно перемещаются, почему под влиянием поля они уходят на внешние поверхности и там образуют полюсы — положительный и отрицательный, причем весь проводник как целое обращается в диполь. В диэлектриках нет свободно перемещающихся внутри зарядов, но атомы, молекулы и их группы могут под влиянием поля стать диполями; при этом они несколько *смещаются* из своего положения равновесия или, иначе, *ориентируются*, повертываясь по направлению внешнего поля.

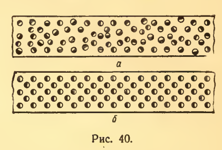


Рис. 40.

Общая картина явлений в диэлектрике такова: до появления поля диполи и молекулы расположены хаотически, беспорядочно (рис. 40, *а*); при появлении поля заряды смещаются и молекулы поворачиваются по внешнему полю (рис. 40, *б*). Конечно, в зависимости от внешнего поля и от зарядов молекул те и другие явления могут быть более или менее интенсивны; расположение всех молекул по направлению поля — исключительное явление и притом мгновенно нарушаемое тепловым движением; однако общая тенденция явлений в диэлектрике, помещенном в электрическое поле, именно такова, что молекулы ориентируются по направлению поля. Такое состояние диэлектрика называется его *поляризацией*.

В молекулах диэлектрика находятся противоположные заряды, которые, суммируясь, обусловливают нейтральность молекул. При этом различают два типа молекул.

1. *Полярные молекулы*, которые являются диполями, даже когда нет внешнего поля; в них есть центры положительных и отрицательных зарядов (рис. 41, *а*), разделенные некоторым расстоянием

l; величину $M = ql$ называют *дипольным моментом молекулы.* Пока нет поля, диполи расположены самым беспорядочным образом и моменты их имеют различные направления, причем эти направления хаотически изменяются вследствие теплового движения. Вода, эфир, аммиак, многие органические вещества могут быть причислены к веществам с полярными молекулами.

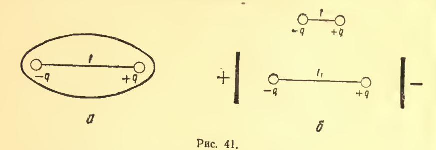
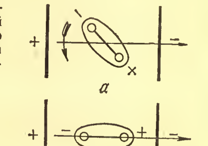


Рис. 41.

2. *Неполярные молекулы*, в которых заряды рассеяны по объему молекулы и не образуют явных полюсов; для этих молекул $M = 0$ (бензол, сероуглерод, керосин).

Когда появляется в диэлектрике внешнее электрическое поле, то оно вызывает в нем ряд явлений: а) *в полярных молекулах* заряды несколько раздвигаются, смещаясь по направлению поля, т. е. возрастает дипольный момент: $M_1 = ql_1$; это грубо представлено на рис. 41, *б*; на рис. 42 в кристаллической решетке NaCl отрицательные ионы хлора сдвинуты электрическим полем по отношению к положительным ионам натрия; кроме того, молекулы могут вращаться, стремясь расположить линию полюсов (рис. 43, *а*) по полю; *б*) в *неполярных молекулах* происходит перемещение зарядов с образованием полюсов (рис. 43,*а*) и ориентировка этих появившихся («наведенных») диполей по полю (рис. 43,*б*).



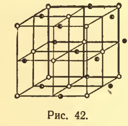


Рис. 42.

Рис. 43.

Степень поляризации, или интенсивность ее, оценивается вектором поляризации P, равным дипольному моменту, отнесенному к единице объема диэлектрика. Выделим в диэлектрике призму или цилиндр с основанием dS и высотой l (рис. 44), ориентированной по полю; объем этого тела $dV = ldS$, а дипольный момент его $M = dq_1 l$, где q_1 — поляризационные (или связанные) в диэлектрике заряды, тогда по определению:

$$P = \frac{M}{dV} = \frac{dq_1 l}{dV} = \frac{\sigma_1 dSl}{ldS} = \sigma_1, \tag{15-1}$$

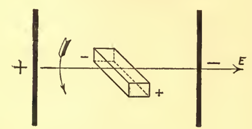


Рис. 44.

это значит, что *вектор поляризации численно равен поверхностной плотности зарядов, появившихся при поляризации диэлектрика.*

Слой диэлектрика расположен в однородном поле между двумя пластинами A и B (рис. 45), плотность зарядов на них σ. Поле

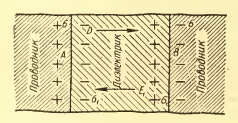


Рис. 45.

этих внешних зарядов вызовет в диэлектрике *смещение* (индукцию) $D = 4\pi\sigma$. Но в самом диэлектрике возникает поле $E_1 = 4\pi\sigma_1 = 4\pi P$, обусловленное зарядами поляризации, поверхностная плотность которых σ_1; векторы напряженности этого поля направлены против векторов смещения внешнего поля (рис 45). Таким образом, поле в диэлектрике E есть разность полей смещения D и поляризации E_1:

$$D - E_1 = E.$$

Отсюда следует ряд важных заключений:

1. $E < D$; поле в диэлектрике слабее того поля, которое было бы в пространстве ($A - B$), если бы там не было диэлектрика ($\varepsilon = 1$) при том же расположении зарядов и той же их плотности σ. Это было уже обнаружено опытом.

2. $D = E + E_1$; $E_1 = 4\pi\sigma_1 = 4\pi P$;

$$D = E + 4\pi P. \quad (15\text{-}3)$$

Это соотношение хорошо выясняет физический смысл смещения (или индукции); эта величина была введена формально для сохранения счета числа линий в диэлектрике; теперь мы видим, что вектор смещения (индукции) D определяется суммой вектора напряженности поля, установившегося в диэлектрике, и вектора интенсивности поляризации, иначе говоря — внешнее воздействие на диэлектрик должно обеспечить существование в нем поля и явлений поляризации. Зная, что $D = \varepsilon E$, имеем для вектора поляризации

$$P = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} E. \quad (15\text{-}4)$$

3. Для всех диэлектриков (за немногими исключениями)* опыт устанавливает *пропорциональность вектора поляризации вектору напряженности поля в диэлектрике* $P = \varkappa E$, где

$$\varkappa = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}, \quad (15\text{-}5)$$

поэтому формула (15-3) получает вид:

$$D = E + 4\pi\varkappa E. \quad (15\text{-}6)$$

Коэффициент $\varkappa$ называется *электрической восприимчивостью* или *коэффициентом электризации*; это — характеристика данной среды с точки зрения ее поляризуемости, показывающая, *насколько именно ослабляется в данном диэлектрике поле вследствие возникающих в нем процессов поляризации.*

4. По определению имеем

$$D = \varepsilon E,$$

поэтому

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\varkappa. \quad (15\text{-}7)$$

Установленная связь ε и $\varkappa$ показывает, что диэлектрическая проницаемость среды ε есть мера поляризации диэлектрика, поскольку это явление для всякого диэлектрика оценивается коэффициентом $\varkappa$.

Если в ($A - B$) нет диэлектрика, то $\varepsilon = 1$ и $\varkappa = 0$; *восприимчивость вакуума равна нулю.*

---

* Сегнетоэлектрики.

Примечание. В современной квантовой теории поля под действием электромагнитного поля в вакууме возникает состояние, до некоторой степени аналогичное поляризации диэлектрической среды. Возможность образования в вакууме электронно-позитронных пар приводит к появлению в вакууме пространственно распределенного электрического заряда. При этом большая часть заряда электрона принимается за точечный заряд, а пространственно распределенная часть заряда располагается вокруг точечного заряда в области, размерами

$$h/m_e c \approx 4 \cdot 10^{-11} \text{ см},$$

где $h = 1{,}05443 \cdot 10^{-27}$ *эрг · сек* есть постоянная Планка h, деленная на 2π, c — скорость света, m_e — масса электрона. Отношение распределенной части заряда к точечной составляет

$$\alpha = e^2/hc \approx 1/137^*,$$

где e — заряд электрона. Как видно из-за малости α, можно рассматривать заряд электрона как точечный. Экспериментальное подтверждение *поляризации вакуума* приводит к выводу о том, что никакой абсолютной пустоты нет, а «вакуум» представляет собою своеобразную материальную среду, в которой отсутствуют частицы вещества. Такую материальную среду и называют «полем».

§ 16. Диэлектрическая проницаемость

Соотношение между диэлектрической проницаемостью ε и электрической восприимчивостью $\varkappa$ имеет большое значение для выяснения свойств диэлектриков; ε — диэлектрическая проницаемость среды, опытно определяемая величина; еще Фарадей обосновал метод определения ε. Позже многие ученые (среди них русские П. Н. Лебедев** в 1891 г., П. А. Зилов *** в 1877 г., И. И. Косоногов**** в 1901 г.) разработали способы очень точных определений ε для разных веществ и выяснили зависимость ε от температуры и давления.

* Точнее, $1/\alpha = 137{,}0373 \pm 0{,}0006$.

** Лебедев Петр Николаевич (1866—1912) — замечательный русский физик, профессор Московского университета. Открытие светового давления принесло ему мировую славу. Он воспитал большую школу русских физиков, к которой принадлежали С. И. Вавилов, А.К. Тимирязев, Н. А. Капцов и др.

*** Зилов Петр Алексеевич (1850—1921) — русский физик, ученик А. Г. Столетова. Исследовал диэлектрическую и магнитную проницаемость. Издавал журнал «Физическое обозрение», организовал первый в России образцовый физический кабинет, педагогический музей, сельскохозяйственные курсы для народных учителей.

**** Косоногов Иосиф Иосифович (1866—1922) — советский физик, профессор Киевского университета. Исследовал диэлектрические свойства жидкостей, открыл оптический резонанс. Автор замечательного учебника физики для средней школы.

Приведем данные о величине относительной диэлектрической постоянной ε для газов, жидкостей и твердых тел.

Вещество	t^0C	ε	Вещество	t^0C	ε
Газы					
Воздух	0	1,0054	Керосин	20	2—2,3
Воздух	18	1,00055	Бензол	−80	2,322
Водяной пар	110	1,0126	Бензол	20	2,283
Водяной пар	140	1,0078	Бензол	60	2,228
Аммиак	0	1,0072	Сера	18	3,6—4,3
Водород	0	1,00026	Жидкий O_2	−183	1,464
Гелий	0	0,000068	*Твердые тела*		
Пары брома	180	1,0128			
Пары ртути	400	1,00074	Парафин	18	2,3
Углекислый газ	0	1,00095	Эбонит	18	2,5—2,8
Кислород	0	1,00052	Лед	−12	16
Жидкости			Асфальт	18	2,68
			Янтарь	18	2,8
			Найлон		3,5
Метиловый спирт	−80	56,6	Фарфор	18	5—6,8
Метиловый спирт	18	31,2	Стекло		5—7
Этиловый спирт	20	26	Каменная соль	20	5,6
Вода	18	81	Шифер	18	7,37
Глицерин	18	56,2	Слюда	18	5,7—7

Мы видим, что конденсированные вещества имеют большую величину диэлектрической постоянной, чем газы и пары. С повышением температуры величина ε уменьшается. Это видно и по данным таблицы, но для большей отчетливости приведем сведения об изменении диэлектрической проницаемости воды при изменении температуры:

$t^\circ C$	0	10	20	30	40	50	80	100
ε	88,00	84,11	80,36	76,75	73,28	69,94	60,76	55,33

На величину диэлектрической постоянной влияет и частота переменного электромагнитного поля; например, для бензола при 20°С, если частота равна 10^4*гц*, то $\varepsilon = 2{,}283$, а при частоте $5 \cdot 10^{10}$*гц* уже $\varepsilon = 3{,}1$.

Для вакуума $\varepsilon = 1, \varkappa = 0$ (допустимо и для воздуха).

Знание ε позволяет вычислять $\varkappa$ — электрическую восприимчивость и вектор поляризации P при заданных полях в исследуемом диэлектрике.

Надо отметить аномальные значения ε для сегнетовой соли ($NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ — двойная калиево-натриевая соль винной

кислоты) вдоль ее кристаллической оси. Работы И. В. Курчатова* и П. П. Кобеко (1933) установили для сегнетовой соли и немногих других веществ аномальное значение ε, достигающее в интервале температур —20... + 25°C до 10 000. Такие же свойства Б. М. Вул** открыл у титаната бария ($BaTiO_3$): максимум диэлектрической проницаемости при 80°C достигает 6000—7000. Эти свойства сегнетоэлектриков нашли весьма важные применения в технике.

Во всяком диэлектрике есть некоторое число свободных заряженных положительно или отрицательно молекул (ионов). Под действием внешнего поля они двигаются и обусловливают минимальную проводимость, которую имеет диэлектрик; эта проводимость ничтожно мала по сравнению с проводимостью металлов, почему диэлектрик и является непроводником.

Под действием сильнейших электрических полей могут быть выбиты из молекул диэлектрика электроны; их движение в поле воспринимается нами как ток через диэлектрик, а самое явление называется *пробоем диэлектрика*. Таковы явление *искры* в воздушном промежутке между полюсами электрической машины или *разряд в газах* разной степени разрежения.

§ 17. Поляризация ориентационная и деформационная

Мы уже говорили, что диэлектрики бывают полярные и неполярные. Если во внешнее электрическое поле E попадает диэлектрик с *неполярными молекулами*, то в молекулах происходит смещение зарядов и образуются диполи. Такая поляризация называется *деформационной*. В этом случае возникающий вследствие смещения зарядов средний электрический момент молекулы m пропорционален напряженности внешнего поля E, т. е.

$$m = \alpha E, \qquad (17\text{-}1)$$

где коэффициент α называется *поляризуемостью молекулы*.

В том случае, когда диэлектрик состоит из *полярных молекул*, каждая молекула является диполем. В результате хаотического теплового движения молекул средний электрический момент во всех направлениях равен нулю. Но при наложении на полярный диэлектрик внешнего электрического поля с напряженностью E

---

* Курчатов Игорь Васильевич (1903—1960) — советский физик, академик. Создал новые области науки — сегнетоэлектричество, ядерную изомерию; много нового дал в области ядерных реакций. Обеспечил СССР ведущее положение в ядерной физике. Герой Социалистического Труда.

** Вул Бенцион Моисеевич (род. в 1903 г.) — советский физик, исследователь диэлектриков. Лауреат Государственной премии СССР 1946 г.

возникает *ориентационная поляризация* диэлектрика, при которой средний электрический момент молекулы m уже не равен нулю.

Из закона распределения Больцмана (см. т.I, стр. 252), выводится зависимость среднего электрического момента молекулы m при ориентационной поляризации от абсолютного электрического момента молекулы M, напряженности внешнего поля E и абсолютной температуры T:

$$m = \frac{M^2}{3kT} E. \quad (17\text{-}2)$$

Здесь постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-16}$ *эрг · град*$^{-1}$. Как видно из формулы, с повышением температуры средний электрический момент молекулы уменьшается.

В неполярных диэлектриках имеет место *деформационная поляризация*, обусловленная смещением электронов. *В полярных* диэлектриках возникает *ориентационная поляризация*, но возможна также и деформационная, вызванная смещением зарядов (*ионная поляризация*). В этом случае средний электрический момент молекулы диэлектрика, находящейся во внешнем поле E, выражается суммой:

$$m = \left(\alpha + \frac{M^2}{3kT}\right) E. \quad (17\text{-}3)$$

Введем коэффициент

$$\beta = \alpha + \frac{M^2}{3kT}. \quad (17\text{-}4)$$

Вспомним, что между индукцией D, напряженностью E и вектором поляризации P существует соотношение

$$D = E + 4\pi P = \varepsilon E. \quad (17\text{-}5)$$

Введем число молекул в единице объема n. Тогда

$$P = nm.$$

Доказано, что $m = \beta\left(E + \frac{4}{3}\pi P\right)$. (17-6)

Но

$$4\pi P = E(\varepsilon - 1).$$

Значит,

$$P = n\beta E\left(\frac{\varepsilon + 2}{3}\right).$$

Итак,

$$4\pi n\beta E\left(\frac{\varepsilon + 2}{3}\right) = E(\varepsilon - 1). \quad (17\text{-}7)$$

Отсюда получается формула для диэлектрической проницаемости:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi n\beta}{3}. \qquad (17\text{-}8)$$

Можно перейти от единицы объема к молю вещества диэлектрика. Обозначив ρ — плотность, μ — молекулярный вес диэлектрика, N — число Авогадро, имеем

$$n = \frac{N\rho}{\mu}.$$

Поэтому формула для диэлектрической проницаемости примет вид:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{\mu}{\rho} = \frac{4}{3}\pi N\beta. \qquad (17\text{-}9)$$

Правую часть этого уравнения называют *молярной поляризацией*. Она состоит из двух частей:

а) *Поляризация смещения или деформационная*, обусловленная появлением новых моментов в неполярных молекулах:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{\mu}{\rho} = \frac{4}{3}\pi N\alpha. \qquad (17\text{-}10)$$

В этом виде формула была выведена Мосотти в 1850 г. и Клаузиусом* в 1870 г. и получила название уравнения *Мосотти — Клаузиуса*.

б) *Ориентационная поляризация* полярных молекул

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{\mu}{\rho} = \frac{4\pi N M^2}{9kT}. \qquad (17\text{-}11)$$

Эту формулу, а равно и общую формулу

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{\mu}{\rho} = \frac{4}{3}\pi N\left(\alpha + \frac{M^2}{3kT}\right) \qquad (17\text{-}12)$$

вывел в 1912 г. П. И. Дебай**.

Иногда вещества с полярными молекулами называют *параэлектрическими*, тогда слово *диэлектрические* относится лишь к веществам с неполярными молекулами. К *диэлектрикам* относятся: воздух, окись углерода, пары брома, жидкий кислород; к *параэлектрикам*: аммиак, бензол, лед, вода, глицерин, спирт.

---

* Рудольф Клаузиус (1822—1888), немецкий физик. Выдающиеся работы по термодинамике, кинетической теории, по электричеству.

** Петер Иозеф Дебай (род. в 1884 г.) — голландец, с 1940 г. в США. Лауреат Нобелевской премии 1936 г. по химии за его вклады в знание структуры молекул путем исследований дипольных моментов и дифракции рентгеновых лучей и электронов в газах.

Если обозначить молярную поляризацию буквой P, то

$$P = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{\mu}{\rho}. \qquad (17\text{-}13)$$

Формулу Дебая можно сокращенно записать:

$$P = a + \frac{b}{T}. \qquad (17\text{-}14)$$

Пользуясь этой формулой, можно экспериментально определить абсолютные дипольные моменты молекул данного вещества M. Для этого на диаграмму наносят величину молярной поляризации P в зависимости от $1/T$. Получаются прямые линии, по которым можно определить M. Дипольные моменты молекул оказались в системе СГСЭ порядка 10^{-18}, что и следовало ожидать, так как элементарный заряд в системе СГСЭ равен $4{,}8 \cdot 10^{-10}$, а размер молекул порядка 10^{-8} *см*. Одноатомные молекулы (например, гелия, неона, аргона) неполярны. Двухатомные молекулы из двух одинаковых атомов (кислорода, азота) тоже неполярны. Но если атомы в молекуле сильно разнятся (например, в соляной кислоте, воде), то M получается очень большим. Если же эти атомы близки в периодической системе (например, окись углерода), M мало. В сложных молекулах общий дипольный момент приближенно равен геометрической сумме моментов отдельных полярных групп.

На рис. 46 изображена зависимость *молекулярной поляризуемости* $P = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{\mu}{\rho}$ от обратной величины абсолютной температуры $1/T$. Как видим, диэлектрическая проницаемость при деформационной поляризации *1* не зависит от температуры и является величиной, обратно пропорциональной плотности. В случае ориентационной поляризации *2* молекулярная поляризация обратно пропорциональна температуре. При наличии обоих видов поляризации линия *3* изображает изменение P в зависимости от $1/T$.

Полярностью молекул объясняется способность их абсорбироваться на поверхностях раздела фаз.

§ 18. Электрическое поле на границе двух диэлектриков

Пусть два диэлектрика с проницаемостями ε_1 и ε_2 граничат друг с другом (рис. 47) и находятся во внешнем электрическом поле с напряженностью E. Под влиянием поля в молекулах произойдет смещение зарядов и на поверхности возникнут заряды разных знаков. Внешнее поле может быть направлено к граничной поверхности под разными углами. Представим себе, что напряженность E разложена по двум перпендикулярным направлениям: по касательной к поверхности E_t и по нормали E_n. Поэтому имеем векторную сумму:

$$\vec{E} = \vec{E_t} + \vec{E_n}. \tag{18-1}$$

Обозначим плотность зарядов на поверхности первого диэлектрика $+\sigma_1$, на поверхности второго — σ_2. Следовательно, поверхность раздела обоих диэлектриков окажется наэлектризованной с плотностью $\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$. По теореме Г а у с с а эти заряды дадут в обе стороны сквозь каждый квадратный сантиметр поверхности поток

$$2\pi\sigma = 2\pi(\sigma_1 - \sigma_2).$$

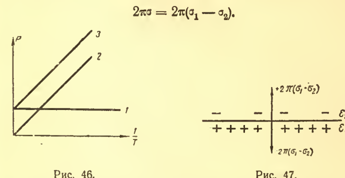


Рис. 46. Рис. 47.

Разность составляющих напряженности по нормали во втором и первом диэлектриках будет $4\pi\sigma$:

$$E_{n2} - E_{n1} = 4\pi(\sigma_1 - \sigma_2). \tag{18-2}$$

Введем коэффициенты электризации:

$$\sigma_1 = k_1 E_{n1}; \quad \sigma_2 = k_2 E_{n2}. \tag{18-3}$$

Отсюда

$$(1 + 4\pi k_1)E_{n1} = (1 + 4\pi k_2)E_{n2}.$$

Так как $1 + 4\pi k_1 = \varepsilon_1$ и $1 + 4\pi k_2 = \varepsilon_2$, то

$$\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2}; \tag{18-4}$$

индукция

$$D_{n1} = D_{n2}. \tag{18-5}$$

Это значит, что нормальная составляющая вектора индукции не изменяется при переходе через границу двух разных диэлектриков. Нормальная составляющая напряженности меняется на границе обратно пропорционально диэлектрической постоянной ε. На рис. 48, *а* изображен схематически ход силовых линий E_n и линий индукции D_n для случая, когда $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$.

Переходим к рассмотрению *тангенциальных составляющих* напряженности E_t и индукции D_t. На поверхности под действием

E_t заряды в молекулах раздвигаются, но их алгебраическая сумма остается равной нулю, т. е.

$$E_{t1} = E_{t2}. \tag{18-6}$$

Так как $D_{t1} = \varepsilon_1 E_{t1}$ и $D_{t2} = \varepsilon_2 E_{t2}$, то

$$\frac{D_{t1}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{t2}}{\varepsilon_2}. \tag{18-7}$$

На рис. 48, *б* изображен ход силовых линий E_t и линий индукции D_t для случая, когда $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$.

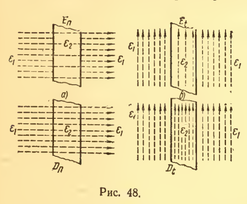


Рис. 48.

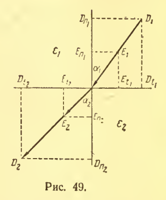


Рис. 49.

Рассмотрим теперь случай, когда силовая линия (рис. 49) падает на поверхность раздела двух диэлектриков под углом α_1 с нормалью к поверхности раздела. Разлагаем векторы E_1 и $D_1 = \varepsilon_1 E_1$ на составляющие по нормали и касательной

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{n1} + \vec{E}_{t1},$$
$$\vec{D}_1 = \vec{D}_{n1} + \vec{D}_{t1}.$$

Очевидно,

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{E_{t1}}{E_{n1}} = \frac{D_{t1}}{D_{n1}}. \tag{18-8}$$

Пусть во второй среде силовая линия и линия индукции образует угол α_2 с нормалью к поверхности раздела. Рассуждая, как и ранее, получим:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{E_{t2}}{E_{n2}} = \frac{D_{t2}}{D_{n2}}. \tag{18-9}$$

Разделим друг на друга выражения для тангенсов *угла падения* α_1 и *угла преломления* α_2 силовой линии и линии индукции

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{E_{t1}\, E_{n2}}{E_{n1}\, E_{t2}}.$$

Так как $E_{t1} = E_{t2}$, то они сокращаются. Получается

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{E_{n2}}{E_{n1}}.$$

Но раньше уже было выведено соотношение:

$$\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2},$$

откуда

$$\frac{E_{n2}}{E_{n1}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

Следовательно,

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \qquad (18\text{-}10)$$

Таков *закон преломления силовых линий и линий индукции при переходе из одной диэлектрической среды в другую.* Угол больше в том диэлектрике, в котором больше диэлектрическая постоянная. Так как тангенс может принимать всевозможные значения при изменении угла, то для силовых линий отсутствует возможность полного внутреннего отражения.

§ 19. Пьезоэлектричество и электрострикция

Кристаллы состоят из атомов или из ионов противоположных зарядов, размещенных в узлах пространственной решетки. Вследствие смещения положительных и отрицательных зарядов такой решетки, помещенной во внешнее электрическое поле, на граничных поверхностях кристалла появляются электрические заряды. Но нечто подобное может быть вызвано и механическим воздействием. Так, например, у кристалла кварца поверхность поляризуется, если его подвергнуть деформации сдавливанием. При этом поляризация пропорциональна давлению. Такая электризация называется *пьезоэлектрической.* Если брусок турмалина зажать между двумя электродами, присоединенными к электрометру, то при сдавливании бруска электрометр отмечает появление напряжения между электродами. Подобное действие может получиться и при нагревании кристалла (*пироэлектричество*). Чтобы обнаружить эти заряды, посыпают кристалл смесью серы и сурика. В этом порошке вследствие соприкосновения сера заряжается отрицательно, а сурик—положительно. Тогда желтый порошок серы пристанет к положительно заряженным, а красный сурик — к отрицательно заряженным местам на поверхности кристалла.

Существует и обратное явление пьезоэлектричеству. Не только упругая деформация возбуждает у пьезоэлектрических тел поляризацию, но и обратно: вынужденная внешним электрическим полем, т. е. наложенным на тело напряжением, поляризация вызывает упругую деформацию тела. Этот *обратный пьезоэлектриче-*

ский эффект, в котором деформация находится в *линейной* зависимости от напряженности поля, следует отличать от явления электрострикции. *Электрострикция* — деформация диэлектриков под действием электрического поля, пропорциональная *квадрату* напряженности поля. Электрострикция имеет место для всех диэлектриков — твердых, жидких и газообразных. Обратный пьезоэлектрический эффект на несколько порядков больше электрострикции, но может обнаруживаться только в диэлектриках, обладающих определенной симметрией. Пироэлектрические и пьезоэлектрические эффекты тел обусловлены изменением их электрических моментов при механическом или термическом изменении длины или деформации. Если брусок турмалина опустить в жидкий воздух, то кристалл начнет притягивать к себе легкие тела силами электрического поля.

Пироэлектрические свойства кристаллов впервые обнаружил Эпинус* в 1756 г. Первое указание на пьезоэлектрические явления встречается у минералога Гаюи** в 1817 г. Но открытие и первое исследование этого явления принадлежит братьям Жану и Пьеру Кюри*** (1880 г.). Молекулярная картина явления дана Богуславским**** и Борном*****, который рассматривал пьезоэлектрический эффект как результат изменения поляризации решетки вследствие деформации, вызываемой перемещением ионов.

Пьезоэлектрические явления получили широкое применение в технике. Если на кристалл — лучше всего на соответственно вырезанную пластинку или брусок кварца — наложить переменное напряжение, то он испытывает упругие деформации с частотой этого напряжения. Если эта частота совпадает с частотой собственных колебаний кристалла и его обертона, то наступает резонанс. Кристалл совершает точно энергичные колебания с той же самой частотой, пока его температура поддерживается постоянной. При высокочастотных электрических колебаниях пьезокварц может возбуждать очень высокие упругие обертоны. Таким образом, пьезокварц может служить в качестве точной нормали определенной частоты. Эта нормаль частоты используется в разнообраз-

---

* Франц Ульрих Эпинус (1724—1802) — физик, с 1756 г. Петербургский академик. В 1759 г. опубликовал «Опыт теории электричества и магнетизма».

** Гаюи Рене Жюст (1743—1822) — французский кристаллограф и минералог, открыл закон целых чисел в кристаллографии.

*** Кюри Пьер (1859—1906) — французский физик и химик. Лауреат Нобелевской премии 1903 г. за работу вместе с его женой Марией Склодовской-Кюри по исследованию радиоактивности.

**** Богуславский Сергей Анатольевич (1883—1923) — русский физик, работы по кинетической теории изоляторов, зависимости диэлектрической проницаемости от температуры, пироэлектричеству.

***** Борн Макс (род. в 1882 г.) — немецкий физик, с 1933 г. в Англии. За выдающиеся заслуги в развитии квантовой механики ему присуждена Нобелевская премия 1954 г.

ных применениях, в частности, для точного измерения времени. Маятниковые часы уже достигли предела возможной для них точности. Пьезокварц дает исключительно высокую точность, недоступную маятнику. Современная техника усиления позволила создать *кварцевые часы*. Так был использован, например, пьезокварц длиной 9,1 *см* с продольным обертоном частотой 60 000 *гц*. Такие часы показали в течение многих месяцев точность от 0,001 до 0,002 *сек*. Благодаря точности кварцевых часов было установлено, что продолжительность суток испытывает отклонения $\pm 0{,}004$ *сек*. Другую важную роль пьезокварц играет в качестве *стабилизатора* длины волны в радио. Его применяют для *генерирования ультразвука*. Ланжевен* в 1925 г. впервые построил мощный пьезоэлектрический излучатель ультразвуков и применил его для обнаруживания в море препятствий их распространению (подводные рифы, айсберги). Из пьезоэлектрических кристаллов строятся микрофоны, адаптеры и громкоговорители. Используют также пьезоэлектрический эффект для устройства манометров, вольтметров, осциллографов и т. д.

§ 20. Сегнетоэлектрики, электреты

Вещества, обладающие диэлектрической поляризацией и в отсутствии внешнего электрического поля, называют *сегнетоэлектриками*. В иностранной литературе их называют *ферроэлектриками* по аналогии с ферромагнетиками, хотя железо (по латыни «феррум») не имеет к ним никакого отношения. В качестве важнейшего представителя сегнетоэлектриков следует назвать открытую в 1672 г. французским аптекарем П. Сеньетом *сегнетову соль* — двойную калиево-натриевую соль винной кислоты. Структурная формула сегнетовой соли такова:

$$\mathrm{NaO{-}C({=}O){-}CH(OH){-}CH(OH){-}C({=}O){-}OK}$$

Возникновение самопроизвольной (спонтанной) поляризации в сегнетовой соли связывают с ориентацией гидроксильных групп OH, обладающих дипольным моментом. Кроме сегнетовой соли, такими свойствами обладает открытый в 1944 г. в СССР *титанат бария* — $BaTiO_3$.

Все сегнетоэлектрики характеризуются очень большими значениями диэлектрической проницаемости ε в определенных пределах

* Ланжевен Поль (1872—1946) — французский физик, коммунист. Создал теорию пара- и диамагнетизма, открыл тяжелые ионы; за борьбу с фашизмом подвергался репрессиям.

температуры. На рис. 50 приведена диаграмма изменеиия ε сегиетовой соли в зависимости от температуры. Исследование свойств сегнетовой соли, проведенное в 1930—1932 гг. под руководством И. В. Курчатова, показало, что высокую диэлектрическую проницаемость эта соль имеет только между —20 и +25°С. Максимумы кривой (рис. 50) соответствуют точкам Кюри ферромагнетиков и получили также название *точек Кюри*.

Зависимость диэлектрической проиицаемости ε от абсолютной температуры по данным советского учеиого Б. М. Вула изображена на рис. 51 для титаиата бария.

Как видио из диаграммы, титанат бария обладает сегиетоэлектрическими свойствами от самых иизких температур до +125°С.

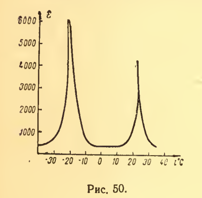


Рис. 50.

Рис. 51.

В СССР и за рубежом открыты иовые сегиетоэлектрики, например, титанат свинца, у которого сегнетоэлектрические свойства сохраняются до температуры около 500°С, а также $NaTaO_3$, $KTaO_3$ и др. Как показывают исследоваиия, в точке Кюри происходит переход вещества из одиой кристаллической модификации в другую. Физические процессы в сегнетоэлектриках могут быть выражены с известиым приближеиием формулой Клаузиуса—Мосотти:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{\mu}{\rho} = \frac{4\pi}{3} N\beta. \qquad (20\text{-}1)$$

В общем случае β обусловлеиа электроииой, иоииой и дипольной составляющими электрического момеита молекулы. *Электронный момент* $\alpha_э$ вызывается смещеиием электронной оболочки по отношению к ядру атома при иаложении внешнего поля. *Ионный момент* $\alpha_и$ обусловлен смещеиием отрицательных и положительных иоиов кристаллической решетки. *Дипольный момент* $\alpha_д$ определяется ориеитацией молекул тела, имеющих определеиный

электрический момент M в отсутствии поля. Итак $\beta = \alpha_э + \alpha_и + \alpha_д$.

Сегнетоэлектричество связано с дипольной составляющей момента

$$\alpha_д = \frac{M^2}{3kT}.$$

Уравнение Клаузиуса—Мосотти примет вид:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{\mu}{\rho} = \frac{4\pi N}{3}\left[(\alpha_э + \alpha_и) + \frac{M^2}{3kT}\right]. \qquad (20\text{-}2)$$

В точке Кюри правая часть этого равенства сделается равной единице и, следовательно, ε при этой температуре будет обращаться в бесконечность. Величина $(\alpha_э + \alpha_и)$ определяется из опыта при таких температурах, когда $\alpha_д$ имеет малое значение. Тогда равенство ε бесконечности означает возникновение спонтанной ориентации молекулярных диполей, возникновение момента у тела в отсутствии внешнего поля, т. е. характеризует появление в веществе сегнетоэлектрических свойств. Фактически величина ε у сегнетоэлектриков достигает порядка 10^4. Сегнетоэлектрики практически используются как материал для электрических конденсаторов и для пьезоэлементов. Их пытаются применять для диэлектрических усилителей и в качестве накопителей в счетных машинах.

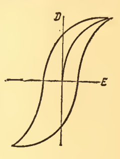


Рис. 52.

Зависимость индукции сегнетоэлектрика D от напряженности внешнего поля E изображена на рис. 52. Здесь по оси ординат отложена величина, пропорциональная D, по оси абсцисс — величина, пропорциональная E. При отсутствии внешнего поля ($E = 0$) спонтанная поляризация дает большое значение D, которое немного растет с увеличением E. При уменьшении E начинается падение D, но уже по другой кривой — правее прежней. Когда эта кривая пересекает ось абсцисс, $D = 0$, но E еще сохраняет определенную величину. При дальнейшем убывании E до нуля вектор индукции направлен в обратную сторону и растет по абсолютной величине. При изменении направления напряженности в обратную сторону вектор индукции сначала увеличивается по абсолютной величине, затем уменьшается, обращаясь в нуль при таком же значении E, но направленной в обратную сторону. Далее протекает уменьшение E по абсолютной величине до нуля и рост D. В целом получается *петля гистерезиса*. Ни о каком постоянстве диэлектрической проницаемости в этом случае не может быть и речи. Выше *точки Кюри* петля гистерезиса вырождается в прямую линию, слабо наклоненную к оси абсцисс. Следовательно,

выше точки Кюри ε мала и постоянна, т. е. остается нормальное поведение вещества.

Упомянем здесь и о создании таких *диэлектриков, которые, будучи один раз наэлектризованы, длительно сохраняют свое заряженное состояние.* Такие тела называются *электретами.* Способ получения электретов был впервые описан японским физиком Эгути в 1922 г. Расплавленную смесь из воска и смолы вносят в электрическое поле и оставляют в нем затвердевать. При этом наведенный электрический момент «вмерзает» и становится постоянным. Затвердевшее тело действует как *электрет.* Его нарезают в виде брусков. Такой брусок представляет собою очень хороший электрический изолятор с положительным зарядом на одном и с отрицательным зарядом на другом конце. Эти заряды можно измерить при помощи зеркального гальванометра, проградуированного в ампересекундах. Подобные электреты сохраняются годами; нужно только держать их плотно вставленными в металлические защитные капсюли, иначе они будут постепенно улавливать из воздуха ионы. Вследствие этого на концах электретов создается покровный слой из зарядов противоположного знака. Тогда электрический момент бруска станет далее незаметным снаружи.

Само собою разумеется, расплавление электрета разрушает поляризованную структуру диэлектрика и полностью разряжает электрет. Название «электрет» предложено Хевисайдом* по аналогии с термином «магнит».

Электреты применяются в электрометрах, вольтметрах, в телефонных аппаратах, употребляются для подачи постоянного напряжения на сетки электронных ламп, для управления электронным пучком в электроннолучевых трубках и т. п.

Глава III

ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

§ 21. Распределение зарядов в проводниках

Известно явление электризации при помощи *влияния:* к изолированному проводнику S (рис. 53) приближаем заряженный проводник A, пусть заряд его равен $+q$, тогда проводник S, находясь в поле проводника A, электризуется так, что на ближайшей к A части B появляется заряд, противоположный заряду A, на удаленной C — одноименный с A.

* Хевисайд Оливер (1850—1925) — английский физик, один из создателей операционного исчисления, указал на существование проводящего слоя в верхней части атмосферы, разрабатывал теорию электричества.

Произведем следующие опыты.

1. На одинаковые электроскопы (рис. 54, *а*) с подвижными стрелками наденем металлические (латунные) цилиндры B и C

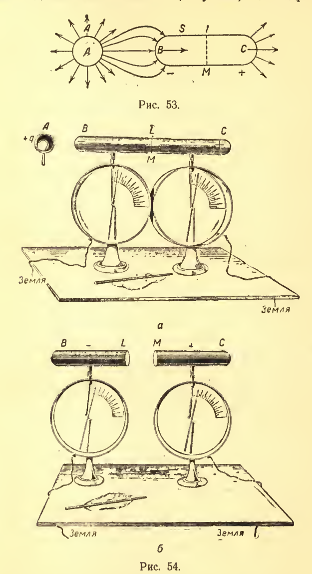


Рис. 53.

Рис. 54.

и сдвинем их до соприкосновения; затем поднесем к концу B положительно заряженное тело (шар A или стеклянную палочку). Стрелки обоих электроскопов отклонятся одинаково и притом тем

больше, чем ближе A к B, т. е. чем больше напряженность поля заряженного тела A, в котором находится проводник BC.

2. Не перемещая A, раздвинем обе половины BC, а затем уберем влияющее тело A (рис. 54, *б*) с зарядом $+q$. Видим, что заряды на половинах цилиндра остались. Испытаем их знаки; для этого поднесем, например, эбонитовую палочку, отрицательно заряженную от меха, к цилиндру B; увеличение отклонения стрелки электроскопа покажет отрицательный знак заряда B. Поднесем эту палочку к C, показание электроскопа уменьшится, обнаруживая положительный заряд C. Это значит, что обе половины цилиндра BC наэлектризованы *через влияние* противоположно по знаку.

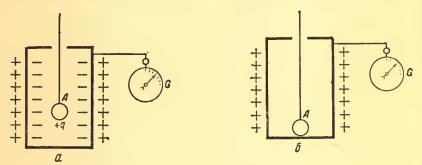


Рис. 55.

3. Вновь сдвинем обе половины цилиндра BC: оба электроскопа показывают нуль; цилиндр BC не заряжен — нейтрален. Следовательно, заряды $+q_1$ и $-q_1$, появившиеся на половинах B и C, были равны между собой.

На основании этих опытов можно установить два важных положения:

а) на проводнике, помещенном в электрическом поле, возникают на противоположных концах два заряда — положительный и отрицательный; он обращается в диполь — тело с двумя полюсами;

б) эти заряды на проводнике могут быть разделены, так что появляется одно тело, заряженное только положительно, и другое тело, заряженное только отрицательно.

Из двух положений возникает представление о том, что положительные и отрицательные заряды уже были в веществе, которое вносится в поле, их равенство обусловливает первоначальную нейтральность тела, а поле разделяет эти заряды и тем самым обнаруживает их существование.

Ф а р а д е й указал случай, когда наведенные при помощи влияния заряды равны порознь заряду влияющего тела q. В полый металлический шар или цилиндр («*клетка Фарадея*») (рис. 55,*а*), изолированный и соединенный с электроскопом G, опускаем заря-

женное тело A; пусть заряд его $+q$; стенка цилиндра вследствие влияния заряжается внутри отрицательно, снаружи — положительно; последнее обстоятельство обнаруживает электроскоп G. Затем Фарадей произвел два опыта.

1. Тело A приведено в соприкосновение с внутренней поверхностью цилиндра (рис. 55, *б*); показание электроскопа не изменилось. Это значит, что заряд $+q$ шарика A и заряд внутренней стенки $-q$ нейтрализуют друг друга, они равны между собой; следовательно, и заряд $+q_1$, обнаруживаемый электроскопом, тоже равен q; $q_1 = q$.

2. Вновь внесем тело A с зарядом $+q$ в цилиндр (рис. 55, *а*) и заметим показание электроскопа. Затем: а) соединим внешнюю

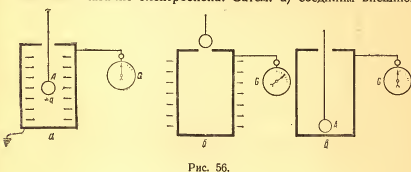


Рис. 56.

стенку цилиндра с землей (рис. 56, *а*); заряд $+q_1$ уходит в землю; остаются заряды внутри $+q$ и $-q_1$; показание электроскопа нуль; эти заряды не дают внешнего поля; б) отъединим цилиндр от земли и вынем шарик A из цилиндра; электроскоп покажет заряд; это значит, что заряд $-q_1$ перешел на внешнюю стенку (рис. 56, *б*); в) вновь внесем шарик в цилиндр и коснемся шариком внутренней стенки (рис. 56, *в*), электроскоп показывает нуль, следовательно, заряды $+q$ и $-q_1$ нейтрализуют друг друга, поэтому $q = q_1$.

На этих опытах основан способ передачи заряда от одного тела, например, шарика A, какому-либо другому, например, электроскопу. Для этого электроскоп соединяем проводником с «клеткой Фарадея», вводим внутрь цилиндра заряженное тело A и прикасаемся им к внутренней поверхности цилиндра (рис. 55, *б*). Если заряд тела A был $+q$, то, согласно вышеупомянутому, цилиндр и электроскоп будут иметь тот же заряд $+q$; заряд «передан», хотя, как мы видим, само наблюдаемое явление гораздо более сложно.

Рассмотрим *поле заряженного шара*.

а) Пусть в точке O (рис. 57) имеется заряд $-q$; он образует поле, напряженность которого в точке A на расстоянии r от O определяется формулой:

$$E'_A = -\frac{q}{r^2}.$$

б) Окружим эту точку O шаровым проводником (рис. 57) так, чтобы заряд $-q$ в точке O был в центре этого шара. На стенках шара возникнут противоположные заряды $+q$ и $-q$ (1-й опыт Фарадея). Внешнее поле (например, в точке A) не изменится:

$$E'_A = -\frac{q}{r^2}.$$

в) Соединим поверхность шарового проводника с землей; заряд $-q$ уходит в землю, внешнее поле исчезает (2-й опыт Фарадея), напряженность в A и в других точках поля нуль. Следовательно, поле E'_A отрицательного заряда $-q$, находящегося в центре, и поле E''_A положительного заряда $+q$, расположенного на внутренней поверхности шара, равны и противоположны:

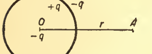


Рис. 57.

$$E'_A + E''_A = 0; \quad E''_A = -E'_A = \frac{q}{r^2}.$$

Это значит, что напряженность поля заряда $+q$, равномерно распределенного на внутренней поверхности шара, в любой точке A внешнего поля равна и противоположна напряженности поля заряда $-q$, помещенного в центре шара.

г) Изолируем шар от земли и удалим заряд $-q$ из центра; остается заряд $+q$, равномерно распределенный на поверхности шара. Поле его в какой-либо внешней точке A по абсолютной величине, как доказано, равно E'_A:

$$E'_A = \frac{q}{r^2}.$$

Итак, *поле заряженного шара таково, как если бы весь заряд этого проводника, расположенный на его поверхности, был сосредоточен в его центре.*

§ 22. Связь между напряженностью поля у поверхности проводника и поверхностной плотностью заряда

Представим себе, что заряд $+q$ распределен равномерно по поверхности какого-либо проводника, например, по поверхности металлической пластинки B (рис. 5) и заряд $-q$ — по пластинке C, поверхности которых соответственно равны S и S_1; величина

$$\sigma = \frac{q}{S}, \text{ или } \sigma_1 = -\frac{q}{S_1}, \qquad (22\text{-}1)$$

называется *поверхностной плотностью* электричества. При равномерном распределении электричества по поверхности этих пластинок, поставленных параллельно друг против друга (σ — постоян-

но), между ними образуется поле, линии которого везде будут параллельны, а напряженности везде равны; такое поле называется *однородным*. На границах пластинок поле искажается и оказывается уже неоднородным (рис. 5).

При электризации проводника одноименные заряды, ему сообщенные, перемещаясь по проводнику, отходят насколько можно дальше друг от друга, т. е. располагаются на внешней поверхности проводника. Это обстоятельство обнаруживается многими простыми опытами, например: 1) металлический изолированный шар заключают в такую же соприкасающуюся с ним металлическую шаровую оболочку (рис. 58); зарядив всю эту систему, когда обо-

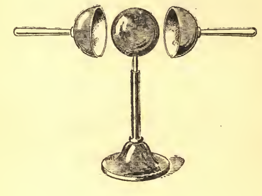


Рис. 58.

лочка надета на шар, снимаем оболочку, держа ее за изолированные ручки; соединив шар и оболочку порознь с электроскопом, увидим, что оболочка заряжена, а шар не заряжен; 2) зарядив изолированный шарообразный полый проводник, в котором есть отверстие (рис. 59), будем прикасаться к его внутренней и внешней поверхности «пробным шариком», т. е. маленьким металлическим шариком на изолированной ручке. Касаясь затем этим шариком электроскопа, обнаружим, что заряжена лишь внешняя поверхность проводника, а внутри проводника зарядов нет. Таким образом, при расположении зарядов на проводнике следует говорить о поверхностной плотности электричества: если заряд q распределен равномерно на поверхности S, то поверхностная плотность определится числом

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Известные опыты обнаруживают, что поверхностная плотность может быть различна на разных участках данного проводника. Так,

на конусе σ больше у его вершины; вообще, σ зависит от кривизны поверхности и *максимальна у остриев*, если они есть на данной поверхности. На шаровой поверхности плотность везде одинакова благодаря постоянству кривизны поверхности шара.

Примечание. При электризации диэлектриков (например, стекла, каучука и т. п.) заряды по ним не перемещаются; диэлектрик может быть наэлектризован во всем объеме; при этом уже говорят не только о поверхностной, но и об объемной плотности

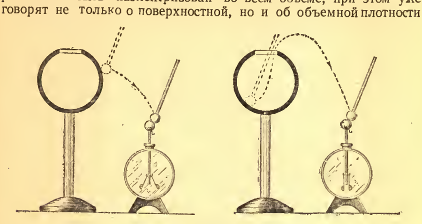


Рис. 59.

электричества в объеме V, т. е. о заряде или количестве электричества, приходящемся на единицу объема:

$$\rho = \frac{q}{V}. \tag{22-2}$$

Чем же можно объяснить наличие зарядов в проводнике, оказавшемся в электрическом поле, только на поверхности проводника? Исследования показали, что в диэлектриках атомные заряды удерживаются силами взаимного притяжения внутри атомов и молекул. Наоборот, в проводниках имеется запас электронов, которые, находясь на периферии атомов, связаны с ядрами чрезвычайно слабыми силами притяжения. Вследствие тепловых движений частиц эти периферические электроны легко отрываются от своих ядер и блуждают между атомами, оставаясь *свободными*. Они принимают участие в тепловом движении и во многих отношениях ведут себя подобно газу, пропитывающему проводник. Оставленные своими периферическими электронами атомы тем самым получают положительный заряд и становятся положительными *ионами*.

Когда проводник попадает в электрическое поле, образованное, скажем, положительным зарядом, то электроны, будучи заряжены отрицательно, скапливаются на поверхности проводников, как

можно ближе к наводящему заряду. Перемещение свободных электронов приводит к их убыли в наиболее отдаленных от наводящего заряда местах поверхности проводника; здесь поверхность проводника оказывается заряженной положительно. Таков механизм *процесса электризации проводника через влияние*. У диэлектриков, оказавшихся в электрическом поле, как мы уже видели, происходит смещение зарядов *только внутри частиц*, атомов или молекул, может происходить *поворот полярных молекул*. Но заряды не перемещаются свободно от частицы к частице. В случае же, если напряженность поля растет очень сильно, *смещение* может преодолеть силы притяжения внутри частицы, и тогда наступает *пробой* диэлектрика в форме электрической искры. В природе в колоссальных размерах электрический пробой диэлектрика — воздуха осуществляется в виде *молнии*.



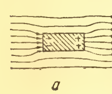


Рис. 60.

В маленьких масштабах легко получить искорку, поднеся палец к заряженному проводнику.

Посмотрим, *какова напряженность и индукция поля на поверхности проводника*. Так как заряды, находящиеся в равновесии на поверхности проводника, не передвигаются по поверхности, очевидно, тангенциальная составляющая напряженности поля $E_t = 0$. Отсюда и тангенциальная составляющая индукции

$$D_t = \varepsilon E_t = 0.$$

Если в каком-либо месте поверхности проводника плотность электричества σ, то по теореме Г а у с с а с каждой единицы площади этого места проводника должно выходить $4\pi\sigma$ линий индукции нормально к поверхности проводника (в противном случае E_t не было бы равно нулю). Внутри проводника нет свободных зарядов, $E_i = 0$, $D_i = 0$ и силовых линий нет. Следовательно, на поверхности проводника

$$D_n = \varepsilon E_n = 4\pi\sigma. \qquad (22\text{-}3)$$

Незаряженный проводник в электрическом поле становится через влияние диполем (рис. 60, *а*). В *однородном поле* он подвергается действию вращающей пары сил, стремящейся расположить

его по направлению поля (рис. 60, *б*). Сильно неоднородное поле образуется вблизи заряженного проводника в местах большей кривизны его поверхности; напряженность вблизи таких мест резко изменяется. Вследствие этого всякий незаряженный проводник, попавший в такое поле, испытывает действие силы по направлению заряда, создавшего поле, т. е. *заряженное тело притягивает к себе незаряженные проводники.*

Притяжение между заряженным и незаряженным телами, конечно, *взаимно* (по III закону динамики). Поэтому если заряд A (рис. 61) расположен на расстоянии h от незаряженной металлической пластинки BB, то он притягивается к пластинке. Можно показать, что эта сила столь же велика, как если бы позади пластинки находился такой же заряд противоположного знака C, на равном расстоянии h от пластинки. В этом случае говорят об *электрическом изображении заряда* и называют силу притяжения *силой*

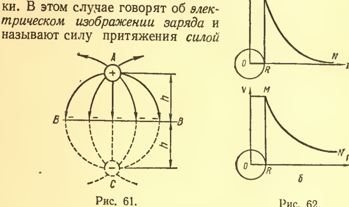


Рис. 61.

Рис. 62.

зеркального изображения. Из сказанного следует, что при электростатических измерениях необходимо все участвующие заряды держать как можно дальше от проводящих тел и особенно от земной поверхности, чтобы не испортить опыта влиянием сил зеркального изображения.

Коснемся, наконец, изменения напряженности поля и изменения потенциала внутри и вне заряженного металлического шара. Как было установлено, напряженность электрического поля внутри заряженной сферы равна нулю; это изображено на рис. 62, *а* отрезком прямой OR; на поверхности сферы напряженность скачком становится равной RM, а далее начинается постепенное падение напряженности поля MN обратно пропорционально квадрату расстояния r. Напряженность, как было выведено, есть градиент потенциала

$$E = -\operatorname{grad} V = -\frac{dV}{dr}.$$

Следовательно,

$$dV = -E\,dr.$$

Поскольку внутри заряженной сферы $E = 0$, *потенциал внутри шарового проводника остается постоянным и равным потенциалу на поверхности проводника* VM (рис. 62, *б*). Вне сферы потенциал падает обратно пропорционально расстоянию r (гипербола MN).

§ 23. Электроемкость проводников

Пусть два проводника A и B находятся на определенном расстоянии один от другого, вдали от других проводников. На A находится положительный заряд $+q$, на B — отрицательный заряд $-q$. Все исходящие от A электрические силовые линии оканчиваются при этих условиях на B, и между A и B возникает электрическое поле. Отсюда следует, что между A и B устанавливается разность потенциалов, или *напряжение*. Это значит, что интеграл

$$U = -\int_A^B E\,dr$$

для любого пути, соединяющего A с B, имеет определенное конечное значение. Потенциал A положительный, потенциал B отрицательный. Но напряженность поля в любой точке этого поля пропорциональна абсолютной величине заряда, образующего это поле, т. е. E пропорционально q. Так, например, в радиальном поле

$$E = \frac{q}{\varepsilon r^2},$$

в однородном поле

$$E = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon},$$

где $\sigma = \frac{q}{S}$ (S — площадь). Отсюда следует, что и напряжение U между проводниками тоже пропорционально их заряду. Если разделим количество электричества, образующее заряд на данном проводнике, находящемся в вакууме, на величину его потенциала, то получим постоянную для данного проводника величину, обусловленную только геометрическими данными этой системы. Но если проводник или система проводников помещены в ту или иную диэлектрическую среду, то частное от деления заряда на потенциал проводника будет зависеть не только от геометрических очертаний проводника, но и от диэлектрической проницаемости среды. Если данный изолированный проводник имеет последовательно потенциалы V, V_1, V_2, V_3,... при зарядах на нем q, q_1, q_2, q_3,..., то

$$\frac{q}{V} = \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} = \frac{q_3}{V_3} = C,$$

где C есть число, постоянное для данного проводника, изолированного и уединенного от других проводников; эта характеристика проводника называется его *емкостью, или его электроемкостью.* Физический смысл C ясен из соотношения

$$C = \frac{q}{V}; \quad q = CV; \tag{23-1}$$

электроемкость проводника определяется тем зарядом, который повышает потенциал проводника на единицу; иначе это определение следует сформулировать так: *емкость проводника численно равна заряду, который повышает на единицу потенциал проводника.* Обе эти формулировки устанавливают аналогию электроемкости с теплоемкостью (т. I, стр. 279) с тем, однако, важным различием, что теплоемкость зависит от вещества нагреваемого тела, а электроемкость не зависит от вещества проводника и есть функция его геометрических свойств, его размера и формы, а также диэлектрической проницаемости среды, окружающей проводник.

Как выражается *емкость шара с радиусом R* в вакууме? Потенциал на поверхности шара с зарядом $+q$

$$V = \frac{q}{R},$$

электроемкость этого шара по определению

$$C = \frac{q}{V};$$

отсюда

$$C = R. \tag{23-2}$$

Следовательно, *емкость шара в вакууме выражается в системе* СГСЭ *числом сантиметров его радиуса.*

Заметим, что емкость шара $C = R$ только при $\varepsilon = 1$, т. е. в вакууме; если же шар находится в среде с диэлектрической проницаемостью ε, то емкость шара

$$C = \varepsilon R. \tag{23-3}$$

За *единицу емкости* в системе СГСЭ принимается емкость шара в вакууме, радиус которого равен 1 *см*. Поэтому емкость всякого тела в системе СГСЭ выражается в единицах длины — *сантиметрах*; это же ясно из размерности электроемкости: емкость имеет размерность длины.

В *системе* МКСА за единицу емкости принимается емкость такого проводника, потенциал которого повышается на 1 вольт при увеличении его заряда на 1 кулон; такая единица емкости называется *фарадой* (*ф*):

$$1 \text{ фарада} = \frac{1 \text{ кулон}}{1 \text{ вольт}} = \frac{3 \cdot 10^9 \cdot 300}{1} = 9 \cdot 10^{11} \text{ СГСЭ} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см}.$$

Нетрудно проверить, что 1 единица емкости в системе СГСЭ равна $\frac{10^9}{c^2}$ *ф*, где c есть скорость света в вакууме.

Из этого видно, что фарада — огромная емкость; это емкость шара, радиус которого равен $9 \cdot 10^{11}$ *см*. Вспомним, что радиус Земли равен $6{,}371 \cdot 10^8$ *см*. Обычно в электротехнике употребляется миллионная доля фарады, называемая *микрофарадой* (*мкф*), а также единица, еще в миллион раз меньшая — *пикофарада* (*пф*):

$$1\ мкф = 10^{-6} ф = 9 \cdot 10^5\ см.$$

Емкость шара в диэлектрической среде, как мы видели, равна

$$C = \varepsilon R.$$

Если шар находится в вакууме, то эта формула примет вид

$$C = \varepsilon_0 R,$$

где в системе СГСЭ $\varepsilon_0 = 1$ и $C = R$, но в системе МКСА ε_0 уже не равно нулю. В самом деле, пусть $R = 1\ м = 100\ см$. В системе СГСЭ $C = 100\ см$, а в рационализованной системе МКСА это будет не 1 *ф*, а численно

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot c^2} \cdot 10^7 ф,$$

где c — скорость света в вакууме, выраженная в метрах в секунду. Из равенства $C = \varepsilon_0 R$ вытекает, что электрическая постоянная вакуума

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot c^2} \cdot 10^7 \frac{ф}{м}.$$

Чтобы лучше выяснить зависимость электроемкости от геометрических особенностей данного проводника, полезно провести аналогию с емкостью сосудов, наполняемых жидкостью.

1. Два разных сосуда, наполненные жидкостью до одного уровня, вмещают разное количество жидкости. Также два металлических шара разных радиусов, заряженные до одного и того же потенциала (например, через их соприкосновение), несут на себе разные заряды.

2. Два сосуда разных размеров, вмещающие одно и то же количество жидкости, наполняются до разных уровней. Также один и тот же заряд, сообщенный двум шарам разных радиусов, обусловит разные потенциалы: на большем шаре меньший, на малом — больший.

Возьмем проволочную спираль в свернутом виде, соединим ее с электроскопом и зарядим; заметим показание электроскопа. Если затем растянуть спираль, держа ее за ручку из изолятора, то увидим, что при том же заряде показание электроскопа уменьшилось,

т. е. уменьшился потенциал проводника — спирали, а это значит, что при увеличении геометрических размеров проводника увеличилась его емкость. Вообще, как видно из предыдущих формул, для изолированного проводника потенциал при данном заряде обратно пропорционален емкости.

Но эти простые соотношения, как показал Ф а р а д е й, существуют только тогда, когда вблизи данного проводника нет других проводников, присутствие которых весьма усложняет учет емкости данного проводника. Рассмотрим опыты Ф а р а д е я по исследованию емкости проводников.

1. На стержень электрометра надеваем какой-либо проводник, например, пластинку A (рис. 63, *а*), которую соединяем с источни-

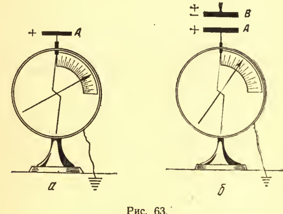


Рис. 63.

ком электричества, с заряженной стеклянной палочкой или электрофором, или просто прикасаемся к A наэлектризованным шариком на изолированной ручке; пластинка A получает определенный заряд $+q$ и состояние ее характеризуется определенным потенциалом V, который оценивается по положению стрелки электрометра на шкале.

2. Если издали будем приближать к заряженной пластинке A незаряженную пластинку B, держа ее за ручку из изолятора, то увидим, что показания электрометра будут падать по мере приближения пластинки B (рис. 63, *б*). Истолкование этого явления заключается в том, что пластинка B заряжается через влияние в поле пластинки A, причем на ней появляются разные заряды: $+q_1$ и $-q_1$. Поля этих зарядов складываются с полем первоначального заряда $+q$ и так как заряд $-q_1$ ближе к A, чем $+q_1$, то поле заряда $+q$ пластинки A ослабляется, потенциал проводника уменьшается. Но так как заряд $+q$ остался неизменным, то можно утверждать, что при приближении пластинки B увеличивается ем-

кость C проводника A. Для восстановления прежнего потенциала V пластинки A в присутствии B нужно зарядить ее сильнее так, чтобы новый заряд q_2 был больше q; следовательно, при том же потенциале на пластинке A будет больше электричества, чем раньше, а это и значит, что емкость C увеличилась.

3. Если сближать B и A, то наблюдается дальнейшее падение потенциала и увеличение емкости.

Особенно сильно будет уменьшение потенциала, если, не изменяя расстояния между B и A, отвести B к земле (рис. 64, *а*),

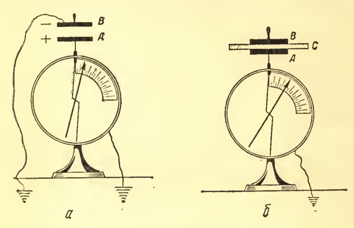


Рис. 64.

тогда заряд $+q$ уходит в землю и на B остается только заряд $-q_1$, который своим полем ослабляет поле заряда $+q$.

Такое сочетание проводников, имеющее целью увеличение их емкости, называется *конденсатором**.

4. Выражение «заряд уходит в землю» надо понимать так, что емкость Земли огромна, и потому присоединение к ней любого заряженного тела практически не меняет ее потенциала; тело получает потенциал Земли и все явления электризации (например, отклонение стрелки электроскопа) исчезают. Поэтому потенциал Земли можно принимать за нуль потенциала.

5. Важное значение имеют те опыты Фарадея, в которых он, не изменяя расстояния между B и A, заполнял промежуток между ними различными диэлектриками C (рис. 64, *б*) — стеклом, серой, слюдой и т. д., заменяя ими воздух. Как известно, поле в них в ε раз слабее, чем в воздухе (в вакууме); это и проявляется в большем падении потенциала и в большем увеличении емкости. Следовательно, емкость конденсатора зависит от взаимного расстоя-

* Латин. слово, значит — сгуститель.

ния пластин или обкладок конденсатора и от диэлектрической проницаемости той среды, в которой образуется поле, кроме того, емкость зависит еще от размеров пластин, на которых размещаются заряды.

§ 24. Конденсаторы

1. Плоский конденсатор. Две металлические пластины разделены изолятором (рис. 65) с диэлектрической постоянной ε; одна из пластин отведена к земле, другой сообщен заряд q. Обозначив площадь каждой из пластин через S, а расстояние между ними через d, имеем

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\sigma S}{V}, \tag{24-1}$$

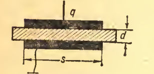


Рис. 65.

где V — потенциал заряженной пластины по отношению к другой, т. е. к земле:

$$V = Ed = \frac{1}{\varepsilon} 4\pi\sigma d; \tag{24-2}$$

поэтому

$$C = \frac{\varepsilon\sigma S}{4\pi\sigma d}; \quad C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} \ (см), \tag{24-3}$$

или

$$C = \frac{1}{9\cdot 10^5} \frac{\varepsilon S}{4\pi d} \ (мкф). \tag{24-4}$$

Следовательно, для данного конденсатора емкость есть величина постоянная, заряд, напряженность, потенциал не входят в эту формулу. *Емкость плоского конденсатора прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости, площади обкладок и обратно пропорциональна расстоянию между ними.*

Формула емкости плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} \tag{24-5}$$

пригодна при измерениях в системе СГСЭ. Тогда ε — относительная диэлектрическая проницаемость изолятора при электрической постоянной вакуума $\varepsilon_0 = 1$, S — площадь пластинки в $см^2$, d — расстояние между пластинками.

При измерениях в рационализованной системе МКСА формула выражается проще:

$$C = \frac{\varepsilon^* S}{d}. \tag{24-5'}$$

Здесь ε^* — абсолютная диэлектрическая проницаемость, равная $\varepsilon^* = \varepsilon_0\varepsilon_1$, S — площадь в $м^2$, d — толщина слоя диэлектрика между металлическими обкладками конденсатора в долях метра; C выражается при этом в фарадах, ε — отвлеченное число, а ε_0, как было указано, выражается в фарадах на метр.

2. Шаровой конденсатор. Имеются две концентрические шаровые поверхности с слоем диэлектрика между ними (рис. 66); радиусы шаров — R_1 и R_2; второй шар отведен к земле, первый (внутренний) получает заряд q. Тогда потенциал первого шара, если бы не было второго, выразится формулой (см. формулу 7-2):

$$V_1 = \frac{q}{\varepsilon R_1}. \qquad (24\text{-}6)$$

Но второй шар на внутренней поверхности имеет заряд $-q$, и потому потенциал его

$$V_2 = -\frac{q}{\varepsilon R_2}.$$

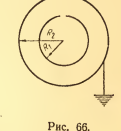


Рис. 66.

Разность потенциалов, или просто потенциал внутреннего шара, ибо внешний отведен к земле,

$$V = \frac{q}{\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Поэтому емкость шарового конденсатора:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \qquad (24\text{-}7)$$

Эта формула пригодна для вычисления емкости шарового конденсатора в системе СГСЭ.

3. Цилиндрический конденсатор, например, проволока (длиной l) с радиусом r, окруженная трубкой с радиусом R; между ними диэлектрик с проницаемостью ε; наружная трубка отведена к земле. Напряженность поля в этом случае нам известна (см. формулу 5-9):

$$E_1 = \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{2\sigma_1}{r},$$

где σ_1 — заряд на единицу длины. По обычному методу вычисляем потенциал проволоки:

$$V = \int_r^R E\,dr = \frac{2\sigma_1}{\varepsilon}\int_r^R \frac{dr}{r} = \frac{2\sigma_1}{\varepsilon}\ln\frac{R}{r};$$

сделав подстановку $\sigma_1 = \frac{q}{l}$, имеем

$$V = \frac{2q_1}{\varepsilon l}\ln\frac{R}{r}.$$

Отсюда находим *емкость цилиндрического конденсатора*

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon l}{2 \ln \frac{R}{r}}. \qquad (24\text{-}8)$$

Емкость каждого сантиметра длины проволоки

$$C_1 = \frac{\varepsilon}{2 \ln \frac{R}{r}}. \qquad (24\text{-}9)$$

При вычислении емкости в системе МКСА придется вместо ε взять $\varepsilon^* = \varepsilon_0 \varepsilon$. Входящие в формулы логарифмы — натуральные; для вычисления по десятичным таблицам надо при них ввести переводный множитель:

$$\ln 10 = 2{,}30259.$$

4. В лабораторной и технической практике часто встречаются конденсаторы в виде лейденских банок и плоские конденсаторы с диэлектриком из слюды или из парафинированной бумаги. Лейденские банки — это стеклянные банки той или другой высоты, внутри и снаружи оклеенные станиолем (рис. 67), стержень с шариком служит для заряжения внутренней обкладки, внешняя соединяется с землей. Емкость лейденских банок невелика (порядка 10^{-2} *мкф*), но при хорошем сорте стекла и тщательном исполнении они допускают значительные потенциалы в десятки тысяч вольт.

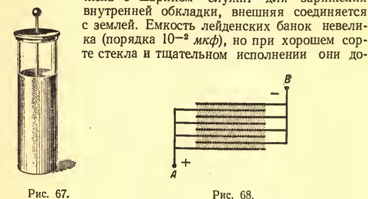


Рис. 67.

Рис. 68.

§ 25. Соединения конденсаторов

Большие емкости имеют плоские или пластинчатые конденсаторы, применяемые в радиотехнике и электротехнике. Они собираются из ряда станиолевых листков с прокладкой между ними диэлектрика, иногда применяются для этого тонкие (например, 0,02 *мм*) пластинки слюды. Листки станиоля соединяются через один в общую обкладку (рис. 68): четные — с одной стороны, не-

четные — с другой; концы соединяющихся листков выводят к клеммам; если выводящих клемм несколько, то можно вводить в действие не сразу весь конденсатор, а по частям, например, через 0,1 *мкф*.

Большое распространение получили конденсаторы, состоящие из двух лент станиоля, разделенных между собой более широкими лентами пропарафиненной бумаги. Полученный таким образом конденсатор свертывается в трубку, отчего его емкость увеличивается вдвое, так как обе стороны станиолевых пластинок являются в этом случае рабочими.

Очень большую емкость при сравнительно небольших размерах имеют *электролитические конденсаторы*. Обкладками их служат алюминиевые листки, покрывающиеся в особом растворе весьма тон-

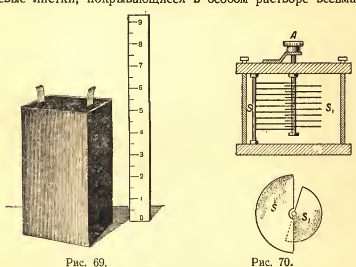


Рис. 69. Рис. 70.

кой непроводящей пленкой. На рис. 69 изображен электролитический конденсатор емкостью в 10 *мкф*, выдерживающий разность потенциалов 300 *в*.

Очень важным свойством электролитических конденсаторов является способность их восстанавливаться после пробоя. Обычные конденсаторы в этом случае безвозвратно выходят из строя.

Если нужно плавное изменение емкости конденсатора, то употребляют *вращающийся пластинчатый конденсатор* (рис. 70). Неподвижный ряд соединенных между собой пластин S закреплен на стержне; вращением оси A можно большую или меньшую часть соединенных между собой пластинок S_1 вдвигать в пространство между пластинками S; вследствие этого изменяется емкость конденсатора.

В этих конденсаторах мы в сущности имеем соединение нескольких конденсаторов в один. Чего мы при этом достигаем?

1. Если соединить все пластины высокого потенциала между собой (рис. 71) и все пластины низкого потенциала (в частном случае соединенные с землей) между собой, то получим *параллельное соединение конденсаторов*. Для каждого из них можем написать

$$q_1 = C_1V;\ q_2 = C_2V;\ q_3 = C_3V;...,$$

поэтому

$$q_1 + q_2 + q_3 + ... = (C_1 + C_2 + C_3 + ...)\,V;\ q = CV.$$

Здесь q — общий заряд всего соединения или батареи конденсаторов, C — их общая емкость:

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i. \tag{25-1}$$

Следовательно, *при параллельном соединении конденсаторов емкость всей батареи равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.*

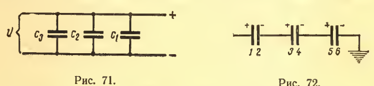


Рис. 71. Рис. 72.

Поэтому при помощи параллельного соединения большого числа конденсаторов возможно получать огромные емкости.

2. Если соединим *последовательно* обкладки нескольких конденсаторов (рис. 72), при этом последнюю обкладку отведем к земле, а первой сообщим заряд, то такой же заряд вследствие влияния появится на всех обкладках; на *1, 3, 5* — положительный, на *2, 4, 6* — отрицательный; разности потенциалов между каждой парой обкладок будут не равны между собой, так как емкости отдельных конденсаторов вообще могут быть не равны. Поэтому

$$q = C_1V_1;\quad q = C_2V_2;\quad q = C_3V_3;\cdots,$$

$$V_1 + V_2 + V_3 + \cdots = q\left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots\right];$$

для всей батареи

$$V = \frac{q}{C};$$

отсюда

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots;\ C = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}}. \tag{25-2}$$

Это значит, что *при последовательном соединении конденсаторов складываются обратные величины их емкостей.* Если емкости равны, то

$$\frac{1}{C}=\frac{n}{C_1}; \quad C=\frac{C_1}{n}; \tag{25-3}$$

поэтому

$$V_1=\frac{V}{n}.$$

Следовательно, это соединение удобно при очень больших разностях потенциалов, так как на каждый конденсатор будет приходиться лишь n-я доля всей разности потенциалов.

§ 26. Электростатические генераторы

1. Электрическая индукционная машина. Наиболее распространенный в физических кабинетах тип индукционной электростатической машины схематически показан на рис. 73. Она состоит из двух параллельных близких друг к другу эбонитовых кругов, вращающихся навстречу один другому на одной и той же оси. На наружной стороне каждого круга приклеены продолговатые станиолевые обкладки A_1, A_2, A_3,... и B_1, B_2, B_3, ... С наружной стороны каждого круга косо расположены две скрещенные металлические скобы E_1, E_2 и F_1, F_2, несущие на концах кисточки из металлической мишуры. Через них соединены проводником станиолевые обкладки, расположенные на концах диаметров. В S_1 и S_2 находятся снимающие заряд гребенки, состоящие из проводника, острия которого направлены к кругам. Эти гребенки соединены с полюсами машины. Пусть передний круг вращается против часовой стрелки, а задний круг — по часовой. При прохождении обкладки B_1 мимо кисточки F_1 обкладка B_1 получает положительный заряд, возбуждаемый вследствие трения между кругом и кистью. Когда B_1 в процессе вращения окажется против E_1, то через влияние E_1 зарядится отрицательно, а E_2 положительно. Обкладка A_1, проходя мимо E_1, захватывает отрицательный заряд, а обкладка A_2, проходя мимо E_2, захватывает положительный заряд. Когда A_1 проходит мимо F_1, то F_1 заряжается

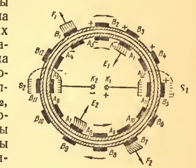
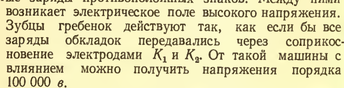


Рис. 73.

через влияние положительно, а F_2 отрицательно. Спустя короткое время после начала вращения машины, F_1 и E_2 заряжаются через влияние положительно, а F_2 и E_1 — отрицательно. Все обкладки, проскальзывающие мимо них, действуют таким же образом. Против них на другом диске движутся противоположно заряженные обкладки. Через влияние противоположных зарядов обкладок создаются сильные поля.

В зависимости от направления вращения кругов получается, что все положительные заряды подводятся направо к S_1, а отрицательные — налево к S_2. Когда обкладки проходят мимо гребенок, на их зубьях возникают через влияние заряды. Острия гребенок нейтрализуют заряды обкладок, а на электродах K_1 и K_2 остаются оттолкнутые заряды противоположных знаков. Между ними


возникает электрическое поле высокого напряжения. Зубцы гребенок действуют так, как если бы все заряды обкладок передавались через соприкосновение электродами K_1 и K_2. От такой машины с влиянием можно получить напряжения порядка 100 000 *в*.

Проф. Угримов в Москве еще в 1914 г. построил генератор высокого напряжения, в котором создавалось напряжение до 7 *кв* при помощи непрерывного переноса зарядов бесконечной лентой.

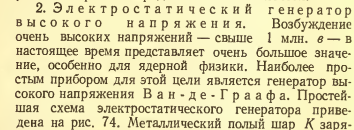

2. Электростатический генератор высокого напряжения. Возбуждение очень высоких напряжений — свыше 1 млн. *в* — в настоящее время представляет очень большое значение, особенно для ядерной физики. Наиболее простым прибором для этой цели является генератор высокого напряжения Ван-де-Граафа. Простейшая схема электростатического генератора приве-

Рис. 74.

дена на рис. 74. Металлический полый шар K заряжается постоянно подводимой внутрь него бесконечной лентой B зарядами до все более возрастающего потенциала, так как он принимает каждый следующий заряд независимо от имеющегося напряжения. Предел напряжения определяется здесь только изолирующими свойствами окружающей шар среды. Чем лучше изоляция, чем дальше шар от окружающих стен, тем выше предельное пробивное напряжение, которое служит границей роста потенциала шарового электрода.

На схеме K — кондуктор, представляющий собой большой металлический полый шар, на высокой изолирующей колонке, или же продолговатый, закругленный на концах, полый металлический цилиндр с двумя прорезами. Сквозь эти прорезы пробегает на двух роликах R_1 и R_2 широкая бесконечная лента B из изоляционного материала (шелка, целлюлозы, прорезиненной ткани толщиной 1,5—2 *мм*). Ролик R_1 заземлен, ролик R_2 закреплен внутри

К. Внизу, вплотную к ленте слева, находится щетка S_1 с остриями, а с другой стороны ленты — цилиндрическая штанга; между щеткой и штангой поддерживается постоянное напряжение, примерно 10 000 *в*. Вследствие этого с остриев щетки стекают заряды на ленту. Какой знак S_1, таков и знак зарядов на ленте. Этот заряд подводится движением ленты внутрь кондуктора. Здесь острия другой щетки S_2 «всасывают» заряд, и он располагается на поверхности кондуктора. Это продолжается до тех пор, пока не наступит искровой пробой. Если между кондуктором *К* и землей включить разрядную трубку, то по ней пойдет ток высокого напряжения, определяемый тем количеством электричества, которое доставляется лентой кондуктору каждую секунду. Усиливают ток путем электризации незаряженной части ленты зарядами противоположного знака. Даже обычные в физических лабораториях электростатические генераторы дают напряжение порядка 1 млн. *в* или 1 мегавольт (*Мв*).

На рис. 75 изображена схема устройства современного электростатического генератора: *1* — опорная изолирующая рама, *2* — стальной бак, *3* — вакуумная трубка, ускоряющая заряженные частицы; *4* — источник заряженных частиц, *5* — генератор, *6* — электрод, *7*, *12* — ролики, *8* — бесконечная лента, *9*, *10*, *11* — металлические диски, *13* — двигатель, *14* — электромагнит.

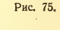


Рис. 75.

Для повышения изоляции стальной бак, в котором помещен генератор, наполняется сжатым газом, таким как элегаз SF_6 или фреон CCl_2F_2, имеющими электрическую прочность в 2,5 раза больше, чем воздух.

В современных электростатических генераторах рабочее напряжение доходит до 8,5 *Мв*, давление газа доводится до 28 *атм*, напряженность электрического поля в газовом зазоре достигает 150 *кв* на сантиметр.

Электростатические генераторы используются в радиобиологии, рентгенотерапии, дефектоскопии. В ядерной физике электростатический генератор служит в качестве инжектора протонов, т. е. устройства, которое ускоряет протоны и затем впрыскивает их на орбиту беватрона; в этом случае генератор располагается горизонтально. Используется электростатический генератор и в качестве источника нейтронов одинаковой энергии (моноэнергетических нейтронов).

Длина ускорительной трубки достигает 6 *м*, диаметр бака — 4 *м*, длина бака — 7,5 *м*, ионный ток варьируется от 0,25 до 250 *мка*.

Глава IV

ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

§ 27. Взаимная энергия системы неподвижных точечных зарядов

Пусть для простоты систему образуют всего два неподвижных точечных заряда q_1 и q_2, находящиеся в материальной среде с диэлектрической постоянной ε на расстоянии r друг от друга.

В поле заряда q_1 для удаления заряда q_2 из данной точки на бесконечность надо совершить работу

$$A_{21} = q_2 V_{21}, \tag{27-1}$$

где V_{21} — потенциал поля, создаваемого зарядом q_1 в точке, где находился заряд q_2.

Если, наоборот, q_2 остается, а q_1 удаляется на бесконечность, то работа удаления q_1 будет:

$$A_{12} = q_1 V_{12}. \tag{27-2}$$

Но потенциалы точечных зарядов известны:

$$V_{21} = \frac{q_1}{\varepsilon r}; \quad V_{12} = \frac{q_2}{\varepsilon r}. \tag{27-3}$$

Следовательно,

$$A_{21} = A_{12} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r}. \tag{27-4}$$

Величиной этой работы и измеряется *взаимная потенциальная энергия системы* из двух точечных зарядов:

$$W = q_1 V_{12} = q_2 V_{21} = \frac{1}{2}(q_1 V_{12} + q_2 V_{21}). \tag{27-5}$$

Если точечных зарядов много, то взаимная потенциальная энергия такой системы неподвижных зарядов выразится формулой:

$$W = \frac{1}{2}\sum q_k V_k. \tag{27-6}$$

Если заряды распределяются в теле непрерывно, то знак суммы заменяется знаком интеграла:

$$W = \frac{1}{2}\int_0^q V dq. \tag{27-7}$$

§ 28. Энергия заряженного проводника

Понятие о потенциале позволяет вычислить энергию заряженного проводника и энергию электрического поля.

Зарядим какой-нибудь проводник до потенциала V. Каждая точка поля этого заряда характеризуется вектором E и скаляром

V; таким образом, заряженный проводник является источником энергии, которая распределяется в его поле и обусловливает в нем ряд явлений.

Чтобы вычислить запас этой энергии, представим себе, что процесс заряжения идет так, что на проводник, например на изолированный шар, постепенно переносится электричество малыми порциями dq, причем постепенно повышается потенциал проводника, оставаясь все время пропорциональным заряду (рис. 76):

$$V = kq.$$

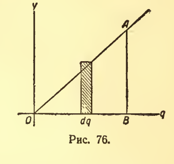


Рис. 76.

Тогда элементарная работа при переносе каждого заряда определяется так:

$$dA = d(qV) = kq\,dq.$$

Всю же работу переноса q единиц электричества получим, интегрируя предыдущее выражение:

$$A = \int_0^q kq\,dq = \frac{kq^2}{2} = \frac{qV}{2}. \qquad (28\text{-}1)$$

Этот результат, аналогичный тому, который получен при определении энергии упруго-деформированного тела (т. I, стр. 132), может быть изображен графически; отложим по оси абсцисс значения q, по оси ординат — соответствующие значения V; тогда сумма площадей прямоугольников, соответствующих dq, в пределе даст площадь треугольника OAB, которая численно выразит работу заряжения проводника:

$$W = \frac{1}{2}\,qV. \qquad (28\text{-}2)$$

По этой формуле вычисляется *энергия заряженного проводника*.

Различные проявления этой энергии мы наблюдаем в поле, созданном проводником, поэтому возникает вопрос об энергии в объеме поля и ее распределении в этом объеме. Надо отметить, что в механике всегда идет речь об энергии массы движущейся воды, сжатого газа, закрученной пружины и т. д.; здесь же мы впервые встречаемся с *энергией электрического поля*.

§ 29. Энергия электростатического поля

Чтобы выяснить распределение энергии в поле, сначала выделим ограниченный объем поля и определим в нем количество энергии.

На проводнике I (рис. 77) выделим произвольную часть поверхности S_1 и от контура этой поверхности проведем линии сил поля,

или линии индукции, которые будут нормальны к поверхности S_1. Эти линии сил образуют поверхность, ограничивающую трубку, выделяющую некоторый объем поля (диэлектрика). Такая трубка, образующими поверхностями которой служат линии сил, называется *трубкой сил*. Из самого ее построения видим, что каждый элемент трубки сил dl ограничен замкнутой конической поверхностью.

Исходя из поверхности S_1, на которой находится заряд $+q_1$, трубка должна закончиться на поверхности S_2 проводника *II*, где находится заряд $-q_2$; итак, трубка имеет замкнутую поверхность $S_1 + S_2 + S_0$, где S_0 есть ее боковая поверхность. Возьмем по длине потока несколько сечений, перпендикулярных к линиям сил

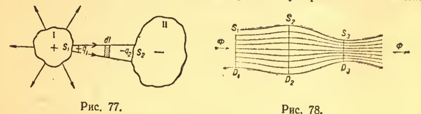


Рис. 77. Рис. 78.

или к линиям индукции в трубке (рис. 78), тогда, полагая в нашем случае в формуле потока индукции (14-3) $\cos\alpha = 1$, находим

$$D_1S_1 = D_2S_2 = D_3S_3 = \ldots = \Psi. \qquad (29\text{-}1)$$

В этих соотношениях заключается мысль, что индукция увеличивается в местах сужения трубки и уменьшается в местах ее расширения, обеспечивая постоянство *потока индукции* Ψ, — совершенная аналогия с потоком несжимаемой жидкости; поток жидкости, т. е. количество жидкости, протекающей через любое поперечное сечение трубы в одну секунду, постоянен по всей длине трубы, но скорости движения жидкости различны; где сечение уже, там скорость больше и обратно (т. I, стр. 186).

На основании теоремы Гаусса, имеем (рис. 77)

$$D_1S_1 = 4\pi q_1; \quad D_2S_2 = 4\pi q_2; \quad D_1S_1 = D_2S_2;$$

отсюда

$$q_1 = -q_2; \quad |q_1| = |q_2| = q.$$

Следовательно, *заряды в начале и в конце одной и той же силовой трубки равны по абсолютной величине и противоположны по знаку.*

Поверхности S_1 и S_2 суть поверхности проводников, поэтому энергия в области поля, которая ограничена нашей трубкой, выразится так:

$$W = \frac{1}{2} q_1V_1 + \frac{1}{2}(-q_2)V_2 = \frac{1}{2} q (V_1 - V_2). \qquad (29\text{-}2)$$

Преобразуем это выражение:

1) Имеем

$$-dV = E\,dl; \int_1^2 E\,dl = V_1 - V_2,$$

поэтому

$$W = \int_1^2 \frac{qE}{2} dl.$$

2) Производя подстановку

$$DS = 4\pi q; \quad q = \frac{DS}{4\pi} = \frac{\varepsilon ES}{4\pi},$$

находим

$$W = \int_1^2 \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} S\,dl. \tag{29-3}$$

3) Но $S\,dl = dv$ есть элемент объема трубки (рис. 77) или, вообще, элемент объема поля; самое представление о трубке сил послужило нам методическим приемом, позволившим перейти к вычислению энергии элемента поля в диэлектрике:

$$dW = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} dv. \tag{29-4}$$

4) *Плотностью энергии w мы называем количество ее в единице объема:*

$$w = \frac{dW}{dv} = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} = \frac{DE}{8\pi} = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon}. \tag{29-5}$$

В формулах плотности энергии поля уже нет зарядов — возбудителей поля, в них входят лишь характеристики поля в пространстве, окружающем заряженные проводники.

5) *Энергия однородного поля*, например, поля между двумя параллельными плоскостями (рис. 39).

В этом случае E постоянно, поэтому

$$W = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} \int dv = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} v,$$

где v — объем поля между пластинками.

Плотность энергии определит содержание энергии в каждой единице объема однородного поля

$$w = \frac{W}{v} = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi}. \tag{29-6}$$

6) Всякий *конденсатор* в заряженном состоянии обладает *потенциальной энергией*, значение которой можно выразить по общей формуле:

$$W = \frac{qV}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2}. \tag{29-7}$$

Нетрудно доказать, что эти выражения равносильны произведению плотности энергии однородного электрического поля в диэлектрике на объем диэлектрика между пластинками конденсатора.

В самом деле,

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}; \quad V = Ed;$$

отсюда

$$W = \frac{CV^2}{2} = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} v.$$

§ 30. Пондеромоторные силы. Теория дально-и близкодействия

Действием на расстоянии, или *дальнодействием*, называют возможность непосредственного действия чего-либо материального на другое материальное, находящееся от него на таком расстоянии, что соприкосновения между ними происходить не может. Солнце действует на планеты силою тяготения, нигде не соприкасаясь с ними. Механизм тяготения оставался неизвестным, но грандиозное развитие небесной механики, казалось, целиком подтверждало учение о дальнодействии. Эта идея господствовала и в XVIII столетии, а в опытах Кулона нашла свое подтверждение в новых областях — электрических и магнитных взаимодействий. Считали, что существуют два электричества и два магнетизма, заряды которых взаимодействуют на расстоянии по законам Кулона точно так же, как тяготеющие массы взаимодействуют по закону Ньютона. Поэтому в начале XIX в. учение о дальнодействии полновластно господствовало в науке. Великий физик экспериментатор Фарадей первый указал на несообразность учения о дальнодействии и поразительно упорной последовательностью опытов доказал существование электрического и магнитного полей, раскрыл их многие свойства и тем самым утвердил основы *теории близкодействия*. Он экспериментально доказал, что взаимодействие между электрическими зарядами осуществляется промежуточной материальной средой — *электрическим полем*; аналогично осуществляется и взаимодействие магнитных полюсов через *магнитное поле*; наконец, в явлениях *электромагнитной индукции он открыл взаимосвязь между электрическими и магнитными явлениями*. Тем самым теория дальнодействия уступила свое место теории близкодействия и родилась новая физика — *физика поля*.

Ученик Фарадея Максвелл*, облекший идеи своего учителя в новую для того времени математическую форму, пишет в предисловии к своему основному произведению: «Фарадей своим мысленным оком видел силовые линии, проходящие по всему пространству там, где математики видели центры сил, притягивающие на расстоянии. Фарадей видел промежуточную среду там, где они ничего не видели, кроме расстояния. Фарадей искал сущность явлений в том, что в действительности происходит в среде, другие удовлетворялись тем, что находили эту сущность в способности действия на расстоянии, которою одарены электрические жидкости».

Учение о близкодействии, развитое Фарадеем и Максвеллом как учение об электрическом, магнитном и элекромагнитном полях, с тех пор стало одной из основ классической физики. Всемирное тяготение оставалось вне этих концепций до того времени, когда Эйнштейн** создал теорию относительности, утвердившую материальную обусловленность пространства и времени. Поскольку установлена материальность пространства и времени как форм существования материи учение о дальнодействии нашло свой конец.

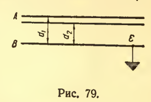


Рис. 79.

Механические силы, испытываемые весомыми телами в электрическом поле, называются *пондеромоторными силами* в отличие от «*электродвижущих сил*», перемещающих электрические заряды относительно тел, в которых они находятся.

Рассмотрим силы, с которыми притягиваются друг к другу обкладки конденсатора. Пусть между обкладками A и B находится диэлектрик с проницаемостью ε (рис. 79). Пластинка A заряжена положительно, на пластинке B сосредоточен такой же отрицательный заряд. Между пластинками установилось однородное электрическое поле. Пусть под действием силы притяжения F пластинка A с расстояния d_1 приблизилась к пластинке B на расстояние d_2. Работа силы F, очевидно, $A = F(d_1 - d_2)$. Введем величину давления на 1 *см*² площади $p = \frac{F}{S}$. Работа

$$A = pS\,(d_1 - d_2) = p\Delta v,$$

где Δv — изменение объема конденсатора.

* Джемс Кларк Максвелл (1831—1879) — английский физик; разработал математические основы кинетической теории газов, теории электромагнитного поля, электромагнитной теории света. По своему мировоззрению был материалистом.

** Альберт Эйнштейн (1879—1955) создал специальную и общую теорию относительности, теорию фотоэффекта, теорию броуновского движения и др. Лауреат Нобелевской премии за 1921 г.

Если работа A перемещения пластинки была произведена электрическими силами поля, то энергия конденсатора соответственно уменьшилась на

$$\Delta W = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} \Delta v.$$

По закону сохранения энергии $A = \Delta W$ и, следовательно,

$$p = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi}. \qquad (30\text{-}1)$$

Нетрудно убедиться, что размерность плотности энергии совпадает с размерностью давления. В системе СГСЭ она выражается в *дин/см*²; в системе МКСА придется взять вместо ε абсолютную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon^* = \varepsilon_0 \varepsilon$, где ε_0 — электрическая постоянная, $\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} \frac{ф}{м}$, ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды между обкладками; E измеряется в *в/м*. Получается размерность

$$(p) = \frac{(1 ф) \cdot (1 в)^2}{(1 м)^3} = \frac{(1 ф) \cdot (1 в) \cdot (1 в)}{(1 м)^3} =$$

$$= \frac{(1 к) \cdot (1 в)}{(1 м)^3} = \frac{(1 дж)}{(1 м)^3} = \frac{(1 н) \cdot (1 м)}{(1 м)^3} = \frac{(1 н)}{(1 м)^2}.$$

Фарадей представлял себе силовые линии на подобие растянутых резиновых нитей, стремящихся сократиться и влекущих за собою обкладки конденсатора *пондеромоторными силами.* Подобным образом он объяснял взаимное притяжение и отталкивание заряженных тел. Для нас силовые линии являются *моделью*, отражающей действие еще *неизвестного* нам механизма электрического поля.

С точки зрения Фарадея силовые линии не только стремятся сократиться, но и испытывают между собою боковое давление, имеющее ту же величину, как и плотность энергии.

Итак, по представлениям Фарадея и Максвелла в электрическом поле действуют на тела пондеромоторные силы двух видов:

1) натяжение вдоль силовых линий, обусловливающее взаимное притяжение противоположно заряженных тел;

2) давление по направлениям, перпендикулярным к силовым линиям, обусловливающее взаимное отталкивание одноименно заряженных тел.

§ 31. Электростатические измерения

При измерении величин, характеризующих постоянное электрическое поле, обусловленное статическими, т. е. покоящимися, зарядами, основным является измерение разности потенциалов.

1. Измерение емкости. Выше были установлены формулы для вычисления емкостей некоторых тел, например, установлено, что емкость изолированного и удаленного от других проводников шара в вакууме численно равна его радиусу; для плоского конденсатора в системе СГСЭ емкость

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} \quad (см)^*. \tag{31-1}$$

Взяв один из таких конденсаторов, емкость которого C известна, заряжаем его обкладку до потенциала V (отводя другую обкладку к земле), тогда

$$q = CV.$$

Затем при помощи длинной и тонкой проволоки присоединяем к конденсатору проводник, емкость которого C_1 хотим определить; так как заряд не уменьшится, но изменится емкость, а следовательно, и потенциал этого нового составного тела, то

$$q = (C + C_1)V_1,$$

отсюда

$$CV = (C + C_1)V_1; \tag{31-2}$$

если V и V_1 измерены при помощи электрометра и C известно, то из этого уравнения определим C_1.

Эта простая формула весьма усложняется на практике. Прежде всего, сам электрометр имеет емкость и ее надо ввести в предыдущее уравнение; для этого предварительно при помощи указанного приема определяют емкость самого электрометра. Затем существенное значение имеет расположение других отведенных к земле проводников, а также емкость соединительных проводов. Поэтому в технических и научных исследованиях измерение емкостей производится обычно при помощи других методов.

2. Измерение заряда или количества электричества сводится к измерению потенциала и емкости заряженного тела

$$q = CV.$$

При этом удобно воспользоваться цилиндром *Фарадея* F, емкость которого известна; вводя в него испытуемое тело, прямо по повышению потенциала, наблюдаемого по электрометру (рис. 80), определяем заряд q.

Заметим, что заряды могут быть определяемы непосредственно при помощи опытов Кулона, но эти опыты и все их видоизменения весьма сложны и кропотливы.

---

* В рационализованной системе МКСА

$$C = \frac{\varepsilon^* S}{d} (\phi). \tag{31-1'}$$

3. Измерение диэлектрической проницаемости ε производится при помощи сравнения электроемкости C данного конденсатора, наполненного диэлектриком, например, когда между его обкладками слюда, с электроемкостью его C_0, когда между его обкладками воздух (вакуум), тогда

$$\varepsilon = \frac{C}{C_0}. \qquad (31\text{-}3)$$

Кроме обычного расположения этого опыта по Фарадею, предложены разнообразные способы измерения ε, с которыми встретимся далее.

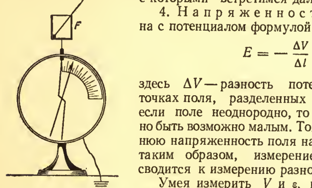


Рис. 80.

4. Напряженность поля связана с потенциалом формулой

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta l};$$

здесь ΔV — разность потенциалов в двух точках поля, разделенных расстоянием Δl; если поле неоднородно, то расстояние должно быть возможно малым. Тогда находим среднюю напряженность поля на этом расстоянии; таким образом, измерение напряженности сводится к измерению разности потенциалов.

Умея измерить V и ε, находим *электростатическую индукцию* в поле:

$$D = \varepsilon E.$$

Из предыдущего обзора видно, что все электростатические измерения могут быть сведены к измерению потенциалов. К этой задаче мы теперь и перейдем.

Основным прибором для измерения потенциалов, точнее — разностей потенциалов, является *электрометр*. Все электрометры представляют собой градуированные электроскопы, в которых взаимодействуют наэлектризованные тела — листочки алюминия, легкие пластинки, проволоки и т. д. Кроме тех электрометров, о которых была уже речь, существует множество их видоизменений, имеющих целью сделать электрометры точными измерительными инструментами. Рассмотрим некоторые из них.

1. Струнный электрометр (рис. 81). Между двумя металлическими пластинками натянута кварцевая нить (толщина ее — около 0,001 *мм*), покрытая для проводимости тончайшим слоем металла. Обе пластинки соединены с полюсами батареи элементов. Пока нить не заряжена, она занимает некоторое равновесное положение между пластинками; когда ее заряжают, она отклоняется к той или другой пластинке. Движение ее наблюдают в микроскоп со шкалой. Таким прибором можно измерять разности потенциалов до 0,003 *в*.

2. Квадрантный электрометр У. Томсона*. Медная цилиндрическая коробка разрезана на четыре квадранта (рис. 82). Противоположные квадранты — *1* и *3*, *2* и *4* — соединены металлически; над ними, или в полости коробки между ними, на-

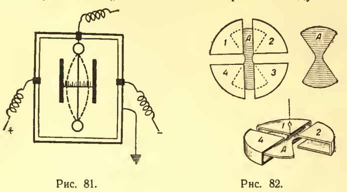


Рис. 81. Рис. 82.

ходится очень легкая, широкая стрелка A, имеющая очертания *лемнискаты* («бисквит»). Стрелка подвешена на тонкой кварцевой нити и заряжена до очень высокого потенциала. Если квадранты имеют один и тот же потенциал, то стрелка в равновесном состоянии расположена симметрично по отношению квадрантов. Одну пару квадрантов отведем к земле, другую соединим с телом, потенциал которого измеряется; тогда стрелка отталкивается от одних квадрантов, притягивается к другим, и поворот ее оценивается по повороту зеркальца O, которое прикреплено к нити (рис. 83). Чувствительность квадрантного электрометра до 0,001 *в*.

3. На принципе *квадрантного электрометра* строят более простые приборы. На рис. 84 изображен один из таких приборов. Две

Рис. 83.

* Уильям Томсон, лорд Кельвин (1824—1907) — английский физик — разработал многие вопросы теоретической и экспериментальной физики, сделал много важных изобретений, в особенности в области электросвязи.

пары неподвижных квадрантов лежат в разных плоскостях, и все они связаны с одним из зажимов прибора, а между ними может вращаться легкая пластинка в виде буквы «S», которая соединена с другим зажимом; с нею связана алюминиевая стрелка, отмечающая перемещение подвижной пластинки.

Эти и тому подобные приборы необходимо градуировать на вольты, чтобы они могли служить для измерения потенциалов. Кроме того, необходимо знать емкость электрометра, чтобы правильно измерить потенциал данного тела. Если емкость тела C и заряд его q, то

$$q = CV;$$

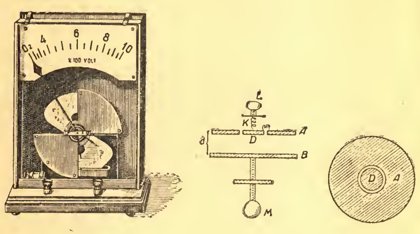


Рис. 84. Рис. 85.

но когда мы присоединяем к этому телу при помощи тонкой проволоки электрометр, емкость которого C_1, то отсчет по шкале дает V_1:

$$q = (C + C_1)V_1;$$

получаем уравнение

$$CV = (C + C_1)V_1,$$

откуда находим искомый потенциал V:

$$V = V_1\left(1 + \frac{C_1}{C}\right);$$

видим, что если C очень велико по сравнению с C_1, то можно принять $V = V_1$, т. е. пренебречь емкостью электрометра.

Градуировка электрометра на вольты может быть выполнена несколькими способами. Здесь мы рассмотрим теорию и метод одного из этих способов.

У. Томсон построил (1867 г.) прибор, называемый *абсолютным электрометром*, который прямо дает значения потенциала в единицах СГСЭ, его показания могут быть переведены на вольты и служить для градуировки и проверки других электрометров.

Схематически изобразим электрометр в виде двух круглых металлических пластин A и B, закрепленных параллельно друг над другом (рис. 85) на небольшом расстоянии d; нижняя пластина может вертикально перемещаться при помощи винта M. В середине верхней пластины вырезана небольшая площадка D; она за пружинку K подвешена к винту L и может им перемещаться вертикально, выходя из плоскости кольца A; тончайшей проволочкой пластинка D соединена с кольцом A так, что при заряде D и A находятся при одном потенциале.

Соединив пластинку A с землей, а B — с проводником, потенциал которого определяем, наблюдаем притяжение

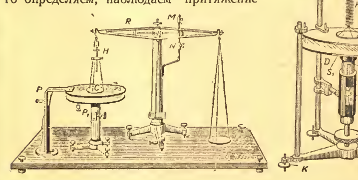


Рис. 86. Рис. 87.

или отталкивание пластинки D. Силу f взаимодействия пластин измеряем, или изменяя при помощи винта L натяжение заранее градуированной пружины K, или изменяя число граммов, действующих на пластинку D, для приведения ее в плоскость кольца (рис. 87).

Кольцо A, называемое *охранным*, имеет целью создать в пределах пластинки D *равномерное* электрическое поле. Без этого кольца у краев пластинки D силовые линии не сохраняли бы параллельности (рис. 85).

Монтаж электрометра может быть двоякий.

Пластины укрепляются на эбоните среди трех стоек с установочными винтами (рис. 87). Подвижная пластина D подвешена на заранее градуированной пружине к перемещающемуся эбонитовому цилиндру Q. Для перемещения пластины B служит винт с голов-

кой M; винт с головкой L позволяет перемещать Q и пластину D. Отсчеты расстояний производим при помощи нониусов N и N_1. Клеммы S и S_1 соединяем между собой, чтобы D и охранное кольцо A были всегда при одном потенциале.

Подвижная пластинка C служит одной из чашек очень чувствительных весов (рис. 86); на другую чашку кладут грузы, которые уравновесили бы действие электрических сил притяжения или отталкивания между пластинками C и B. Чтобы коромысло не отходило далеко от положения равновесия, что возможно при всяком, хотя бы и незначительном перевесе правой чашки (C будет удаляться все дальше от нижней пластины, так как сила уменьшается с увеличением расстояния), имеются ограничители M и N.

Познакомимся с *теорией абсолютного электрометра*. Две пластинки B и D (рис. 87) с воздушным промежутком между ними представляют плоский конденсатор. Присоединяя зажим S_1 (или P_1 рис. 86) к проводнику, потенциал которого надо определить, наблюдаем взаимодействие между D и B; пластинка D отталкивается или притягивается к B. Была установлена формула для вычисления силы действия одной пластинки такого конденсатора на другую (формула 14-14):

$$f = \frac{2\pi}{\varepsilon}\sigma^2 S; \tag{31-4}$$

в нашем случае $\varepsilon = 1$, S есть площадь подвижной пластинки D, σ — поверхностная плотность электричества на S. Наша цель — вывести формулу, которая дала бы возможность вычислить по наблюдаемой силе f потенциал проводника, точнее — разность потенциалов пластин B и D. Поэтому в выражение f введем V; имеем соотношения:

$$q = CV;\ q = \sigma S;\ \sigma S = CV;\ C = \frac{\sigma S}{V}.$$

Емкость плоского конденсатора нам известна

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d};\ \ \varepsilon = 1;$$

поэтому

$$\frac{\sigma S}{V} = \frac{S}{4\pi d}; \qquad \sigma = \frac{V}{4\pi d}.$$

Это выражение σ подставим в формулу для силы f:

$$f = \frac{1}{8\pi}\frac{V^2 S}{d^2};$$

отсюда формула для вычисления потенциала

$$V = \sqrt{\frac{8\pi f d^2}{S}}. \tag{31-5}$$

Если $f = mg$ взять в динах, d в сантиметрах и S в квадратных сантиметрах, то V получим в единицах потенциала по системе СГСЭ; умножив это число на 300, выразим V в вольтах. В том случае, если пластина A соединена не с землей, а с телом, имеющим некоторый потенциал, по формуле электрометра определим разность потенциалов пластин A и B (или D и B):

$$\Delta V = \sqrt{\frac{8\pi f d^2}{S}}. \tag{31-6}$$

Для градуировки какого-либо электрометра соединяем его с той пластинкой B абсолютного электрометра, которая не отведена к земле. Определив ряд потенциалов V_1, V_2, V_3,... абсолютным электрометром, отмечаем соответствующие им показания градуируемого электрометра (например, положения алюминиевого листочка). Таким образом, получаем таблицу для нанесения делений на шкале градуируемого электрометра. Результаты этого соотношения изобразим графически, нанося по оси абсцисс показания градуируемого электрометра, а по оси ординат — потенциалы V_1, V_2, V_3,...

Заряжая последовательно данный проводник и измеряя значения его потенциалов V_1, V_2, V_3,... при разных зарядах, находим эти заряды:

$$q = CV.$$

Емкость конденсатора C прибора заранее должна быть известна.

Б. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Глава V

ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

В истории учения об электричестве 1800 г. должен быть отмечен как важная дата: в этом году Вольта* изобрел электрический генератор нового типа, так называемый «вольтов столб». Вольта брал ряд цинковых и медных (или серебряных) кружков и прокладывал между ними такие же кружки из кожи или сукна, пропитанные раствором соли или кислоты; несколько таких пар, положенных столбиком друг на друга, составляют *батарею*; если к крайним кружкам — полюсам такой батареи — при-

* Алессандро Вольта (1745—1827) — итальянец, профессор в Павии, первый составил электрическую цепь и ввел понятие об электродвижущей силе.

соединить электрометр, то можно обнаружить разность потенциалов.

Затем Вольта предложил видоизменение своего прибора: ряд сосудов с подкисленной водой и опущенными в нее разнородными металлами (рис. 88). Элементы Вольта — родоначальники многочисленных видов *«гальванических» элементов*. Такое название им было дано по имени его знаменитого предшественника — Гальвани*, который первый обнаружил явление движения электрических зарядов, но неправильно оценил роль физиологических препаратов (например, лягушачьих лапок) в цепи, считая их источником особого «животного» электричества. Вольта рядом опытов доказал, что животные препараты — только своеобразные электроскопы, а источником электродвижущей силы, обусловливающей движение зарядов, т. е. электрический ток, является *разность потенциалов*, образующаяся при *контакте*, соприкосновении двух разнородных металлов. Если два диска из разных металлов, укрепленные на стеклянных ручках, привести в соприкосновение, а затем разъединить и один из них соединить с шариком чувствительного электрометра, то листочки последнего расходятся и, таким образом, обнаруживается электричество на диске, положительное или отрицательное, смотря по природе металла.

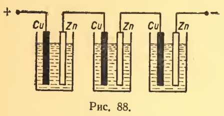


Рис. 88.

Подобные опыты можно назвать основными опытами Вольта по *контактному электричеству*. По современным измерениям контактные разности потенциалов имеют такие значения:

золото — железо	+ 0,33 *в*	цинк — медь	— 0,89 *в*
золото — медь	+ 0,18 *в*	цинк — вода дистиллированная	+ 0,114 *в*
уголь — медь	+ 0,37 *в*	вольфрам — натрий	+ 1,5 *в*.

Эти числа показывают, насколько потенциал тела первого, стоящего в начале, при соприкосновении оказывается выше потенциала второго тела. Например, при контакте цинка и меди цинк электризуется отрицательно, а медь положительно; разность потенциалов их $\Delta V = -0{,}89$ *в*.

Если составить замкнутую цепь, состоящую из различных соприкасающихся друг с другом металлов A, B, C,..., E (рис. 89),

* Луиджи Гальвани (1737—1798) — профессор анатомии и физиологии в Болонье. Его наблюдения над сокращением мышц препарированной лапки лягушки при соприкосновении с двумя разнородными металлами и при искровом разряде электрической машины начаты были в 1780 г. и продолжались до его смерти. Его цель была применить электричество к медицине.

то в такой цепи тока не будет. Это значит, что контактные разности потенциалов удовлетворяют условию:

$$A/B + B/C + C/D + D/E + E/A = 0.$$

Если мы разрежем нашу цепь по линии *ab* и соединим ее концы, то уравнение разностей потенциалов запишется в виде

$$A/B + B/C + C/D + D/E + E/E + E/A = 0.$$

Но так как при соприкосновении однородных металлов никакой разности потенциалов не получается, то $E/E = 0$. Если мы разведем нашу цепь по разрезу *ab*, то распределение потенциалов в ней останется прежним. Уравнение примет вид:

$$E/A + A/B + B/C + C/D + D/E = 0.$$

Это значит, что *разность потенциалов на концах цепи, если эти концы состоят из одного и того же металла, равна нулю.*

Но если мы разомкнем цепь на стыке двух разнородных металлов, например, на стыке A и E, то уравнение будет иметь вид

$$A/B + B/C + C/D + D/E = U = -E/A = A/E,$$

т. е. *разность потенциалов на концах цепи, если эти концы состоят из разнородных металлов, равна алгебраической сумме всех разностей потенциалов контактов, входящих в эту цепь.*

Это положение составляет закон В о л ь т ы.

Например, если мы составим цепь из железа, золота, меди, цинка, то на концах цепи будем иметь по приведенной таблице: $U = \text{Fe/Au} + \text{Au/Cu} + \text{Cu/Zn} = -0{,}33 + 0{,}18 + 0{,}89 = 0{,}74$ *в*, причем железо будет положительным, а цинк отрицательным полюсом.

Более значительные разности потенциалов возникают, как известно, в гальванических элементах, электроды которых погружены в растворы, действующие на них *химически*; максимумы разности потенциалов или *электродвижущие силы* (э. д. с.) на полюсах известных элементов таковы:

1. Элемент Д а н и е л я (цинк в растворе 10% H_2SO_4, медь в насыщенном растворе $CuSO_4$), э. д. с. = 1,1 *в*.

2. Г р е н е (цинк и уголь в растворе $K_2Cr_2O_7$ и серной кислоты), э. д. с. = 2 *в*.

3. Л е к л а н ш е (цинк и уголь с перекисью марганца в растворе нашатыря), э. д. с. = 1,5 *в*.

4. Свинцовый аккумулятор П л а н т е, э. д. с. = 2 *в*.

5. Щелочный аккумулятор Э д и с о н а, э. д. с. = 1,3 *в*.

6. По постановлению Международной конференции в Лондоне (1908) за эталон электродвижущей силы была принята э. д. с. кадмиевого элемента В е с т о н а, которая при 20° С равна 1,0183 *в*.

Наряду с электрическими генераторами элементы как источники электрического тока сыграли важную роль в развитии учения об электричестве и его приложениях к технике.

При перемещении зарядов в электростатическом поле происходит выравнивание потенциалов. *Направленное перемещение зарядов носит название электрического тока.* Когда потенциалы в точках A и B вследствие перераспределения зарядов выравнялись $V_A = V_B$, то ток прекращается. Для того чтобы установить непрерывное движение зарядов по AB, надо (рис. 90): 1) иметь замкнутый для них

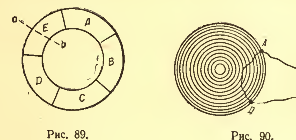


Рис. 89. Рис. 90.

путь—цепь или контур проводников $ABCDA$; 2) где-нибудь в C должен быть *генератор*, на полюсах которого в результате затраты в нем какой-либо энергии может появиться разность потенциалов, достаточная для работы при непрерывном перемещении зарядов по замкнутому контуру $CDABC$; генератором может служить *аккумулятор*, на полюсах которого появляется разность потенциалов в результате затраты химической энергии.

Генератором или источником, обусловливающим разность потенциалов на электродах, является машина или прибор, преобразующий какой-либо вид энергии в энергию движения электрических зарядов, или, другими словами, *в энергию электрического тока.* Так, например, генератор постоянного тока преобразует механическую энергию, получаемую им от теплового, водяного или какого-либо иного двигателя, в энергию электрического тока; в гальванических элементах ток возникает за счет энергии химических процессов и т. д. *Работой, которая может быть совершена за счет энергии генератора при круговом перемещении единицы заряда, измеряется электродвижущая сила генератора* $\mathscr{E}$ (сокращенно — э. д. с.).

Из основных положений учения об энергии (т. I, стр. 77) следует, что работа при движении зарядов может происходить только за счет запаса энергии генератора, точнее — за счет той части его энергии, которая называется *свободной энергией*; максимум ее по отношению к единице заряда определится *максимальным значением*

разности потенциалов на полюсах генератора до начала движения зарядов.

Мерой электродвижущей силы (э. д. с.) служит та разность потенциалов, которая развивается на полюсах генератора при условии, если заряды еще не имеют движения через внешнюю цепь; иначе говоря, *мерой электродвижущей силы может служить максимальная разность потенциалов на полюсах разомкнутого генератора.*

Описание явлений электрического тока как движения зарядов внутри проводников в количественном отношении приводит к зависимостям, формулируемым в ряде законов постоянного тока.

§ 32. Разность потенциалов, электродвижущая сила и напряжение

Движение зарядов возникает, когда между любыми двумя точками проводника существует *разность потенциалов*, — это необходимое условие появления *электрического тока*. Это условие вызывает представление об электрическом поле внутри проводника; но сначала исследуем электрическую цепь экспериментально.

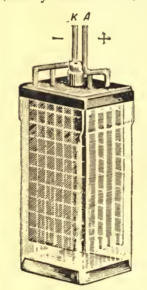


Рис. 91.

В электрической цепи всегда есть две точки с разностью потенциалов — это два полюса источника — *анод* A (положительный) и *катод* K (отрицательный) (рис. 91). Между ними существует электрическое поле, пока они не замкнуты проводником; как только анод и катод соединяются проводником, внешнее поле разрушается и в проводнике возникает движение зарядов—

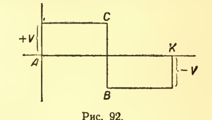


Рис. 92.

ток, направление которого во внешней цепи условно принято считать от анода (положительного полюса) к катоду (отрицательному полюсу). Иными словами, за направление тока принято считать направление движения по цепи положительных зарядов. Заметим, что условное направление тока противоположно

движеиию электроиов, к которому по существу сводится ток в металлах.

Гидравлическое явлеиие, которое до известной степени представляет аиалогию этому электрическому явлению и помогает его выяснеиию, таково: 1) уровень воды в круговой канаве, пока не действует насос, изображен линией AK (рис. 92); 2) в CB — плотииа. Начииает действовать иасос; с одной староиы плотины он повышает уровеиь на $+V$, а с другой — опускает на $-V$, появилась разиость уровней $+V-(-V) = 2V$; подобно этому на полюсах разомкиутой электрической цепи имеется разность потенциалов, изываемая электродвижущей силой; 3) не прекращая действия иасоса, откроем плотину; тогда образуется ток воды от высшей точки A к низшей K, причем разиость уровней в A и K будет несколько меньше, чем при закрытой плотиие: $2V_1 < 2V$ (рис. 93); условием движения жидкости от одной точки M к другой N является разность уровней в этих точках. Точно так же *условием тока в цепи является разность потенциалов в любых двух точках цепи.*

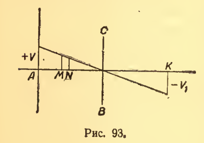


Рис. 93.

Гальванометры, амперметры, вольтметры — приборы разнообразного устройства, регистрирующие проходящий через них ток. *Гальванометр*, последовательио с которым введено значительное сопротивление, можно использовать для измерения разности потенциалов. Такой прибор, шкала которого проградуирована иа вольты, оценивает в вольтах разность потенциалов в тех точках цепи, к которым он присоединеи, и называется *вольтметром*. Экспериментальное исследование цепи электрического тока позволило устаиовить следующие положения:

1. Разиость потенциалов между любыми двумя точками цепи, взятыми по ее длиие, имеет вообще различные значения: имеино, разиость потенциалов между двумя точками цепи зависит от свойств участка цепи между этими точками.

2. Наибольшее зиачение разность потенциалов имеет на полюсах источника; при замкнутой цепи это значение разности потенциалов называется *напряжением*, при разомкнутой цепи — *электродвижущей силой*. Из этого определения вытекает, что *электродвижущая сила есть та разность потенциалов, которая обусловливает появление электрического поля в диэлектрике между полюсами источника*; как известио, эта разиость потенциалов при прочих равиых условиях может характеризовать запас потенциальной энергии поля.

3. Когда цепь замыкается, т. е. когда между полюсами источника появляется проводиик, возиикает в цепи процесс тока, на

который затрачивается энергия источника; *потенциал падает от точки к точке цепи по направлению тока* и, кроме того, уменьшается разность потенциалов на полюсах источника, так как трата энергии на процесс тока происходит не только во внешней цепи, но и внутри источника KA, как в части круговой замкнутой цепи.

Эти экспериментальные выводы могут быть обобщены на основании теории электрического поля.

Разность потенциалов, которую наблюдаем, проходя цепь от точки к точке (рис. 94), от A к G и до K, свидетельствует о том,

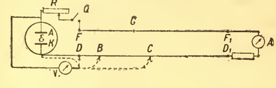


Рис. 94.

что в проводнике (например, металлической проволоке), соединяющем полюсы источника A и K, при явлении тока существует электрическое поле, в котором потенциал падает по направлению тока. Поэтому к каждому участку цепи, например CB, можно применить общее соотношение:

$$-dV = E\,dl;\ \Delta V = -\int_C^B E\,dl$$

Суммируя подобные выражения по всем участкам внешней цепи от A до K, приходим к выражению полного напряжения на полюсах замкнутой цепи:

$$U = \int_A^K E\,dl. \qquad (32\text{-}1)$$

Если это интегрирование выполнить по всей замкнутой цепи как по внешней, так и по внутренней, то получим интеграл по замкнутому контуру, называемый *циркуляцией напряженности электрического поля*:

$$\oint E\,dl = \mathscr{E}; \qquad (32\text{-}2)$$

этот интеграл дает значение *электродвижущей силы* (э. д. с.) в данной цепи.

§ 33. Сила тока и единицы ее измерения

Имея амперметр той или иной системы, можем при помощи его, во-первых, обнаружить существование тока в цепи, во-вторых, измерить силу в его амперах; обоснование этим измерениям дается дальше, а употребление амперметра известно.

По определению *сила тока равна количеству электричества, протекающего за единицу времени через поперечное сечение цепи*:

$$I = \frac{q}{t}.$$

Измерение этой величины сводится к измерению времени и количества электричества, протекшего через поперечное сечение цепи. Амперметр, будучи введен в цепь *последовательно* с другими ее частями и составляя часть ее, регистрирует число кулонов, протекающих через поперечное сечение цепи в секунду. Так как в замкнутой цепи электричество нигде не накапливается, то совершенно безразлично, где, т. е. в какой точке неразветвленной цепи, вклю-

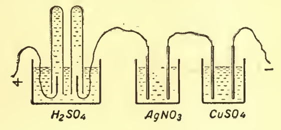


Рис. 95.

чать амперметр; если в цепь включить несколько амперметров в разных ее точках, то все они должны показать одно и то же число амперов.

Эти эксперименты позволяют сформулировать следующее положение: *во всех точках неразветвленной цепи сила тока одна и та же*.

Известно, что о токе и о величине его мы можем судить только по тем действиям — магнитным, химическим и тепловым, — которые наблюдаются в замкнутой цепи. Количественная оценка этих действий позволяет установить единицу силы тока — *ампер* и пользоваться ею при измерении тока.

По международному соглашению давно было найдено удобным при установлении единицы силы тока опираться на его химические действия.

Если в цепь введены растворы химически сложных веществ, например, $AgNO_3$, $CuSO_4$, H_2SO_4 и т. д., то при прохождении тока составные части их выделяются на электродах (рис. 95), причем водород и металлы выделяются на катоде; так, если при разложении током раствора медного купороса $CuSO_4$ катодом взять уголь, то во время процесса он покроется медью. Химические действия тока в растворах называются *электролизом* (см. гл. IX, § 61 и др.). Количественно явление электролиза характеризуется двумя зако-

нами **Ф а р а д е я** (1834): первый из них выражается так: *масса выделившегося при электролизе вещества прямо пропорциональна силе тока и времени его действия.*

Обозначив через m количество миллиграммов выделившегося вещества (меди, серебра, водорода и т. д.), через I — силу тока в амперах (a), через t — время в секундах, получим выражение *первого закона Фарадея:*

$$m = kIt. \qquad (33\text{-}1)$$

Здесь k — коэффициент пропорциональности, физический смысл которого выясним, положив $I = 1a$, $t = 1$ *сек*; тогда $m = k$; это значит: *k измеряется числом миллиграммов данного вещества, которое выделяется в* 1 *сек при силе тока в цепи* $I = 1$ *a*. Величина k называется *электрохимическим эквивалентом* данного вещества и выражается в $\frac{мг}{a \cdot сек}$ или $\frac{мг}{к}$.

В результате тщательных исследований оказалось возможным установить числовые значения k для многих веществ, в том числе был определен и электрохимический эквивалент серебра: $k = 1{,}118$ *мг/(а · сек)*; это значит, что при силе тока в один ампер выделяется при электролизе в секунду 1,118 *мг* серебра.

Обратно, зная электрохимический эквивалент серебра, можно определить единицу силы тока — ампер как такой ток, который в 1 *сек* из водного раствора азотнокислого серебра выделяет 1,118 *мг* серебра.

Знание k для разных веществ дает способ для определения силы тока

$$I = \frac{m}{kt}. \qquad (33\text{-}2)$$

Для этого в цепь вводят растворы электролитов в приборах, которые называются *вольтаметрами* или *кулонометрами*, ибо их назначение — измерение количества электричества, прошедшего через электролит; зная из наблюдений t, m и k, получаем возможность вычислить I и q.

Выше приведено определение так называемого *«международного ампера»*. В настоящее время принято стандартное определение ампера, основанное на магнитном взаимодействии токов; оно будет обосновано в гл. XI, § 73 и 77. Мы уже приводили соотношение между 1 *к* и единицей количества электричества в системе СГСЭ:

$$1к = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ},$$

или единица количества электричества в системе 1 СГСЭ $= \frac{10}{c}$ (*к*), где c — скорость света в вакууме, $c = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек*. Так как единица времени — секунда в обеих системах одна и та же, то для

единиц силы тока в системах СГСЭ и МКСА существуют такие же соотношения:

$$1a = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ — силы тока,}$$

$$1 \text{ единица силы тока в системе СГСЭ} = \frac{10}{c}\ (a).$$

§ 34. Закон Ома для участка цепи

Положения о падении потенциала и о постоянстве силы тока в цепи обобщаются в *законе Ома** (1827) при помощи введения особой величины — сопротивления, характеризующего свойства цепи или ее участка по отношению к электрическому току. Обозначив сопротивление данного участка цепи через R, напряжение на его концах через U и ток в цепи через I, выражаем связь между этими величинами формулой *закона Ома*:

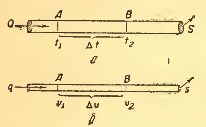


Рис. 96.

$$U = IR. \qquad (34\text{-}1)$$

Для теоретического обоснования своего закона Ом исходил из аналогии с теплопроводностью (т. I, стр. 289). Представим себе стержень с поперечным сечением S, по которому идет постоянный поток тепла от сечения A к сечению B (рис. 96, *а*)**, $AB = \Delta l$. Тогда закон теплопроводности выражается так:

$$q = \frac{Q}{\tau} = K \frac{\Delta t}{\Delta l} S. \qquad (34\text{-}2)$$

Это значит, что поток тепла пропорционален градиенту температуры, или падению температуры на единицу длины $\frac{\Delta t}{\Delta l}$ и поперечному сечению стержня S; K — коэффициент теплопроводности.

Аналогично, рассуждая о постоянном электрическом токе, напишем:

$$I = \frac{q}{\tau}. \qquad (34\text{-}3)$$

Заменим падение температуры на единицу длины $\frac{\Delta t}{\Delta l}$ разностью

---

* Георг Ом (1787—1854) был учителем в Кельне и Берлине, затем профессором в Мюнхене. В течение ряда лет (1824—1827) исследовал электрическую цепь и пришел к открытию своего знаменитого закона.

** Предполагаем, что через боковые поверхности стержня нет потерь тепла.

потенциалов на единицу длины цепи $\frac{U}{l}$, причем $U = V_1 - V_2$ есть разность потенциалов в A и B (рис. 96, *б*). Таким образом, имеем:

$$I = \gamma \frac{U}{l} S, \tag{34-4}$$

здесь γ есть *коэффициент электропроводности*. Алгебраическое преобразование предыдущей формулы даст:

$$I = \frac{U}{\frac{1}{\gamma} \frac{l}{S}};$$

введем обозначения

$$\frac{1}{\gamma} = \rho; \quad \frac{1}{\gamma} \frac{l}{S} = \rho \quad \frac{l}{S} = R, \tag{34-4}$$

где ρ — удельное сопротивление; тогда:

$$I = \frac{U}{R}; \quad U = IR. \tag{34-5}$$

Эта формула закона Ома говорит, что *сила тока на данном участке цепи* (например, участке AB, рис. 96, *б*) *прямо пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна величине* R, *называемой сопротивлением*; чем больше R, тем при данном U меньше I.

Установленная зависимость, выражающая закон Ома, была подвергнута им самим и рядом выдающихся экспериментаторов тщательной опытной проверке, которая подтвердила, что режим в цепях постоянного тока действительно регулируется законом Ома.

Формулу закона Ома можно представить в трех видах:

$$\frac{U}{I} = R; \quad U = IR; \quad I = \frac{U}{R}. \tag{34-6}$$

Если $U = 1$ *в* и $I = 1$ *а*, то $R = 1$; *эта единица сопротивления называется омом*, — это *сопротивление такого проводника, в котором ток равен* 1 *а при разности потенциалов на его концах в* 1 *в*. Эталон ома, выполненный по этому определению, есть сопротивление при 0°С столбика ртути длиной в 106,3 *см* при постоянном поперечном сечении в 1 *мм*^{2}.

Размерность единицы сопротивления в системе МКСА

$$1 \text{ ом} = (1 \text{ в}) : (1 \text{ а}).$$

Перейдем к единице сопротивления в системе СГСЭ. Очевидно 1 *ом* равен:

$$1\ ом = \left(\frac{1}{300}\right):(3\cdot10^9) = \frac{1}{9\cdot10^{11}} = \frac{10^9}{c^2}$$ единиц сопротивления в системе СГСЭ.

Отсюда 1 единица сопротивления в системе СГСЭ равна $c^2\cdot10^{-9}$ *ом*.

Формула (34-4′) определяет зависимость R от геометрических характеристик проводника — от длины l и от поперечного сечения S:

$$R = \rho\frac{l}{S}. \qquad (34\text{-}7)$$

Коэффициент ρ, очевидно, не зависит от геометрической формы проводника и характеризует само вещество; выясним физический смысл коэффициента ρ. Если $l = 1$ *см*, $S = 1$ *см*^{2}, то $R = \rho$, т. е. ρ — *удельное сопротивление данного вещества, равное сопротивлению куба этого вещества с ребром в* 1 *см*.

Удельное сопротивление ρ выражается в *ом · см*. Это можно вывести из выражения $\rho = \frac{RS}{l}$, если подставить сопротивление R в омах, сечение проводника S в квадратных сантиметрах и длину l в сантиметрах.

Сопротивления изменяются с изменением температуры; зависимость удельных сопротивлений от температуры приближенно может быть выражена так:

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t), \qquad (34\text{-}8)$$

где ρ_0 и ρ_t — удельные сопротивления при 0 и t°С, α — *температурный коэффициент сопротивления*; он может быть и положительным и отрицательным, т. е. сопротивление некоторых веществ растет с температурой, других — уменьшается при увеличении температуры. Для многих чистых металлов можно принять $\alpha = 0{,}004$; так, для серебра оно равно 0,004, для меди — 0,0041, для алюминия — 0,0039, для свинца — 0,0042 и т. д.; для сплавов и растворов α весьма различно: для константана оно равно 0,00001; для никелина — 0,00002; для угля $\alpha = 0{,}0003$.

В таблице на стр. 121 приведены значения ρ (*ом · см*).

В этой таблице обращают на себя внимание три класса веществ: 1) хорошие проводники, *металлы* ($\rho \approx 10^{-6}$); 2) *изоляторы* ($\rho \approx 10^{10}$— 10^{21}; 3) обширный класс разнообразных веществ — *полупроводники* ($\rho \approx 10^{-4}$); к этому классу полупроводников относится множество неорганических химических соединений, минералов и многие сплавы (например, ZnSb).

По инициативе и под руководством академика А. Ф. Иоффе*

---

* Иоффе Абрам Федорович (1880—1960) — академик, Герой Социалистического Труда, Лауреат Государственной премии СССР 1942 г. Работы в различных областях физики, преимущественно в области электрических явлений. Организатор и воспитатель многих советских физиков.

	Проводники	ρ	Полупроводники и изоляторы	
При 0°C	Серебро Ag	$1{,}6\cdot10^{-6}$	Угли для вольтовой дуги	$40{,}3\cdot10^{-4}$ (0°C)
	Медь Cu	$1{,}7\cdot10^{-6}$	Волосок угольной лампы	$39{,}7\cdot10^{-4}$ (18,9°C)
	Железо Fe	$12\cdot10^{-6}$	Графит прессованный	$21{,}9\cdot10^{-4}$ (0°C)
	Свинец Pb	$21\cdot10^{-6}$		
	Цинк, кристалл ∥ оси	$5{,}83\cdot10^{-6}$	Цемент	$0{,}45\cdot10^{-4}$ (16°C)
	Цинк, кристалл ⊥ оси	$1{,}08\cdot10^{-4}$	Фибра	$5\cdot10^{9}$ (22°C)
При 20°C			Стекло	$3\cdot10^{14}$ (10°C)
	Никелин 54 Cu, 20 Zn, 26 Ni	$39\cdot10^{-6}$	Слюда	$2\cdot10^{17}$ (20°C)
	Манганин 85 Cu, 3 Ni, 12 Mn	$42\cdot10^{-6}$	Эбонит	$2\cdot10^{15}$ (20°C)
	Константан 58,8 Cu, 40 Ni, 1,2 Mn	$49\cdot10^{-6}$	Дерево (параллельно волокну)	$3\cdot10^{16}$
	Латунь		Мрамор	$1\cdot10^{11}$ (22°C)
	99,3 Cu, 0,7 Zn	$1{,}8\cdot10^{-6}$	Парафин	$5\cdot10^{16}$ (22°C)
	0,15 Cu, 99,85 Zn	$5{,}9\cdot10^{-6}$	Фарфор	$3\cdot10^{11}$ (22°C)
	68,8 Cu, 31,2 Zn	$6{,}3\cdot10^{-6}$	Шеллак	$1\cdot10^{16}$ (22°C)
При 20°C	Пирит FeS	$240\cdot10^{-4}$	Масло (трансформаторное)	$10\cdot10^{21}$
	Свинцовый блеск PbS	$26{,}5\cdot10^{-4}$	Вода (наиболее чистая, дистиллированная в вакууме)	$25\cdot10^{15}$ (18°C)
	Ретортный уголь	$64\cdot10^{-4}$		

в Ленинграде много лет велись обширные экспериментальные и теоретические работы по исследованию явлений в диэлектриках и в полупроводниках и по выяснению их природы. Последний вопрос мы будем рассматривать позже; здесь же коснемся результатов лишь некоторых опытных исследований полупроводников.

По изменению сопротивлений могут быть измерены изменения температур. Специальные установки — *мосты* позволяют при помощи изменения сопротивления металлов (например, платины) измерить температуру до 0,003°C. Исследования установили, что из полупроводников, каковы окислы Mn и Ni, или окислы Mn, Ni, и Co, или окислы Zn и Fe и т. п., можно при помощи плавления и охлаждения или при помощи спекания прессованных порошков образовать тела (шарики, стержни длиной от 0,5 до 5 *см*, шайбы и т. д.), электрическое сопротивление которых в высокой степени зависит от температуры. Эти термические чувствительные сопротивления были названы *термисторами;* роль их в современной технике огромна; они прочно вошли в общую лабораторную практику, в радиотехнику, в кино, в усилители, телевидение и т. д. *Термисторы имеют отрицательный температурный коэффициент;* при повышении температуры сопротивление их падает очень сильно.

Именно, вместо указанной зависимости (рис. 97) для них справедливо равенство

$$\rho_T = \rho_0 e^{\frac{B}{T}}. \tag{34-9}$$

Для двух температур T_1 и T_2 имеем:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = e^{\frac{B}{T_2} - \frac{B}{T_1}} = e^{B\frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}}; \tag{34-10}$$

если $T_2 < T_1$, то $\frac{\rho_2}{\rho_1} > 1$; здесь B — постоянная для каждого термистора.

Ход изменения сопротивления термисторов с температурой виден из рис. 98, где по оси абсцисс отложены температуры, а по оси ординат — логарифмы удельного сопротивления термисторов; для сравнения тут же изображен ход изменения сопротивления платины.

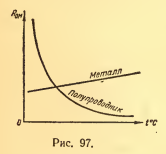


Рис. 97.

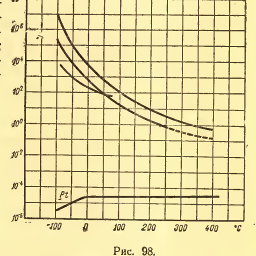


Рис. 98.

Введение термисторов в процесс измерения температур позволяет отмечать изменения температуры на 0,0005°C, т. е. точность повышена по сравнению с платиновым термометром в 6 раз. Применение термисторов неоднократно мы будем встречать в разных вопросах курса.

§ 35. Дифференциальная форма закона Ома. Закон Ома для замкнутой цепи

Закон Ома:

$$U = IR$$

характеризует явление тока в участке цепи, на концах которой имеем потенциалы V_1 и V_2:

$$U = V_1 - V_2 \text{ или } \Delta V = V_1 - V_2.$$

Для развития теории явлений в электрических цепях важно иметь выражение этого закона не для участка проводника, а применительно к каждой точке проводника.

Пусть имеется однородный цилиндрический проводник с постоянным сечением S, по которому идет постоянный ток I.

Закон Ома для участка длиной l имеет вид:

$$\Delta V = IR; \quad \Delta V = I\rho \frac{l}{S}. \tag{35-1}$$

Но разность потенциалов связана с напряженностью поля в проводнике:

$$\Delta V = \int_A^B E\,dl,$$

или:

$$\Delta V = \int_0^l E\,dl.$$

Сопоставляя оба выражения разности потенциалов, находим:

$$I\rho \frac{l}{S} = \int_0^l E\,dl.$$

При указанных выше условиях нет никаких причин для изменения напряженности E по длине участка l; поэтому:

$$I\rho \frac{l}{S} = E \int_0^l dl; \quad \frac{I}{S}\rho l = El.$$

Частное $\frac{I}{S}$, оценивающее ток через 1 $см^2$ сечения проводника, называется *плотностью тока*:

$$j = \frac{I}{S}; \tag{35-2}$$

введем это обозначение в последнюю формулу:

$$j\rho = E; \quad j = \gamma E.$$

Движение положительных зарядов, образующее ток, направлено по напряженности поля E; поэтому плотность тока j есть вектор, имеющий направление E и пропорциональный по величине напряженности поля E в проводнике в данной его точке:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}. \tag{35-3}$$

Эта формула есть дифференциальное выражение закона Ома, применимое к любой точке проводника.

Поскольку дифференциальная форма закона Ома относится к любой точке проводника, она справедлива и для неоднородного проводника, и для переменных токов. Перейдем к рассмотрению замкнутой цепи тока.

До сих пор мы рассматривали выражения закона Ома для произвольно выделенного участка во внешней цепи, соединяющей полюсы генератора энергии. Теперь следует распространить исследование на всю замкнутую цепь тока, в которую входит и генератор электродвижущей силы, обусловливающий ток во всей замкнутой цепи.

Рассмотрим опытное исследование всей цепи.

1. Представим себе замкнутую цепь (рис. 99), соединяющую положительный полюс A генератора и отрицательный — K, обозначив сопротивления участков AB, BC, CD ,...., FK через R_{AB}, R_{BC}, R_{CD},..., R_{FK} и разности потенциалов на их концах через $V_A - V_B$, $V_B - V_C$, $V_C - V_D$,..., $V_F - V_K$, напишем для всех этих частей цепи закон Ома:

$$V_A - V_B = IR_{AB},$$
$$V_B - V_C = IR_{BC},$$
$$V_C - V_D = IR_{CD},$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$V_F - V_K = IR_{FK}.$$

Сложив эти равенства, найдем *формулу закона Ома для всей внешней цепи:*

$$V_A - V_K = I(R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} + \cdots + R_{FK}); \qquad (35\text{-}4)$$

$V_A - V_K$ есть разность потенциалов на полюсах источника при замкнутой внешней цепи или, иначе, напряжение на зажимах генератора; сумма

$$R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} + \cdots + R_{FK} = R \qquad (35\text{-}5)$$

есть сумма сопротивлений последовательно введенных участков, т. е. сопротивление всей внешней цепи; поэтому для всей внешней цепи закон Ома имеет тот же вид, как и для части цепи:

$$U_1 = IR.$$

2. Идя далее по замкнутой цепи $ABCDFKA$ по направлению тока, надо написать закон Ома для участка KA, т. е. для части цепи внутри источника. Особенность этого участка в том, что в нем ток направлен от низшего потенциала K к высшему A. Как было уже разъяснено, это движение зарядов может быть осуществлено только за счет преобразования какого-либо вида энергии внутри генератора, которое обусловит появление *скачков потенциала* на полюсах его. Сумма этих скачков потенциала определит значение электродвижущей силы генератора. Таким образом, э. д. с. *есть*

мера превращения энергии того или иного вида в энергию электрического тока.

Так, в элементах и аккумуляторах затрачивается химическая энергия, в электростатической машине и в генераторе постоянного тока — механическая, в ламповых генераторах — энергия электронов, в фотоэлементах — энергия квантов света и т. д. Эта затраченная в генераторе энергия того или другого вида преобразовывается в энергию электрического поля и обусловливает появление разности потенциалов на полюсах генератора, обеспечивающей поле и ток в проводниках, образующих замкнутый контур.

Как пример рассмотрим простейший элемент Вольта: пластины цинка и меди погружены в раствор серной кислоты; цинк — катод K, медь — анод A. Тогда распределение потенциалов в цепи графически изобразится так (рис. 100): 1) от C до K падение потен-

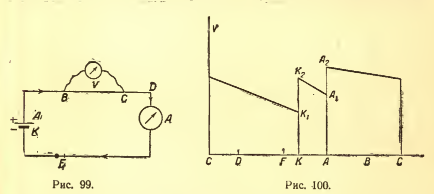


Рис. 99. Рис. 100.

циала на участке внешней цепи CK; 2) в K — скачок потенциала K_1K_2 — результат преобразования химической энергии; 3) от K до A — падение потенциала внутри источника KA; 4) в A — скачок потенциала A_1A_2 вследствие затраты химической энергии; 5) от A до C — падение потенциала во внешней цепи на участке AC до прежнего значения в C. В рассматриваемом случае скачки потенциалов равны: K_1K_2 (кислота — цинк) = 0,524 *в*, A_1A_2 (медь — кислота) = 0,515 *в*; сумма их 1,039 *в* есть наибольшая разность потенциалов, которую способен дать этот источник, т. е. его *электродвижущая сила* $\mathcal{E}$ = 1,039 *в*; она должна покрыть отрицательную разность потенциалов $V_K - V_A$, чтобы ток имел непрерывный круговой характер в замкнутой цепи.

Итак, полное изменение потенциала U_2 на внутреннем участке KA представляется алгебраической суммой:

$$U_2 = (V_K - V_A) + \mathcal{E},$$

а закон Ома в применении к участку KA внутри источника выразится так:

$$(V_K - V_A) + \mathscr{E} = IR_2,$$

где R_2 — сопротивление участка цепи KA или *внутреннее сопротивление*.

3. Соединив предыдущие выражения, находим *закон Ома для всей замкнутой цепи:*

$$\mathscr{E} = I\,(R_1 + R_2). \qquad (35\text{-}6)$$

Таким образом, формула закона Ома

$$U = IR$$

имеет общее значение как для всей цепи (тогда $U = \mathscr{E}$ — электродвижущей силе источника и $R = R_1 + R_2$ — полному сопротивлению цепи), так и для всякого ее участка (тогда U — падение потенциала или *напряжение* на этом участке, а R — его сопротивление).

Заметим, что из формулы закона Ома следует:

$$\mathscr{E} = IR_1 + IR_2; \quad \mathscr{E} = U_1 + U_2; \quad U_1 = \mathscr{E} - U_2. \qquad (35\text{-}7)$$

Это значит, что напряжение U_1, т. е. разность потенциалов на полюсах генератора, которой мы располагаем во внешней цепи, меньше $\mathscr{E}$ — электродвижущей силы источника на U_2 — на падение потенциала внутри источника, как это и было установлено опытным исследованием.

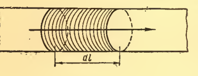


Рис. 101.

Ом установил свой закон на основе опытных исследований. Проверка закона была предметом многих исследований в течение ряда лет (примерно, с 1847 по 1879 гг.), выполненных лучшими экспериментаторами того времени; в конце концов связь между электрическими величинами, установленная законом Ома, признана объективно существующим явлением природы.

Рассмотрим, как закон Ома для всей цепи вытекает из представления об электрическом поле, выражением которого служит дифференциальная форма закона, применительно к каждой точке цепи:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad \text{или} \quad \vec{j}\rho = \vec{E}. \qquad (35\text{-}8)$$

Если возьмем элементарный участок тока dl (рис. 101), то движение в нем электрических зарядов обусловлено: 1) падением потенциала электростатического поля зарядов на участке цепи

$$dV = E_1\,dl,$$

где E_1 — напряженность этого поля; 2) падением потенциала или напряжением поля генератора

$$dU = E_2\,dl,$$

где E_2 — напряженность поля генератора на данном участке тока dl. Таким образом, имеем:

$$j\rho\, dl = E_1\, dl + E_2\, dl. \tag{35-9}$$

Это есть общее выражение закона Ома, в котором явно отмечено напряжение в цепи, порождаемое генератором.

Выполним некоторые преобразования:

$$j=\frac{I}{S}; \quad I\rho\frac{dl}{S} = E_1\, dl + E_2\, dl. \tag{35-10}$$

Применим это дифференциальное уравнение, выведенное для участка dl, к круговой цепи тока; для этого интегрируем его по замкнутому пути:

$$I\oint\rho\frac{dl}{S} = \oint E_1\, dl + \oint E_2\, dl. \tag{35-11}$$

Три члена, входящие в это уравнение, имеют следующее физическое значение:

1. $\oint\rho\frac{dl}{S} = R$ — это сопротивление всей замкнутой цепи.

2. $\oint E_1\, dl = 0$ — циркуляция вектора напряженности электростатического поля по замкнутому пути.

3. $\oint E_2\, dl = \mathscr{E}$.

Циркуляция вектора напряженности поля генератора по всему замкнутому пути тока или суммарное значение напряжений, вызванных генератором во всей цепи, выражает полную *электродвижущую силу генератора*:

$$\mathscr{E} = \oint E\, dl. \tag{35-12}$$

Наше уравнение получает вид:

$$IR = \mathscr{E}.$$

Это — обычный интегральный, т. е. отнесенный ко всему контуру тока, закон Ома. Сопротивление всей цепи R можно представить в виде суммы сопротивлений внешней цепи R_1 и внутренней R_2:

$$R = R_1 + R_2.$$

Следовательно,

$$\mathscr{E} = IR_1 + IR_2,$$

или

$$\mathscr{E} = U_1 + U_2. \tag{35-13}$$

Это значит, что э. д. с. генератора уравновешивает или покрывает падения потенциалов во внешней и внутренней части цепи и тем обеспечивает непрерывное круговое движение зарядов.

§ 36. Закон Джоуля — Ленца

Включая в цепь последовательно соединенные проволоки из разных металлов (медь, железо, никелин и т. п.), можно заметить, что все проволоки нагреваются током, и притом один и тот же ток в проволоках из разных веществ производит разный тепловой эффект. При данном токе некоторые проволоки нагреваются слабо, другие — накаливаются докрасна. Выделение тепла происходит за счет энергии тока, затрачиваемой на преодоление сопротивления проводника. Джоуль в Англии* (1841) и независимо от него Ленц в России** (1844) при помощи экспериментальных исследований установили закон, носящий их имя; по этому закону определяется количество теплоты Q, которое выделяется током в цепи с сопротивлением R за время t.

Этими опытами было установлено для всех проводников отношение

$$\frac{Q}{I^2Rt} = k,$$

где k есть число постоянное; отсюда закон Джоуля—Ленца запишется так:

$$Q = kI^2Rt. \qquad (36\text{-}1)$$

При $I = 1$ *а*, $R = 1$ *ом*, $t = 1$ *сек* имеем: $Q = k$, т. е. k измеряется тем количеством тепла, которое выделяется в 1 *сек* в проводнике с сопротивлением R при силе тока $I = 1$ *а*. Многочисленными точными измерениями установлено, что

$$k = 0{,}24\ кал/(а^2 \cdot ом \cdot сек).$$

Известно, что 0,24 *кал* эквивалентно 1 *дж*. Поэтому

$$\frac{Q}{k} = W = I^2Rt\ (дж) \qquad (36\text{-}2)$$

Это есть выражение той работы, которую ток производит в данном участке цепи и которая эквивалентна Q *кал*. По закону Ома имеем:

$$IR = U, \quad I = \frac{U}{R}, \quad R = \frac{U}{I},$$

---

* Джемс Прескотт Джоуль (1818—1889) — один из выдающихся физиков XIX в., труды его касаются, главным образом, исследования вопросов о преобразованиях энергии.

** Эмилий Христианович Ленц (1804—1865) — выдающийся физик, профессор Петербургского университета и артиллерийской академии; кроме закона теплового действия тока, установленного Ленцом независимо от Джоуля, замечательны его труды по индукции токов. Следует отметить также работы совместно с Б. С. Якоби по теории электромагнитных машин.

где $U = V_1 - V_2$ есть разность потенциалов на концах рассматриваемого участка; подставив R в формулу работы тока, находим для нее иное выражение:

$$W = UIt, \quad \text{или} \quad W = \Delta VIt.$$

Если эта формула применяется ко всей цепи, то:

$$W = \mathscr{E}It. \qquad (36\text{-}3)$$

Мощность тока по общему смыслу этой величины определится так:

$$N = \frac{W}{t} = \mathscr{E}I \quad \text{или} \quad N = UI. \qquad (36\text{-}4)$$

Тепло, выделившееся в 1 *сек* на участке l,

$$Q = 0{,}24\ I^2R$$

может быть представлено в виде:

$$Q = 0{,}24\ I^2\rho\ \frac{l}{S}\left(\frac{кал}{сек}\right);$$

полагаем, что объем проводника $v = lS$; поэтому

$$Q = 0{,}24\left(\frac{I}{S}\right)^2\rho v; \qquad (36\text{-}5)$$

здесь $\frac{I}{S} = j$ есть *плотность тока*; количество тепла, выделившееся в одну секунду в единице объема проводника, вычисляется по формуле:

$$Q_1 = 0{,}24\ j^2\rho\ \left(\frac{кал}{сек}\right) = 0{,}24\ j^2\rho_0(1 + \alpha t),$$

или

$$N = j^2\rho\ \left(\frac{дж}{сек}\right) = j^2\rho\ (вт). \qquad (36\text{-}6)$$

Эти формулы дают обобщенное выражение закона Джоуля—Ленца в дифференциальной форме, пригодной для любого проводника, для постоянного или переменного тока. Следует отметить, что формулы закона Джоуля — Ленца играют большую роль в электротехнике, позволяя определять *потерю мощности* при нагревании проводов; можно вычислить и повышение температуры проводов.

Это же *«джоулево» тепло*, кроме вредного нагревания проводников, в разнообразных технических установках является благодатным условием развития материальной культуры, одним из основных ее усовершенствований, глубоко вошедшим в быт (электрические печи, плитки, утюги, термостаты, паяльники и т. д. и, наконец, самое раннее и важнейшее применение — электрическое освещение). Лампы накаливания были изобретены и впервые

осуществлены в 1874 г. русским инженером Лодыгиным*; он в своих лампах установил те условия, которые они имеют и до сих пор: 1) накаливаемый волосок (уголь, 2 *мм*, позже — металл); 2) волосок находится в баллоне, из которого удален воздух. В настоящее время баллон наполняют инертным газом при повышенном давлении.

Вопрос о *коэффициенте полезного действия* (к. п. д.) электрической установки распадается на две части:

1. К. п. д. генератора η. Мощность, доставляемая генератором,

$$N = \mathscr{E}I;$$

мощность, которую потребляют приборы во внешней цепи:

$$N_1 = U_1 I; \quad \eta = \frac{U_1 I}{\mathscr{E} I} = \frac{U_1}{\mathscr{E}};$$

$$U_1 = IR_1; \quad \mathscr{E} = I(R_1 + R_2);$$

$$\eta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}; \tag{36-7}$$

к. п. д. генератора выражается отношением внешнего сопротивления к сопротивлению всей цепи.

2. К. п. д. линии передачи от генератора к потребителю (например, к лампам). Мощность, передаваемая генератором во внешнюю цепь $N_1 = U_1 I$ (рис. 102) равна мощности, поглощаемой в цепи N_2, и мощности, доставляемой потребителю N_3:

$$N_1 = N_2 + N_3.$$

К. п. д. всей установки:

$$\eta = \frac{N_3}{N_1} = \frac{N_1 - N_2}{N_1} = 1 - \frac{N_2}{N_1};$$

$$N_2 = I^2 R_2; \quad I = \frac{N_1}{U_1}; \quad N_2 = \frac{N_1^2 R_2}{U_1^2};$$

подстановка в выражение η дает:

$$\eta = 1 - \frac{N_1^2 R_2}{U_1^2 N_1} = 1 - \frac{N_1 R_2}{U_1^2}. \tag{36-8}$$

---

* Лодыгин Александр Николаевич (1847—1923). Получил военное образование, был офицером, но скоро вышел в отставку и всю остальную часть жизни посвятил работе над изобретением и усовершенствованием лампы накаливания; в 1874 г. Академия наук одобрила представленный ей образец и присудила Лодыгину премию. Но практических результатов ему не удалось достигнуть; вследствие хронического недостатка средств и помощи его изобретение не получило поддержки. Эдисон в 1877 г. получил патент на лампу, в основном тождественную лампе Лодыгина.

Это значит, что потери в цепи при передаче мощности N_1 прямо пропорциональны сопротивлению R_2 линии передачи и обратно пропорциональны квадрату напряжения U_1 на полюсах генератора при выходе во внешнюю цепь. Поэтому при передаче огромных мощностей современных электростанций повышают напряжение на выходе в передающую цепь; так, напряжение в высоковольтной цепи, питающей Москву, составляет 400 000 *в* или 400 *кв*.

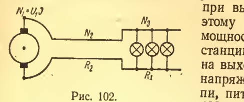


Рис. 102.

§ 37. Электрическое поле проводника с током. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Падение напряжения вдоль проводника с током указывает на наличие тангенциальной составляющей напряженности электрического поля в проводнике E_t (рис. 103). Нормальная составляющая E_n уже является теперь напряженностью поля проводника с током E. Так как $E_t \neq 0$, то общая напряженность поля E находится к поверхности проводника под углом α, причем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_n}{E_t}. \qquad (37\text{-}1)$$

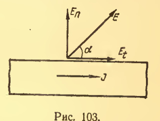


Рис. 103.

На опыте можно обнаружить ход силовых линий электрического поля в пространстве, окружающем проводник с электрическим током (рис. 104). Напряжение на полюсах разомкнутой цепи складывается из разности потенциалов электростатического поля и из напряжения *сторонних электродвижущих сил*. Падение напряжения в замкнутой цепи пропорционально сопротивлению того или иного участка. На рис. 105 изображена цепь, состоящая из одно-

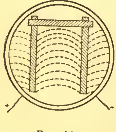


Рис. 104.

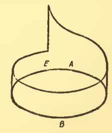


Рис. 105.

родного проводника AB и проводника с большим сопротивлением EA. В точке E находится генератор, создающий электродвижущую силу. Потенциалы точек цепи на рис. 105 изображены высотой ординат над замкнутой горизонтальной линией цепи проводников. Скачок над точкой E изображает появление сторонней э. д. с. генератора. Так как удельное сопротивление проволочки EA больше (она тоньше), то падение потенциала над EA больше, чем падение потенциала под толстым проводом AB.

Имеется сходство между формулами электростатики и постоянного тока. Оно заключается в соответствии двух пар равенств.

Обозначим G — проводимость, γ — удельная проводимость, тогда

$$\left.\begin{aligned} I = GU, \quad q = CU, \\ j = \gamma E, \quad D = \varepsilon E, \end{aligned}\right\} \qquad (37\text{-}2)$$

где C — емкость, D — индукция электрического поля.

Соответствие имеется и для формулы плоского конденсатора:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{\gamma S}{d}; \quad C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}. \qquad (37\text{-}3)$$

Здесь G пропорционально γ, а C пропорционально ε.

Поток индукции равен $\frac{G}{C} = \frac{4\pi\gamma}{\varepsilon}$,

$$d\Psi = D\,dS\cos\alpha = \varepsilon E\,dS\cos\alpha, \qquad (37\text{-}4)$$

$$dI = j\,dS\cos\alpha = \gamma E\,dS\cos\alpha,$$

$$\frac{dI}{d\Psi} = \frac{\gamma}{\varepsilon}, \text{ откуда } I = \frac{\gamma}{\varepsilon}\Psi. \qquad (37\text{-}5)$$

По теореме Гаусса—Остроградского для замкнутой поверхности, охватывающей один из электродов:

$$\Psi = 4\pi q,$$

где q — количество электричества на электроде;

$$I = 4\pi\frac{\gamma}{\varepsilon}q.$$

Следовательно,

$$\frac{I}{U} = 4\pi\frac{\gamma}{\varepsilon}\frac{q}{U},$$

или

$$G = 4\pi\frac{\gamma}{\varepsilon}C. \qquad (37\text{-}6)$$

Величина $\frac{C}{\varepsilon} = C_0$ есть электроемкость в вакууме:

$$C_0 = \frac{1}{4\pi}\frac{G}{\gamma} = \frac{1}{4\pi}\frac{\rho}{R}, \qquad (37\text{-}7)$$

а в рационализованной системе просто

$$C = \frac{\rho}{R} \qquad (37\text{-}8)$$

Применим полученное соотношение для определения проводимости слоя между двумя цилиндрическими электродами, имеющими одну ось. Емкость цилиндрического конденсатора (§ 24):

$$C = \frac{\varepsilon l}{2 \ln \frac{r_1}{r_2}},$$

где r_1 и r_2 — радиусы цилиндров.

Следовательно,

$$G = 4\pi \frac{\gamma}{\varepsilon} C = 4\pi \frac{\gamma}{\varepsilon} \frac{\varepsilon l}{2 \ln \frac{r_1}{r_2}} = \frac{2\pi\gamma l}{\ln \frac{r_1}{r_2}}.$$

Откуда сопротивление R слоя изоляции между двумя коаксиальными цилиндрами (подземный кабель)

$$R_0 = \frac{1}{G} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{r_1}{r_2}. \qquad (37\text{-}9)$$

§ 38. Законы Кирхгофа для разветвленных цепей. Электрические измерения

Цепь, начинающаяся у полюсов генератора, постепенно разветвляется для питания приемников электрической энергии — ламп, электромоторов и т. д. Так, осветительная электрическая сеть в каждом доме представляет собой сложное разветвление. Кирхгоф исследовал этот столь важный для электротехники вопрос о разветвленной сети (1845 г.), приложив к ней закон Ома.

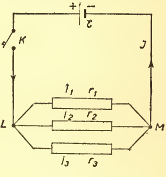


Рис. 106.

1. Начнем с простого частного случая: в точке L (рис. 106) ток I разветвляется, идя далее по нескольким параллельным проводам, которые вновь соединяются в точке M; точки L и M, в которых пересекаются отдельные проводники сети, называются узлами.

Обозначим сопротивления разветвлений сети через r_1, r_2, r_3..., силы тока в них i_1, i_2, i_3,... и силу тока в магистрали цепи через I. Сколько кулонов притекает к точке L, столько же от нее оттекает, распределяясь по нескольким проводам; поэтому

$$I = i_1 + i_2 + i_3 + \cdots + i_k. \qquad (38\text{-}1)$$

В общем виде это соотношение можно написать так:

$$I - i_1 - i_2 - i_3 - \cdots - i_k = 0; \ \Sigma i = 0, \qquad (38\text{-}2)$$

алгебраическая сумма токов для каждой точки разветвления равна нулю.

Обозначим потенциал в точке L через V_1, потенциал в точке M — через V_2; тогда по закону Ома имеем:

$$V_1 - V_2 = i_1 r_1; \quad V_1 - V_2 = i_2 r_2; \quad V_1 - V_2 = i_3 r_3; \cdots,$$
$$i_1 r_1 = i_2 r_2 = i_3 r_3 = \cdots, \qquad (38\text{-}3)$$
$$i_1 = \frac{V_1 - V_2}{r_1}; \quad i_2 = \frac{V_1 - V_2}{r_2}; \quad i_3 = \frac{V_1 - V_2}{r_3}; \cdots$$

Сложив последние равенства, находим:

$$I = (V_1 - V_2)\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \cdots\right]. \qquad (38\text{-}4)$$

Обозначим через R сопротивление такого проводника, который, будучи введен вместо трех данных между L и M, заменит их так, что сила тока в цепи при той же разности потенциалов останется прежней; тогда:

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R};$$

подставив это значение в предыдущую формулу, получим:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \cdots \text{ или } G = g_1 + g_2 + g_3 + \cdots, \qquad (38\text{-}5)$$

где G и g — проводимости.

Положения, выражаемые выведенными формулами, характеризуют явления в разветвленной цепи; они могут быть сформулированы так:

а) *сила тока в магистрали равна сумме сил токов в разветвлениях;*

б) *силы тока в разветвлениях обратно пропорциональны сопротивлениям разветвлений;*

в) *при параллельном соединении проводников складываются их проводимости, т. е. проводимость всего разветвления равна сумме проводимостей отдельных частей разветвлений цепи.*

В случае же последовательного соединения проводников складываются их сопротивления.

Эти положения о разветвлении тока Кирхгоф* представил в более общем виде, который дает возможность их широкого применения в технике.

В точке O находится узел нескольких сетей тока (рис. 107); считая токи, направленные к узлу, положительными, а от узла — отрицательными, находим:

---

* Густав Роберт Кирхгоф (1824—1887) — немецкий физик, кроме ряда экспериментальных исследований (спектральный анализ и др.), известен трудами по теоретической физике. Представитель естественно-исторического материализма.

$$\Sigma i = 0.$$

Алгебраическая сумма токов, встречающихся в узле разветвленной сети, равна нулю. Это I закон Кирхгофа.

2. Представим себе замкнутый контур (рис. 108), образованный в сложной электрической сети. В отдельных частях контура ток может идти как против стрелки, так и по стрелке часов; направление против стрелки будем считать отрицательным; потенциалы в точках разветвлений обозначим через V_1, V_2, V_3, V_4,...; в некоторых частях контура могут быть источники с электродви-

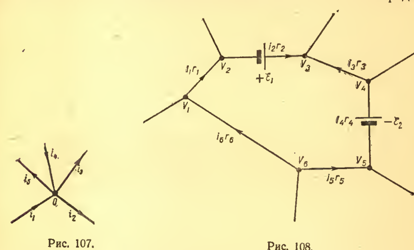


Рис. 107. Рис. 108.

жущими силами $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$, $\mathscr{E}_3$,..., которые будем различать по знаку сообразно направлению их действия. Тогда, применяя к каждой части контура закон Ома, имеем в нашем случае:

$$\begin{aligned} i_1r_1 &= V_1 - V_2; \\ i_2r_2 &= V_2 - V_3 + \mathscr{E}_1; \\ -i_3r_3 &= V_3 - V_4; \\ -i_4r_4 &= V_4 - V_5 - \mathscr{E}_2; \\ i_5r_5 &= V_5 - V_6; \\ i_6r_6 &= V_6 - V_1. \end{aligned}$$

Сложив эти равенства, находим:

$$i_1r_1 + i_2r_2 - i_3r_3 - i_4r_4 + i_5r_5 + i_6r_6 = \mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2.$$

Обобщая разобранный случай, запишем:

$$\Sigma ir = \Sigma \mathscr{E}. \qquad (38\text{-}6)$$

Алгебраическая сумма падений потенциала в отдельных участках замкнутого контура тока равна алгебраической сумме электродви-

жущих сил, включенных в участки этого контура. Это II закон Кирхгофа.

Физический смысл II закона Кирхгофа прост: в источниках э. д. с. происходит превращение других видов энергии в электрическую; в разветвленных контурах, наоборот, превращение электрической в другие виды энергии и, в первую очередь, в теплоту. Каков приход, таков и расход.

В электротехнической практике часто бывает, что в данном, выделенном из сложной сети контуре, нет электродвижущих сил; тогда

$$\Sigma ir = 0. \qquad (38\text{-}7)$$

В этом случае алгебраическая сумма всех падений потенциала во всех участках замкнутого контура равна нулю.

Законы параллельного разветвления цепи можно вывести как частные случаи из двух законов Кирхгофа, полагая $\mathscr{E} = 0$.

Обзор основных законов электрического тока (закон Ома, закон Джоуля—Ленца, законы Кирхгофа) выясняет их общий физический смысл: все эти законы по существу суть уравнения баланса энергии: 1) генератор, затрачивая энергию механическую, химическую и т. д., производит э. д. с., меру энергии электрического тока; 2) эта энергия затрачивается в цепи на движение, магнитное поле, на химические преобразования и т. д., а также и на неизбежные необратимые процессы в виде нагревания проводов; все эти затраты энергии оцениваются в разных частях цепи соответственными падениями потенциала. По принципу сохранения энергии все преобразования энергии в цепи эквивалентно покрывает энергия генератора, что и обнаруживает равенство двух частей в выражении этих законов.

а) Градуировка вольтметра. При измерении силы тока мы вводим амперметр последовательно в цепь, ток в которой измеряем. Поэтому необходимо, чтобы сопротивление амперметра было ничтожно, иначе само его включение может значительно изменить силу тока, которую хотим определить.

Вольтметр, имея в основном устройство, аналогичное амперметру, резко отличается от него своим сопротивлением, которое велико; его не вводят в цепь, а ставят в ответвлении, приключая к тем точкам, разность потенциалов между которыми желают определить. Приложив законы разветвленной цепи, выясним вопрос о градуировке вольтметра, как на его шкале наносятся деления в вольтах?

Представим себе цепь $EABKE$ (рис. 109), разветвленную в точках A и B; в магистраль включены амперметр I и реостат R_1; в ответвлении ACB — амперметр II и вольтметр V; в ответвлении ADB — реостат R_2 и амперметр III.

Замкнув цепь, наблюдаем показания всех амперметров I_1, I_2, I_3 и по I закону Кирхгофа имеем:

$$I_1 = I_2 + I_3;$$

здесь I_1 — ток в магистрали (амперметр I), I_2 — ток в ответвлении ACB (амперметр II), I_3 — ток в ответвлении ADB (амперметр III).

Стрелка вольтметра V тоже отклонится; это отклонение будет пропорционально силе тока I_2, потому что вольтметр принципиально по своему действию ничем не отличается от амперметра; в сущности это такой же амперметр, в котором либо магнит приходит в движение под действием тока, либо катушка с током движется в поле магнита. Главная особенность вольтметра — это его большое сопротивление; поэтому ток I_2(по II закону Кирхгофа) будет гораздо меньше тока I_3;

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{r_3}{r_2};$$

так как $r_3 < r_2$, то $I_2 < I_3$ и притом во много раз. Если бы мы хотели подравнять эти токи, то нам пришлось бы при помощи реостата R_2 ввести большое сопротивление в ответвление ADB.

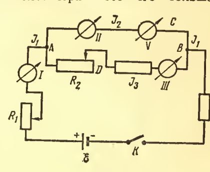


Рис. 109.

Благодаря тому, что I_2 очень мало по сравнению с I_3, присоединение вольтметра в точках A и B весьма мало влияет на режим в части цепи ADB. По закону Ома для этих двух ответвлений имеем:

$$V_A - V_B = I_3 r_3;\quad V_A - V_B = I_2 r_2;\qquad I_2 = \frac{V_A - V_B}{r_2}.$$

Отклонение стрелки вольтметра измеряет I_2, но оно при постоянном r_2 пропорционально разности потенциалов $V_A - V_B$; сопротивление r_2 мы действительно можем считать постоянным, так как в сущности это сопротивление самого вольтметра, ибо сопротивление всех остальных частей ответвления ACB ничтожно по сравнению с большим сопротивлением вольтметра.

Итак, присоединяя вольтметр к точкам A и B и ставя его в ответвлении, мы измеряем разность потенциалов в этих точках ($V_A - V_B$).

Таким образом, градуировка вольтметра сводится к тому, что на шкале надо нанести величины, соответствующие произведению $I_2 r_2 = V_A - V_B$, а не силе тока, как это было при градуировке амперметра. Изменяя при помощи реостата R_1 весь режим в цепи, вычисляем для каждого отдельного состояния цепи разность потенциалов $I_2 r_2$ и это число вольт отмечаем на шкале вольтметра, где при данном состоянии цепи стоит его стрелка. Следовательно, градуи-

ровка вольтметра в конце концов приводится к измерению силы тока I_2 и сопротивления r_2. Так как сила тока I_2 очень мала, то амперметр *II* должен быть высокой чувствительности.

Практически более удобно при градуировке вольтметра поступать несколько иначе. Сила тока I_3 в участке ADB (рис. 109) незначительно отличается от силы тока в магистрали I_1; при точности наших обычных измерений можем положить $I_3 \approx I_1$; поэтому закон Ома для участка ADB напишем так:

$$V_A - V_B = I_1 r_3,$$

или, обозначив

$$V_A - V_B = U,$$

получим

$$U = I_1 r_3.$$

Таким образом, измерение разности потенциалов в двух точках, к которым присоединен вольтметр, сводится к измерению тока в магистрали I_1 и сопротивления r_3, включаемого параллельно вольтметру.

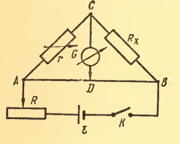


Рис. 110.

б) Измерение сопротивлений. Один из наиболее чувствительных методов измерения сопротивления проводников был предложен Уитстоном* (1843) и носит название *«мостика Уитстона»*.

К полюсам источника постоянного тока $\mathscr{E}$ (батарея аккумуляторов) (рис. 110) через реостат R и ключ K присоединен реохорд AB (проволока, натянутая на шкале). В точках A и B происходит разветвление цепи:

1) участок ADB представляет собою проволоку (например, натянутую на шкале);

2) участок ACB состоит из последовательно включенных магазина сопротивлений r и искомого сопротивления R_x. От точки C, лежащей между r и R_x, перекинут *мостик* к подвижному контакту D; в этом мостике находится гальванометр G; стрелка его стоит на нуле, когда нет тока, и может отклоняться в обе стороны.

Обозначим сопротивления участков проволоки AD и DB через r_1 и r_2, потенциалы в точках A, B, C, D — соответственно через V_A, V_B, V_C, V_D; силы токов в участках: AC — через I_1, AD —

* Чарльз Уитстон (1802—1875) — английский физик, экспериментатор и изобретатель. Сконструировал «мостик», названный его именем.

через I_2, CB — через I_3 и DB — через I_4, тогда по законам разветвленной цепи имеем:

$$V_A - V_C = I_1 r_1;\ \ V_C - V_B = I_3 R_x; \qquad (38\text{-}8)$$

$$V_A - V_D = I_2 r_1;\ \ V_D - V_B = I_4 r_2.$$

При произвольном положении контакта D потенциалы точек C и D вообще различны, поэтому по мосту CGD идет ток, что и обнаруживается отклонением стрелки гальванометра G. Но так как потенциалы всех точек участков ACB и ADB лежат между V_A и V_B, то, перемещая контакт D по проволоке AB, можно при некотором его положении добиться того, что потенциалы точек C и D станут равны. Тогда в мостике CGD тока не будет и стрелка гальванометра останется на нуле.

Когда такое равновесие достигнуто, то $I_1 = I_3$, $I_2 = I_4$ (разветвлений в C и D нет); при $V_C = V_D$ имеем:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} I_1 = \dfrac{V_A - V_C}{r} \\ I_1 = \dfrac{V_C - V_B}{R_x} \end{array}\right\} \dfrac{V_A - V_C}{r} = \dfrac{V_C - V_B}{R_x} \\ \left.\begin{array}{l} I_2 = \dfrac{V_A - V_D}{r_1} \\ I_2 = \dfrac{V_D - V_B}{r_2} \end{array}\right\} \dfrac{V_A - V_D}{r_1} = \dfrac{V_D - V_B}{r_2} \end{array}\right\} V_C = V_D;$$

$$\frac{V_A - V_C}{r} = \frac{V_C - V_B}{R_x};$$

$$\frac{V_A - V_C}{r_1} = \frac{V_C - V_B}{r_2}.$$

Разделив эти равенства почленно друг на друга, приходим к условию:

$$\frac{r_1}{r} = \frac{r_2}{R_x}, \quad \text{или} \quad \frac{r}{R_x} = \frac{r_1}{r_2}. \qquad (38\text{-}9)$$

При таком отношении между сопротивлениями «плеч» AD, AC, DB и CB потенциалы V_C и V_D будут равны.

Обратно, если, перемещая контакт D, мы добились того, что при замыкании цепи стрелка гальванометра G остается неподвижной, то это значит, что осуществлено написанное выше условие. Из него определяем искомое сопротивление R_x:

$$R_x = \frac{r r_2}{r_1}.$$

Если допустить, что проволока AB однородна и везде имеет одинаковое сечение, то сопротивления r_1 и r_2 пропорциональны длинам $l_1 = AD$ и $l_2 = DB$, поэтому

$$R_x = r\frac{l_2}{l_1}. \qquad (38\text{-}10)$$

Следовательно, для определения сопротивления при помощи мостика Уитстона надо знать сопротивление магазина r и найти отношение плеч l_2 и l_1, при котором нет тока в мосту.

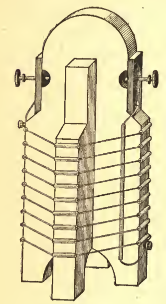


Рис. 111.

Вместо рассмотренного расположения часто употребляют иное: в мостик включают источник тока $\mathscr{E}$ (с реостатом и ключом), а на место источника $\mathscr{E}$ вводят гальванометр G. Теория остается та же.

Определив сопротивление данного проводника и зная его размеры l и S, можно вычислить удельное сопротивление вещества:

$$R_x = \rho\frac{l}{S}; \qquad \rho = \frac{R_x S}{l}. \qquad (38\text{-}11)$$

Для определения зависимости сопротивления (или проводимости) металлов от температуры навиваем испытуемую проволоку на изолятор (рис. 111) и погружаем в стакан с водой или маслом. Сосуд ставим над горелкой и погружаем в жидкость термометр. Монтированную так проволоку вводим в плечо моста CB.

Определяем сопротивление проволоки R при комнатной температуре t; если обозначим через R_0 ее сопротивление при 0°C и температурный коэффициент сопротивления через α, то

$$R = R_0(1 + \alpha t). \qquad (38\text{-}12)$$

Зажигаем горелку и, нагрев жидкость от температуры t до некоторой температуры t_1, уменьшаем пламя так, чтобы в течение нескольких минут поддерживалась эта температура. Когда проволока приняла температуру t_1, измеряем ее сопротивление. Пусть оно будет R_1, тогда

$$R_1 = R_0\,(1 + \alpha t_1).$$

Так же ведем измерения дальше при более высоких температурах. Если R_0 неизвестно, то, исключив его из двух уравнений, оп-

ределим для данного температурного промежутка $t_1 - t$ температурный коэффициент сопротивления α:

$$\alpha = \frac{R - R_1}{R_1 t_1 - Rt}. \qquad (38\text{-}13)$$

в) Определение **с о п р о т и в л е н и я   ж и д к о с т и** усложняется явлениями электролиза, которые могут значительно исказить результаты. Поэтому при измерении сопротивления жидкостей прибегают к переменному току: постоянные изменения направления переменного тока исключают электролиз со всеми его последствиями.

В качестве источника переменного тока берут индукционную катушку *F*. Составив цепь первичной обмотки индуктора (рис. 112)

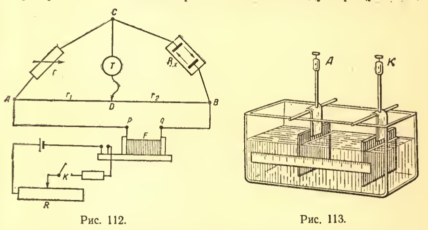


Рис. 112. Рис. 113.

из аккумулятора, реостата *R* и ключа *K*, полюсы вторичной обмотки *p* и *q* вводим вместо источника $\mathscr{E}$ в цепь мостика У и т с т о н а как источник переменного тока.

Под действием переменного тока, возникающего в мостике *CD*, стрелка гальванометра не будет отклоняться, так как, получая через очень короткие промежутки времени (сотые доли секунды) противоположные импульсы переменного тока, стрелка не будет успевать за ними следовать вследствие своей инерции. Поэтому вместо гальванометра в мост *CD* вводится телефон *T*, который преобразовывает энергию переменного тока в энергию звуковых колебаний. В телефоне мы будем слышать звук, если по мосту *CD* идет переменный ток, обусловленный переменной электродвижущей силой вторичной обмотки индуктора. Измененный так мостик У и т с т о н а называют мостиком К о л ь р а у ш а* (1880).

* К о л ь р а у ш   Ф р и д р и х   В и л ь г е л ь м (1840—1910) — немецкий физик, профессор в Берлине, Геттингене, Цюрихе. Известен работами в области электрических и магнитных измерений.

Испытуемую жидкость (например, раствор $CuSO_4$ определенной концентрации) наливаем в небольшой сосуд (рис. 113) или в дугообразную трубку и при помощи электродов A и K вводим в плечо CB мостика (рис. 112). Электроды могут быть угольные, лучше платиновые; их укрепляют на стержнях или в отверстиях эбонитовой или фибровой крышки так, чтобы можно было, передвигая их в отверстиях, изменять поверхности, погруженные в жидкость. Поверхности эти тщательно измеряются; также измеряется расстояние между электродами. Для измерения температуры в жидкость погружают термометр.

Производя операции с мостиком Кольрауша, добиваемся, чтобы в телефоне исчез звук; это значит, что потенциалы C и D одинаковы, следовательно, можно обычным образом вычислить R_x — сопротивление данного столба жидкости, который введен в плечо CB при температуре t.

Метод измерения сопротивления при помощи мостиков Уитстона, Кольрауша и их видоизменений является одним из наиболее точных и простых способов подобных измерений. Поэтому измерения иных величин — электродвижущих сил, силы тока и т. п. — стараются сводить к измерению сопротивлений по методу мостика.

Область применения *мостиков* не ограничивается только электрическими измерениями; так, хорошее знание температурных коэффициентов металлов позволяет по изменению сопротивлений очень точно измерять температуры, особенно высокие, так что в этом случае мостик служит *термометром сопротивления*. Как было уже упомянуто, в мостиках вместо металлических сопротивлений при измерении температур вводят также *термисторы*, которые во много раз повышают точность этих измерений.

г) Измерение электродвижущих сил. Если внешнее сопротивление цепи R_1 очень велико, по сравнению с внутренним сопротивлением источника R_2, то в формуле закона Ома

$$\mathcal{E} = IR_1 + IR_2 = U_1 + U_2$$

можно положить $\mathcal{E} = U_1$, так как U_2 можно пренебречь по сравнению с U_1; в этом случае напряжение U_1 почти равно электродвижущей силе $\mathcal{E}$.

Если присоединить к полюсам источника при разомкнутой внешней цепи вольтметр, имеющий очень большое сопротивление, то, хотя через вольтметр идет слабый ток и хотя он своими показаниями оценивает только U_1, но так как сопротивление вольтметра велико, можем положить $U_1 = \mathcal{E}$. Таким образом, вольтметр с большим сопротивлением, присоединенный к полюсам источника при разомкнутой внешней цепи, измеряет практически электродвижущую силу источника $\mathcal{E}$.

П р и м е р. Пусть имеется аккумулятор с э. д. с. $\mathscr{E} = 2 в$; внутреннее сопротивление $R_2 = 0{,}01$ *ом*; если замкнуть аккумулятор на вольтметр с сопротивлением $R_1 = 1000$ *ом*, то

$$U_1 = IR_1 = \frac{\mathscr{E}R_1}{R_1 + R_2} = 1{,}999 \text{ в},$$

т. е. почти равно $\mathscr{E}$.

Пусть требуется сравнить неизвестную электродвижущую силу некоторого элемента $\mathscr{E}_1$ с известной электродвижущей силой $\mathscr{E}$. За элемент с известной электродвижущей силой следует принять один из *нормальных элементов*, которые могут служить эталонами электродвижущей силы: элемент К л а р к а; его электродвижущая сила выражается в зависимости от температуры так:

$$\mathscr{E} = 1{,}4328 - 0{,}00119\ (t - 15) - 0{,}000007\ (t - 15)^2;$$

кадмиевый элемент В е с т о н а; для него при 20°С имеем:

$$\mathscr{E} = 1{,}0183 \text{ в};$$

зависимость от температуры между 0 и 40°С:

$$\mathscr{E} = 1{,}018300 - 0{,}0000406\ (t - 20) - 9{,}5 \cdot 10^{-7}\ (t - 20)^2 + 10^{-8}\ (t - 20)^3. \qquad (38\text{-}14)$$

По постановлению Международной конференции (1908), элемент В е с т о н а был принят как эталон для определения международного вольта.

Для сравнения электродвижущих сил составим цепь по схеме рис. 114: элемент *I* с известной электродвижущей силой $\mathscr{E}$ при-

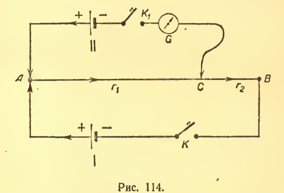


Рис. 114.

соединяем через ключ K к концам реохорда A и B; электродвижущая сила элемента *I* должна быть больше электродвижущей силы $\mathscr{E}_1$ испытуемого элемента *II*; если в этом нет уверенности, следует взять несколько элементов (батарею последовательно соединенных элементов). Испытуемый элемент *II* вводится в ответвление AK_1C,

причем к точке A подводятся провода от одноименных полюсов обоих элементов; другой полюс элемента II через ключ и гальванометр соединяем с подвижным контактом C.

Элементы I и II в ответвлении AK_1C действуют друг против друга, поэтому при определенном положении контакта C они могут *компенсировать* друг друга в этой части цепи; признаком этого будет неподвижность стрелки гальванометра.

При таком положении контакта C, когда вследствие компенсирующего действия элемента I в цепи элемента II нет тока, этот последний (элемент) имеет как бы разомкнутую в A и C цепь. Тогда его электродвижущая сила $\mathscr{E}_1$ будет равна падению потенциала на участке AC в цепи $ABKA$ элемента I:

$$\mathscr{E}_1 = Ir_1;$$

здесь I — сила тока в цепи $ABKA$, r_1—сопротивление участка AC.
Сила тока I определится по закону Ома:

$$I = \frac{\mathscr{E}}{r_1 + r_2 + R_2},$$

где r_2 — сопротивление участка CB, R_2 — сопротивление остальной части цепи, т. е. главным образом внутреннее сопротивление элемента I; если даже R_2 неизвестно, то им можно пренебречь по сравнению с $(r_1 + r_2)$, которое следует взять значительно большим, чем внутреннее сопротивление элемента. Поэтому имеем:

$$I = \frac{\mathscr{E}}{r_1 + r_2}; \quad \mathscr{E}_1 = \frac{\mathscr{E} r_1}{r_1 + r_2}.$$

Если r_1 и r_2 известны, то задача решена: мы можем выразить $\mathscr{E}_1$ по данной электродвижущей силе $\mathscr{E}$:

$$\frac{\mathscr{E}}{\mathscr{E}_1} = \frac{r_1 + r_2}{r_1}; \quad \frac{\mathscr{E}}{\mathscr{E}_1} - 1 = \frac{r_2}{r_1}.$$

Сопротивления участков AC и CB принимаем пропорциональными их длинам l_1 и l_2:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{l_2}{l_1} = n;$$

поэтому

$$\frac{\mathscr{E}}{\mathscr{E}_1} - 1 = n; \quad \mathscr{E}_1 = \frac{\mathscr{E}}{1 + n}.$$

Следовательно, весь эксперимент сводится к отысканию отношения плеч l_2 и l_1, при котором нет тока в гальванометре.

д) Шунт. В работах с мостиками приходится пользоваться очень чувствительными гальванометрами, через которые можно пропускать лишь очень слабый ток, иначе есть опасность пережечь тончайшую проволочку катушки гальванометра; предел допускаемого тока указан на самом гальванометре. Если ток в цепи значи-

телен и превышает этот предел, то параллельно гальванометру G включают незначительное сопротивление (рис. 115), называемое *шунтом**.

Пусть ток в цепи I; если необходимо через гальванометр или амперметр G пропустить лишь часть этого тока, то к точкам L и M приключаем малое сопротивление r_2; тогда по закону Кирхгофа имеем:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{r_2}{r_1}; \quad r_2 < r_1; \quad i_1 < i_2.$$

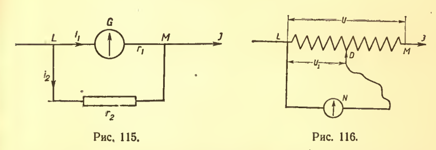


Рис. 115. Рис. 116.

Через гальванометр пройдет лишь часть тока I. Если нужно вычислить i_1 и i_2, то по тем же правилам, обозначив разность потенциалов в точках L и M через ΔV, находим:

$$\Delta V = IR; \quad R = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}; \quad \Delta V = \frac{I r_1 r_2}{r_1 + r_2};$$

$$i_1 = \frac{\Delta V}{r_1} = \frac{I r_2}{r_1 + r_2}; \quad i_2 = \frac{I r_1}{r_1 + r_2}.$$

Можем, в частности, решить вопрос, какой шунт r_2 нужно поставить в ответвление, чтобы сила тока в гальванометре G была $\frac{I}{n}$ (например, 0,01 I):

$$\frac{I}{n} r_1 = \frac{(n-1) I}{n} r_2; \quad r_2 = \frac{r_1}{n-1}. \qquad (38\text{-}15)$$

Пример. Сопротивление гальванометра $r_1 = 100$ *ом*; допустимый для него ток $i_1 = 0{,}1$ *а*, а ток в цепи $I = 10$ *а*; какой надо поставить шунт r_2?

$$r_2 = \frac{r_1}{n-1} = \frac{100}{99} \approx 1 \text{ ом}.$$

Как видим, при помощи введения шунтов можно менять значение делений шкалы амперметра, т. е. силу тока, соответствующую отклонению стрелки амперметра на одно деление.

* Шунт — разъезд (английский железнодорожный термин).

е) Схема потенциометра. На концах реостата LM (рис. 116), с достаточно большим сопротивлением, источник поддерживает напряжение U. Присоединим к L один контакт ответвления LND, а другой D сделаем подвижным; тогда, перемещая этот контакт D по реостату, можем в ответвлении LND иметь любое число вольт $U_1 < U$. Ток в цепи I, а сопротивление всего реостата LM пусть R_1; тогда

$$I = \frac{U}{R_1}; \quad I = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2},$$

где R_2 — сопротивление всей остальной цепи; поэтому

$$U = \frac{\mathscr{E} R_1}{R_1 + R_2}.$$

Обозначив сопротивление участка LD через r, имеем

$$U_1 = \frac{\mathscr{E} r}{R_1 + R_2}. \qquad (38\text{-}16)$$

Так как $r < R$, то $U_1 < U$. Перемещая контакт D, можно получать на контактах ответвления LND любое напряжение, меньшее или равное U.

Такое приспособление для дробления напряжения называется *потенциометром*.

Глава VI

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ

§ 39. Работы по определению элементарного заряда

Из опытов Фарадея по электролизу было установлено, что каждый *электролитический ион n* валентного вещества имеет заряд *ne*, где *e* есть заряд иона всякого одновалентного вещества. Экспериментальные исследования выяснили, что ток в газах имеет все признаки ионного тока, совершенно подобного тому, который наблюдается при электролизе растворов; основная причина как электролитического тока, так и тока в газах одна — это ионизация. Возникает вопрос: как велик заряд газовых ионов?

Первоначальные исследования этого вопроса принадлежат профессору Таунсенду* (в Кембридже, 1897 г.). Его попытки определить заряд газового иона не дали точных результатов, но ему принадлежат важные идеи, которые затем легли в основу последующих экспериментов, давших лучшие результаты.

* Джон Симс Эдвард Таунсенд (1868—1957) — английский физик, разработал теорию прохождения электрического тока через газ.

Не рассматривая подробно метод Таунсенда, выясним лишь его основную идею. При электролизе в сосуде A (рис. 117) возникали ионы газа (например, кислорода), которые вместе с парами воды проводились через осушающие сосуды B, C, D и, наконец, попадали в сосуд E, в котором находится влажный атмосферный воздух. Ионы сухого газа, попадая во влажный воздух сосуда E, способствовали переходу паров воды в насыщенное состояние; около ионов образовалось облако, заряд которого определялся электрометрами.

Наблюдения над этим облаком и сложный расчет, определяющий число находящихся в нем ионов, позволили вычислить заряд газового иона; Таунсенд получил $q = 3 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ.

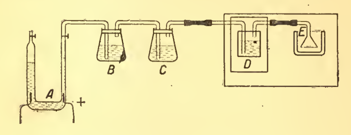


Рис. 117.

Прежде всего важно отметить, что по исследованиям Таунсенда заряд иона различных газов (водорода, кислорода и т. д.) оказался величиной *постоянной*, не зависящей от природы газа. Порядок найденной величины тот же, как и у электролитического одновалентного иона.

Эта первая попытка определить заряд газового иона имеет очень большое значение; найденный результат ясно показал, что в газах мы имеем дело с тем же зарядом, который был найден в совершенно иной области явлений.

Дальнейшие работы в лаборатории Кембриджского университета под руководством Дж. Дж. Томсона* уточнили метод Таунсенда и обогатили его новыми экспериментальными усовершенствованиями.

Ч. Вильсон** установил (1897), что в насыщенном водяными парами воздухе, очищенном от пыли, центрами конденсации являются ионы. Если такой воздух ионизировать рентгеновскими

* Джозеф Джон Томсон (1856—1940) — английский физик, один из основоположников электронной теории. Лауреат Нобелевской премии 1906 г. за успехи в исследовании электропроводности газов. Естествоиспытатель — материалист.

* Чарльз Вильсон (1869—1959) английский физик, изобрел камеру, являющуюся одним из основных приборов современной физики. Лауреат Нобелевской премии 1927 г. за это изобретение.

лучами и адиабатно расширить до объема, примерно 1,25—1,3 первоначального, то в нем появляется облако тумана, причем центрами конденсации служили отрицательные ионы. Если такое расширение выполнить с неионизированным воздухом, — облако не возникнет. Надо особенно отметить, что при этих опытах необходимо, чтобы воздух был предварительно очищен от пыли, так как пылинки также являются центрами конденсации и могут исказить явление при ионизации; в пыльном воздухе капли тумана образуются и на ионах, и на пылинках. Для совершенного освобождения воздуха от пыли достаточно до ионизации произвести несколько раз адиабатное расширение; тогда пылинки, отягченные каплями тумана, все упадут из воздуха на дно камеры, в которой происходит расширение.

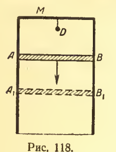


Рис. 118.

Открытие В и л ь с о н а привело к построению замечательного аппарата, называемого «*камера Вильсона*», который играет важнейшую роль при исследовании явлений радиоактивности, строения атома и его ядра. Схема камеры В и л ь с о н а такова.

В цилиндре M может быстро отодвигаться вниз поршень AB (рис. 118) в положение A_1B_1. В цилиндре M находится очищенный от пыли влажный воздух, который ионизируется лучами источника D (радиоактивное вещество). Если быстро отодвинуть поршень из AB в положение A_1B_1, то воздух в M адиабатно расширяется и охлаждается. Пар, находящийся во влажном воздухе, переходит в насыщенное состояние и в виде мельчайших капелек оседает на ионах.

Лучи из радия D (α-частицы) каждый на своем пути создают во влажном воздухе цепочки ионов; на них осаждаются мельчайшие капельки конденсированного пара, образуя нити тумана, так что в камере M виден путь каждого ионизирующего луча в виде нити тумана.

Дж. Дж. Т о м с о н, опираясь на открытие Вильсона, совместно со своими сотрудниками, в течение ряда лет производил весьма обширные экспериментальные работы по определению заряда газового иона.

В общих чертах результаты опытов Дж. Дж. Т о м с о н а совпадают с наблюдениями и выводами Т а у н с е н д а.

§ 40. Опыты Милликена

Многочисленные исследования разных наблюдателей вводили новые методы определения заряда газового иона и постепенно повышали точность результатов этих определений. Не останавливаясь

на изложении этих работ, перейдем прямо к рассмотрению экспериментов американского физика Милликена*, который, совершенствуя в течение 10 лет (1908—1917) методы своих наблюдений, получил наиболее точное по тому времени значение заряда газового иона; оказалось, что наименьшее значение его поразительно точно совпадает с тем зарядом электролитического иона, который был назван *электроном*.

Первые работы Милликена были выполнены также по методу наблюдений тумана, однако с важным усовершенствованием, которое было введено при этих исследованиях.

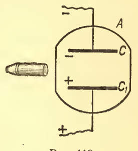


Рис. 119.

В камере A (рис. 119), в которой происходило образование облака, установлены две горизонтальные латунные пластины C и C_1; к ним прилагалось напряжение до 2000 *в*. Таким образом, облако образовывалось в электрическом поле этого конденсатора; скорость его движения, которая непосредственно определяется при наблюдениях в микроскоп, зависит уже не только от силы тяжести, но и от напряженности поля; если облако заряжено отрицательно, то при указанном расположении полюсов поле будет ускорять падение облака, если же облако заряжают положительно, — замедлять его падение.

Производя наблюдения с этой камерой, Милликен заметил, что спустя 7—8 *мин* после появления облака в электрическом поле туман рассеивается и в поле зрения остаются лишь немногие капельки, видимые в микроскоп как отдельные яркие точки. Дело в том, что капли, имеющие заряд того же знака, как верхняя пластинка, быстро падают на нижнюю пластинку, а капли, имеющие значительные заряды знака нижней пластинки, быстро поднимаются, преодолевая силу тяжести, к верхней пластинке; между пластинками остаются капли, которые имеют такой заряд, при котором сила электрического поля $qE = F$ как раз уравновешивает силу гравитационного поля $P = mg$; следовательно, имеем

$$mg = qE. \qquad (40\text{-}1)$$

Эти заряженные капельки уравновешены в электрическом поле; при наблюдении в поле зрения трубы они кажутся как бы взвешенными в электрическом поле.

* Роберт Эндрус Милликен (1868—1953) работал в Пасадене (Калифорния). Его исследования были посвящены важнейшим вопросам физики: заряд электрона, фотоэффект, космические лучи и т. п. Получил Нобелевскую премию (1925 г.).

Если же этого условия равновесия $mg = qE$ нет, то в поле зрения микроскопа видны движущиеся капли: одни из них поднимаются, другие опускаются, смотря по тому, каков результат сложения действующих сил P и $\pm F$. В окуляре трубы помещено несколько параллельных нитей на определенных расстояниях друг от друга; наблюдая движение капель от одной нити до другой и отмечая время при помощи секундомеров (точных часов с арретиром), можно определить скорость движения капли. Положим, что скорость движения капли под действием только силы тяжести $P = mg$ есть v_0; такова скорость, пока отсутствует поле. Как только возникает электрическое поле, скорость капли изменяется, так как она находится под действием силы $P \pm F = mg \pm qE$; двойной знак появился потому, что сила поля может быть направлена так же, как сила тяжести, или против нее, смотря по знаку заряда капли; в первом случае скорость при действии поля увеличивается, во втором — уменьшается; обозначим эту новую скорость через v. Пропорциональность сил скоростям (в данном случае движения капли) обосновывается наличием трения при движении в среде, в которой падает капля.

Обозначив силу трения через f, имеем уравнение движения капли

$$mg - f = ma;$$

при малых скоростях движения капли силу трения можно считать пропорциональной первой степени скорости:

$$f = kv,$$

здесь k — коэффициент трения среды. Поэтому:

$$mg - kv_0 = ma.$$

Если есть ускорение a, то возрастает скорость v_0 и левая часть уравнения уменьшается, а потому уменьшается и правая часть, т. е. ускорение уменьшается и при $a \to 0$, имеем:

$$mg - kv_0 = 0; \; mg = kv_0.$$

Также:

$$mg \pm qE = kv.$$

Тогда имеем отношение:

$$\frac{v_0}{v} = \frac{mg}{mg \pm qE}. \qquad (40\text{-}2)$$

Рассмотрим величины, входящие в это основное уравнение:

1) v_0 и v — экспериментально определяемые скорости;
2) g — ускорение силы тяжести в данном месте;
3) m определяется по закону Стокса (т. I, стр. 199):

$$v_0 = \frac{2}{9}\frac{gr^2}{\eta}(\Delta - \rho), \qquad (40\text{-}3)$$

где r — радиус капли, η — коэффициент вязкости, Δ — плотность шарика, ρ — плотность среды.

По наблюдаемой скорости капли v_0 и заранее известным η, Δ, ρ определим r — радиус капли, затем ее объем V и массу m:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3; \quad m = \frac{4}{3}\pi r^3 (\Delta - \rho); \qquad (40\text{-}4)$$

4) при однородности поля конденсатора $E = \frac{U}{l}$, где U — приложенная к пластинам разность потенциалов, l — расстояние между пластинами.

Таким образом, в уравнении (40-2) все величины известны, кроме q — заряда капли; его можно вычислить по данным наблюдений над каплями. Так определял заряд q Милликен в своих первых работах. Но поставлен вопрос не об определении заряда капли, а об определении заряда газового иона.

С 1909 г. Милликен вводит новый метод определения заряда газового иона; в нем он переходит от наблюдений тумана (или облака) к наблюдениям отдельных капель и измерению тех зарядов, которые они несут или извлекают из газа. В камеру C (рис. 120) при помощи специального распылителя K вдувалось масло (или глицерин, или ртуть и т. д.); распыление было весьма совершенное, так что получались капли с диаметром порядка 0,0005 *мм*. Давление в камере устанавливалось насосом и измерялось манометром. Дном камеры служат пластины конденсатора M и N, причем их параллелизм обеспечивался при помощи оптических методов, так что поле между ними можно считать действительно однородным; в верхней пластине конденсатора имелось очень узкое (иголочное) отверстие O для прохождения капелек в конденсатор. В полость воздушного слоя коденсатора ведут три отверстия — налево A, направо — B и третье D — посредине; в отверстие A можно направлять свет вольтовой дуги L; в отверстие B — рентгеновские лучи от трубки R; в отверстие D направлялась труба с окулярной шкалой для наблюдений и отсчетов; трубу надо представить себе расположенной перпендикулярно к чертежу. Для обеспечения полной неподвижности воздуха в камере C вся она помещается в ванну G с 40 *л* газолинового масла, а на пути лучей вольтовой дуги ставятся поглощающие тепло трубки W длиной около 80 *см* с водой и W_1 — с раствором хлористой меди. Батарея, полюсы которой через коммутатор присоединялись в нужный момент к пластинам конденсатора, позволяла налагать на них напряжение U до 10100 *в* при расстоянии между пластинами до 16 *мм*.

Исследования Милликена можно разделить на две стадии.

1. Капли, появляющиеся в поле конденсатора через отверстие O, будучи освещены сбоку сильными лучами вольтовой дуги, представляются в трубу яркими звездочками на темном фоне, поэтому очень удобно следить в окуляре за движением их от одной нити до другой. Большая часть капель оказывается уже заряженными от трения в пульверизаторе; в отсутствие поля они падают в поле

зрения трубы от одной до другой нити почти равномерно вследствие вязкости среды; но как только включаем поле, характер движения резко изменяется. Можно соответственным выбором направления поля (как на рис. 120 или обратно) заставить каплю подниматься; при достаточном ее приближении к верхней пластине M выключаем поле и замыкаем пластины накоротко; тогда капля начинает падать под действием силы тяжести; затем вновь вводим поле, капля начинает подниматься и т. д.; можно заставить каплю странствовать между пластинами M и N. Во время этих странствований происходят замечательные явления: по временам мгновенно изменяется скорость капли; из уравнения ясно, что такие изменения скорости могут быть лишь вследствие изменения заряда q капли, так как m, g, E постоянны при данном наблюдении.

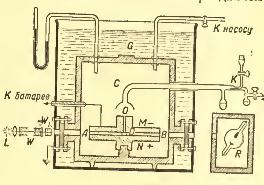


Рис. 120.

И вот Милликен вводит представление: заряженная капля, двигаясь в среде ионизированного (рентгеновскими лучами или иным способом) газа, захватывает заряды «+» или «—» ионов газа, почему меняется ее заряд и изменяется скорость.

Наблюдаемые явления «захватов» каплей ионов из газа подводят нас к основной задаче — к определению заряда газового иона. Считая скорость v_0 положительной, когда движение капли происходит вниз (по направлению силы тяжести), а скорость v_1 положительной тогда, когда движение под действием поля происходит вверх, перепишем уравнение для определения заряда капли q так:

$$\frac{v_0}{-v_1} = \frac{mg}{mg - q_1E}; \quad \frac{v_0}{v_1} = \frac{mg}{q_1E - mg},$$

отсюда находим:

$$q_1 = \frac{mg}{v_0E}\,(v_0 + v_1). \tag{40-5}$$

Так как v_0, E, m, g — постоянные величины для данного поля и капли, то начальный заряд капли q_1 пропорционален сумме скоростей v_0 и v_1.

После захвата газового иона скорость капли стала v_2 и заряд q_2:

$$q_2 = \frac{mg}{v_0 E} (v_0 + v_2).$$

Разность $q_2 - q_1$ определит заряд газового иона q:

$$q = q_2 - q_1 = \frac{mg}{v_0 E} (v_2 - v_1). \qquad (40\text{-}6)$$

Это значит, что заряд захваченного газового иона пропорционален $(v_2 - v_1)$ изменению скорости движения капли в поле после захвата иона или разности скоростей до и после захвата газового иона.

Общий вывод из этих многочисленных опытов можно сформулировать так: где бы ни встречался электрический заряд q — на изоляторах, проводниках, в электролитах или металлах, — везде он есть сумма некоторого числа элементарных зарядов q_0, которые всегда одинаковы:

$$q = nq_0;\ n = 1, 2, 3, \ldots$$

Наконец, этот же метод наблюдений позволяет доказать, что отрицательный и положительный элементарные заряды всегда по абсолютной величине равны между собой. Для этого, приблизив каплю к положительной пластине конденсатора, ионизируем газ при помощи рентгеновских лучей; при этом капля попадает в поток отрицательных ионов и заряжается отрицательно. Обратно, подняв ее к отрицательной пластинке, помещаем на нее также положительный заряд, так как она при этом находится в потоке положительных ионов, направляющихся к верхней пластине. Производя с этими отрицательно и положительно заряженными каплями описанные наблюдения, Милликен нашел, что $(v_0 + v_1)$ и $(v_2 - v_1)$ и в первом, и во втором случаях кратные одних и тех же чисел.

Этим заканчивается первая стадия исследований Милликена, результат которой можно выразить так: *существует элементарный электрический заряд*; какой угодно заряд есть всегда сумма этих элементарных количеств электричества.

2. Дальнейшие исследования Милликена имели целью определение числового значения этого элементарного количества электричества и измерение его в электрических единицах.

Но прежде чем приступить к этому, Милликен предпринял обширные исследования с целью найти более точное значение η — коэффициента внутреннего трения воздуха и выяснить точность и пределы применения закона Стокса.

Опытами в США было установлено следующее значение коэффициента внутреннего трения или вязкости воздуха при 23°C:

$$\eta_{23} = 0{,}00018240.$$

Это и было положено Милликеном в основу его расчетов; к сожалению, последующие измерения дали результат: $\eta_{23} = 0{,}00018445$*.

Введя в свои формулы зарядов капли q_1 и иона q принятые им значения η и поправки на закон Стокса, он нашел значения зарядов отдельных капель и газовых ионов. Из огромного числа наблюдений и соответственных вычислений Милликен вывел (1917) значение элементарного заряда q_0 равным

$$e = (4{,}774 \pm 0{,}005) \cdot 10^{-10}\ \text{СГСЭ}.$$

Этот результат установил положение: элементарное количество электричества, кратным которого является всякий электрический заряд, есть электрон, величина которого была впервые определена на основании электролитических законов Фарадея. Поэтому для всякого электрического заряда должно быть

$$q = ne,$$

где n — целое число. На основании полученного результата можно утверждать: заряд газового иона всегда есть кратное заряда электрона:

$$q = e,\ 2e,\ 3e, \ldots$$

Определение значения элементарного электрического заряда — электрона — есть одна из важных побед физики в области знания, где наши чувства отказываются нам служить и единственными орудиями исследователя при оценке результатов наблюдений являются научный эксперимент и математический анализ. Мощное развитие электронной теории, всецело построенной на утверждении реальности электрона, как особой дискретной элементарной частицы и возможность истолкования на основании электронной теории огромного числа электромагнитных явлений в природе и в технике приводят к выводу, что субстанциальность электрона соответствует действительным соотношениям в природе.

Говоря о результатах своих опытов, Милликен приходит к заключению, что «наблюдатель... может считать число электронов данного заряда совершенно с такой же уверенностью, с какой он считает свои пальцы».

Последующие измерения e различными методами привели к принятой в настоящее время величине заряда электрона:

$$e = (4{,}80286 \pm 0{,}00009) \cdot 10^{-10}\ \text{СГСЭ}.$$

Мы видим, что новые пределы значений e не совпадают с пределами, указанными Милликеном. Это значит, что ошибка оказалась не случайной, а систематической. Мы ее уже указали, это неточное значение коэффициента внутреннего трения воздуха, принятое Милликеном без строжайшей проверки.

* Handbook of Chemistry and Physics, 37 Ed., 1955, p. 2019.

Рассмотрим два следствия, непосредственно вытекающие из работ Милликена.

1. Можно определить вес наблюдаемой капли из равенства:

$$mg = q_1 E \frac{v_0}{v_0 + v}; \tag{40-7}$$

здесь $q_1 = ne$ может быть определено по числу захваченных электронов n и, следовательно, все величины правой части известны из наблюдений, а значит, известен и вес mg. Таким образом, при помощи наблюдений подъема капли действием поля против силы тяжести или уравновешивания ее в поле осуществляется электрическое взвешивание; вес капли равен произведению ее заряда на напряженность электрического поля:

$$mg = q_1 E. \tag{40-8}$$

Аналитические весы высокого достоинства позволяют определять вес до одной сотой миллиграмма. Исключительно точные весы, построенные Рамзаем и Греем (1911) для определения плотности и атомного веса эманации радия (радона) в лаборатории Королевского института в Лондоне, позволяли определить вес до $2 \cdot 10^{-6}$ *мг*, это предел точности, который достигнут был при механическом взвешивании. Эти весы — художественное произведение: коромысло их сделано из сплавленного кремнезема, призма (в 0,5 *мм*) опирается на площадку из кварца; взвешивание производится в пустоте; колебания коромысла наблюдаются издали в трубу.

Определение веса на «Электрических весах» может быть выполнено с той же точностью, с которой известно значение e, т. е. с точностью до одной тысячной; по расчету Милликена, вес при электрическом взвешивании может быть определен с точностью до одной десятимиллиардной доли миллиграмма ($1 \cdot 10^{-10}$ *мг*). Таким образом, электрическое взвешивание повысило точность этой операции в 10 000 раз.

2. Определение значения e независимо от явлений электролиза дает наиболее точный способ вычисления числа Авогадро N. Заряд грамм-атома одновалентного вещества F (число Фарадея) можем выразить так:

$$F = eN; \tag{40-9}$$

отсюда

$$N = \frac{F}{e}.$$

Опираясь на свое значение e, Милликен вычислил $N = 6{,}06 \cdot 10^{23}$, которое и было принято физиками в течение многих лет. Но ошибка в измерении e привела к неизбежности изменить и число Авогадро.

В настоящее время принято

$$N = (6{,}02486 \pm 0{,}00016) \cdot 10^{23}\ моль^{-1}*. \qquad (40\text{-}10)$$

§ 41. Ток в металлах

Современная теория строения металлов, вообще твердого тела и явлений проводимости входит в квантовую механику. Для перехода к квантовой теории тока в металлах и полупроводниках необходимо иметь общее представление об *электронной теории*, как еще в начале XX в. ее создали Лоренц** и Друде***; эти идеи затем вошли во все позднейшие теории.

Множество явлений показывает, что во всех телах при известных условиях возникают движения ионов и электронов, причем последние могут частью и выделяться из тел. Таковы явления электролиза, явления термоэлектронной эмиссии, фотоэлектрического эффекта, катодных и положительных лучей и т. д. Во всех этих случаях надежнейшее средство, позволяющее отличать электроны от ионов, заключается в определении значения $\frac{e}{m}$, т. е. *отношения заряда к массе*, которое для электронов имеет постоянное значение.

Было установлено, что проводимость растворов обусловлена движением ионов; ток в электролите — это перемещение электрических зарядов вместе с атомами. Затем было установлено, что поток катодных лучей есть поток электронов, выделенных из атомов. Металлы, как известно, обладают из всех тел наилучшей проводимостью. Каков характер этой проводимости? Многочисленные исследования показали, что прохождение тока через металл не обусловливается движением ионов и не сопровождается переносом атомов. Немецкий физик Рикке (1901) включил в цепь три точно взвешенных металлических цилиндра из меди, алюминия и опять из меди, поставив их друга на друга; в течение года он не размыкал эту цепь, пропустив через цилиндры 3 448 800 *к*; точные измерения показали, что масса цилиндров не изменилась после этого опыта. Отсюда прямо вытекает заключение: *ток в металлах обусловлен не движением ионов — это не ионный ток.*

Возникает такое представление о сущности электрического тока в металлах. Кристаллическая решетка, составляющая остов всякого твердого тела (т. I, стр. 428), в металлах состоит из ионов; когда в металле возникает поле, то компоненты решетки удерживаются

---

* Успехи физических наук, XV, 4, 1958, стр. 727.

** Гейдрик Антон Лоренц (1853—1928) — нидерландский физик, создатель электронной теории, электродинамики движущихся сред и др. Лауреат Нобелевской премии 1902 г. На протяжении всей своей деятельности он твердо стоял на позиции материализма и активно боролся со всякими проявлениями идеализма в физике.

*** Пауль Друде (1863—1906) — немецкий физик, развил теорию дисперсии, дал два метода измерения диэлектрической проницаемости.

на своих местах, а свободные электроны приходят в движение между ними под действием приложенной разности потенциалов. Возможны при таком движении электронов случаи, когда они вновь захватываются ионами; при этом происходит так называемая *рекомбинация ионов* в нейтральные атомы, как это бывает и при электролитической диссоциации, но из других атомов в то же время выделяются новые электроны и т. д.; явление носит характер *статистического состояния равновесия*.

Основное положение развиваемой теории — ток в металле есть движение свободных электронов — было доказано непосредственно опытами Мандельштама* и Папалекси** (1911), Стюарта и Толмена*** (1916—1923). Идея и теория этих опытов заключается в следующем.

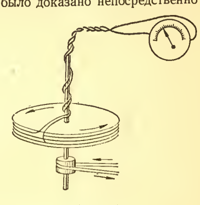


Рис. 121.

Вращающиеся катушки со многими оборотами тонкой проволоки из разных металлов замыкались при помощи длинных гибких проводников (рис. 121) на баллистический гальванометр. Возьмем, например, катушку из медной проволоки длиной в l с сечением S и приведем ее в очень быстрое вращательное движение вокруг ее оси с линейной скоростью v (около 300 *м/сек*); при внезапной остановке катушки чувствительный гальванометр обнаруживает, что в цепи возник кратковременный ток.

Опыты Стюарта и Толмена с разными катушками и цилиндрами дали для $\frac{e}{m}$ значения в пределах от $2{,}2 \cdot 10^8$ до $1{,}7 \cdot 10^8$ *к/г*; так например, имеем из этих опытов значения $\frac{e}{m}$:

$$\text{Ag} — 1{,}49 \cdot 10^8\ к/г; \quad \text{Al} — 1{,}59 \cdot 10^8\ к/г;$$
$$\text{Cu} — 1{,}60 \cdot 10^8\ к/г.$$

---

* Леонид Исаакович Мандельштам (1879—1944) — советский физик, исследования в области оптики, теории колебаний и радиофизики. Лауреат Государственной премии СССР 1942 г.

** Николай Дмитриевич Папалекси (1880—1947) — советский физик, труды по радиофизике и радиотехнике. Лауреат Государственной премии СССР 1942 г.

*** Ричард Чейс Толмен (1881—1948) — американский физик. Опыты по обнаружению инерции электронов в 1911 г. были сделаны Л. И. Мандельштамом и Н. Д. Папалекси, однако не были ими опубликованы. Толмен вместе со Стюартом в США начали в 1916 г. свои опыты такого же характера.

Современное точное значение e/m для электрона

$$1{,}7589 \cdot 10^8 \ к/г.$$

Эти результаты показывают, что *ток проводимости в металлах — это электронный ток*; электрические токи проводимости в металлах обусловлены движением электронов.

§ 42. Вывод законов Ома и Джоуля — Ленца из электронной теории

После того как было установлено существование в металле свободных электронов и обнаружена роль их в явлении тока проводимости, предстояло выяснить связь между *макроскопическими* характеристиками тока — напряжением, силой тока, сопротивлением (U, E, I, R) и *микроскопическими* характеристиками этого явления на основе электронной теории.

Первоначальная теория проводимости металлов немецкого физика Друде (1900) исходила из аналогии движения электронов в металле с движением молекул газа в пределах объема, занятого газом; границами этого движения в случае газа служат стенки сосуда; в случае электронного движения — поверхность проводника, проникнуть через которую они не могут, так как для перехода через нее электроны должны получить добавочную энергию, например, при накале проводника, для преодоления *потенциального барьера* (т. I, стр. 169, 371).

Основное положение теории Друде заключается в том, что электроны участвуют в общем тепловом молекулярно-атомном движении. Поэтому, если нет электрического поля, то можно говорить о средней квадратичной скорости движения электронов u, при помощи которой связывается кинетическая энергия этого движения с абсолютной температурой (т. I, стр. 244):

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2}kT, \qquad (42\text{-}1)$$

где k — постоянная Больцмана. Скорости отдельных электронов в данный момент времени могут быть и меньше, и больше u, но в среднем (статистически) для всего множества электронов можно, как увидим, положить, что расстояние свободного пробега λ проходится со скоростью u и при действии поля:

$$\lambda = ut; \ t = \frac{\lambda}{u}, \qquad (42\text{-}2)$$

где t есть *среднее время свободного пробега.*

Из формулы (42-1) можно определить среднюю квадратичную скорость электронов при $T = 273°К$, которая, как известно (т. I, стр. 246), мало отличается от их средней скорости при этой температуре:

$$u = \sqrt{\frac{3kT}{m}};\qquad (42\text{-}3)$$

подставив сюда: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-28}$ *г*, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-16}$ *эрг/град*, $T = 273°K$, находим

$$u = 11{,}1 \cdot 10^{6}\ \textit{см/сек} = 111\ \textit{км/сек}.$$

Скорости хаотического теплового движения электронов превосходят скорости молекул при той же температуре в сотни раз.

При появлении электрического поля электроны, под действием поля при напряженности E, получат сверх хаотического движения упорядочение движения навстречу полю, т. е. направление упорядоченного движения электронов будет навстречу вектору E. Сила тока, обусловленного движением n электронов через сечение проводника S, выражается формулой:

$$I = nevS;\qquad (42\text{-}4)$$

здесь v есть *средняя добавочная скорость* упорядоченного движения, которую получает электрон под действием поля E:

$$E = \frac{\Delta V}{l}$$

l — длина металлического проводника; ΔV — разность потенциалов на его концах.

Из этих соотношений величин мы можем вычислить добавочную скорость электронов v в поле напряженностью E при некоторых определенных условиях, например: $I = 10$ *а*, $S = 0{,}2$ *см*^{2}.

Концентрация электронов определится из допущения, что число свободных электронов в 1 *см*^{3} вещества равно числу атомов в этом объеме. Обозначив плотность данного вещества через ρ, имеем:

$$\frac{n}{N} = \frac{\rho}{\mu};\qquad n = \frac{N\rho}{\mu},$$

где $N = 6{,}025 \cdot 10^{23}$; ρ и μ возьмем для меди: $\rho = 8{,}9$ *г/см*^{3}; $\mu = 63{,}6$ *г*, тогда:

$$n = 8{,}4 \cdot 10^{22};$$

порядок числа свободных электронов в 1 *см*^{3} и для других металлов такой же.

Подставив все эти данные в формулу:

$$v = \frac{\rho}{S}\,\frac{1}{ne},$$

находим

$$v = 3{,}7 \cdot 10^{-3}\ \textit{см/сек}.$$

Мы видим, что добавочная скорость упорядоченного движения v, которую получает электрон вследствие появления поля, при

указанных условиях имеет ничтожное значение по сравнению со средней скоростью u хаотического теплового движения.

Скорость электронов v мала по причине малой длины свободного пробега λ, на которой внешнее поле может ускорять электроны.

Поэтому мы можем считать, что расстояние свободного пробега λ и при существовании поля E проходится со средней скоростью u.

Выразим скорость v через элементы электронного движения. Под действием поля электрон получает ускорение a:

$$eE = ma; \quad a = \frac{eE}{m};$$

поэтому в конце пробега расстояния λ (от столкновения до столкновения) электрон будет иметь скорость v_1:

$$v_1 = at,$$

где t — время, в течение которого проходится расстояние λ. Тогда средняя скорость движения v под действием поля определится через v_1:

$$v = \frac{0 + v_1}{2} = \frac{a}{2} t = \frac{eE}{2\,m} t = \frac{e\Delta V}{2ml}\ t. \tag{42-5}$$

Выражение скорости v — средней скорости, появление которой всецело обусловлено полем, получает окончательный вид:

$$v = \frac{e\Delta V}{2ml} \frac{\lambda}{u}. \tag{42-6}$$

Внеся это значение v в формулу для силы тока, находим для определения силы электронного тока I такое выражение:

$$I = \frac{ne^2 S \lambda \Delta V}{2\,mlu}. \tag{42-7}$$

В этом соотношении осуществлена искомая связь макроскопических, опытно измеряемых величин — I, ΔV, S, l с микроскопическими величинами n, e, λ, m, u, которые введены теорией. Преобразуем предыдущую формулу:

$$I = \frac{\Delta V}{\left(\frac{2mu}{ne^2\lambda}\right)\frac{l}{S}}; \qquad I = \frac{\Delta V}{\rho \frac{l}{S}}. \tag{42-8}$$

Это и есть *закон Ома*, открытый экспериментально Омом в 1826 г. Этот закон через 75 лет получил теоретическое обоснование в электронной теории.

Удельное сопротивление ρ и проводимость γ для данного металла имеют следующие значения:

$$\rho = \frac{2mu}{ne^2\lambda}; \qquad \gamma = \frac{ne^2\lambda}{2mu}. \tag{42-9}$$

И ρ и γ — измеряемые, макроскопические величины.

Далее будет показано, что существуют косвенные способы проверки этих, теоретически выведенных, соотношений.

Электроны, двигающиеся под действием поля в кристаллической решетке металла, обладают запасом кинетической энергии, которую они отчасти передают ионам решетки при столкновении с ними. При этих столкновениях увеличивается энергия теплового движения ионов, т. е. нагревается проводник — металл. Это явление было изучено Джоулем (1841 г.) и Ленцем (1844 г.) и ими был установлен экспериментально закон, определяющий количество тепла, выделяемого током. Рассмотрим этот вопрос на основе электронной теории.

Энергия, приобретенная электроном за время t свободного пробега в поле E между двумя столкновениями, определится формулой:

$$w = \frac{mv_1^2}{2},$$

где v_1 — скорость в конце пути λ, которая по формуле (42-5) имеет значение:

$$v_1 = \frac{eE}{m}t = \frac{eE}{m}\frac{\lambda}{u}.$$

Поэтому

$$w = \frac{m}{2}\left[\frac{eE\lambda}{mu}\right]^2 = \frac{e^2\lambda^2}{2mu^2}\,E^2. \qquad (42\text{-}10)$$

Число столкновений в секунду ν при промежутке времени t между двумя последовательными соударениями определится так:

$$\nu = \frac{1}{t} = \frac{u}{\lambda}.$$

Следовательно, один электрон в 1 *сек* может сообщить ионной решетке энергию:

$$\nu w = \frac{e^2\lambda}{2mu}\,E^2. \qquad (42\text{-}11)$$

Если же в 1 $см^3$ находится n электронов, то вся их энергия, которою они располагают при столкновениях в течение 1 *сек* выразится так:

$$W = w\nu n; \quad W = \frac{e^2 n\lambda}{2mu}\,E^2.$$

Имеем:

$$W = \gamma E^2$$

или

$$Q = 0{,}24\gamma E^2. \qquad (42\text{-}12)$$

Эта формула определяет количество тепла, выделенное в 1 *сек*, и выражает «*закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме*».

Возьмем участок цепи длиной l при сечении S. Мощность, выделенная в объеме lS, получит значение:

$$N = \gamma E^2 lS.$$

Вводя сюда соотношения:

$$j = \gamma E; \quad j = \frac{I}{S}; \quad E = \frac{U}{l},$$

где U — напряжение на концах участка длиной l, находим

$$N = jElS = \frac{I}{S}\frac{U}{l} = lS = IU;$$

энергия, выделенная в этом объеме за время t:

$$W = UIt;$$
$$Q = 0{,}24\, UIt = 0{,}24\, I^2Rt.$$

Это форма закона Джоуля — Ленца, выведенная на основе электронной теории, совпадает с известной подтвержденной экспериментальной формой этого закона.

§ 43. Теплопроводность и электропроводность. Закон Видемана — Франца

Сопоставление полученных на основе электронной теории результатов с действительностью и опытная их проверка оказались возможными, когда были привлечены соображения о теплопроводности (т. I, стр. 259).

Как известно, коэффициент теплопроводности K, входящий в макроскопический закон теплопроводности:

$$Q = K \frac{\Delta T}{\Delta l} S,$$

может быть выражен через микроскопические характеристики молекулярного мира (т. I, стр. 260):

$$K = \frac{nu}{3} mc_V \lambda, \tag{43-1}$$

где n — число молекул в единице объема, u — средняя скорость, m — масса, λ — средняя длина свободного пробега молекулы, c_V — молекулярная теплоемкость при постоянном объеме.

С другой стороны, коэффициент теплопроводности K может быть определен специальными опытами для разных тел; некоторые результаты этих опытов приведены в таблице (стр. 163).

Из сравнения значений K — коэффициента теплопроводности разных веществ, со значениями ρ — удельного сопротивления электрическому току следует, что, как правило, лучшие проводники тока есть в то же время и лучшие проводники тепла; с другой стороны, диэлектрики (слюда, стекло, эбонит и др.) плохо проводят тепло.

Твердые диэлектрики по своему молекулярному строению не отличаются от металлов; и в том, и в другом случае мы имеем дело с пространственной кристаллической решеткой как характерной моделью строения твердого тела. Отсюда вытекает, что распространение тепла в твердом теле обусловлено свободными электронами; перенос ими кинетической энергии и передача ее при столкновении с другими частицами твердого тела вызывает в теле процесс перераспределения энергии, который мы называем *теплопроводностью.* В металлах есть свободные электроны, в значительном числе они хорошо проводят и ток, и тепло; диэлектрики плохо проводят ток и тепло, значит, в них нет свободных электронов, а если они и есть, то в ничтожном количестве.

Связь между явлениями теплопроводности и электропроводности уже давно была экспериментально установлена и выражена законом Видемана — Франца (1853): *для всех металлов коэффициент теплопроводности K пропорционален удельной электропроводности γ.* Так, измерения K и γ для чистых металлов дают следующие значения отношения этих величин:

Металл	$\frac{K}{\gamma}$ при $t = 18°C$ ($T = 291°K$)	Металл	$\frac{K}{\gamma}$ при $t = 18°C$ ($T = 291°K$)
Медь	$6,71 \cdot 10^{10}$	Кадмий	$7,06 \cdot 10^{10}$
Серебро	$6,86 \cdot 10^{10}$	Свинец	$7,15 \cdot 10^{10}$
Золото	$7,09 \cdot 10^{10}$	Олово	$7,35 \cdot 10^{10}$
Цинк	$6,72 \cdot 10^{10}$	Алюминий	$6,36 \cdot 10^{10}$

Но отношение $\frac{K}{\gamma}$ может быть вычислено из сравнения их значений на основе предположения, что передача тепла и тока в металлах есть результат движения в них свободных электронов. Теоретическое значение этого отношения выразится так:

$$\frac{K}{\gamma} = \left[\frac{nu}{3} m c_V \lambda\right] : \left[\frac{n e^2 \lambda}{2mu}\right] = \\ = \frac{2}{3} \frac{u^2 m^2}{e^2} c_V = \frac{4}{3} \cdot \frac{m c_V}{e^2} \frac{m u^2}{2}.$$

На основании соотношений, установленных кинетической теорией газов, найденное выражение можно преобразовать:

$$\frac{K}{\gamma} = \frac{4}{3} \cdot \frac{m c_V}{e^2} \cdot \frac{m u^2}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\frac{3}{2} k}{e^2} \cdot \frac{3}{2} kT = 3 \cdot \frac{k^2}{e^2} T, \qquad (43\text{-}2)$$

здесь k — постоянная Больцмана. Мы видим, что выведен-

6*

ная формула выражает *закон Видемана — Франца: отношение* $\frac{K}{\gamma}$ *при данной температуре постоянно.*

Вычислим это отношение для $T = 18 + 273 = 291°$ К:

$$\frac{K}{\gamma} = 3 \cdot \left(\frac{1,38 \cdot 10^{-16}}{1,60 \cdot 10^{-20}}\right)^2 \cdot 291 = 6,48 \cdot 10^{10}.$$

Сравнив этот вывод теории с результатами опытных измерений, можно видеть, что наши теоретические воззрения на то, что в металле есть свободные электроны, движение которых обусловливает и электропроводность, и теплопроводность металлов, в общем, соответствуют действительности.

Однако следует иметь в виду, что если общее основное представление, из которого мы исходим, и соответствует некоторым соотношениям действительности, как показывают выводы из развиваемой на его основании теории, то при более точном и детальном изучении явлений электропроводности (с точки зрения изложенной теории) возникают многочисленные трудности и расхождения с опытом; поэтому были сделаны многие поправки и дополнения теории, которые нельзя еще признать достаточными и законченными.

Основная причина этого неудовлетворительного состояния классической теории металлической проводимости лежит в том, что, как было уже упомянуто, принципиально неправильно наши механические воззрения применять к атомным и электронным процессам; для их изучения необходимо развитие *квантовой механики* и соответствующих представлений статистического характера. Понятие об этих новых воззрениях мы здесь не дали, а остановимся на одном из важнейших затруднений изложенной классической теории электропроводности металлов.

§ 44. Сверхпроводимость

В связи с изучением явлений при низких, «гелиевых» температурах (ниже 5°К) было уже упомянуто о явлении сверхпроводимости. Остановимся здесь более подробно на этом интересном явлении.

Давно установлено опытом, что понижение температуры вызывает уменьшение сопротивления металлов или увеличивает их проводимость. Так как теоретически казалось необходимым, чтобы по мере понижения температуры постепенно замирало электронное движение, то было высказано предположение, что должен существовать некоторый максимум проводимости (или минимум сопротивления), а при дальнейшем понижении температуры проводимость должна уменьшаться, стремясь к бесконечно малым значениям по мере приближения температуры к абсолютному нулю. Все эти теоретические соображения были опровергнуты опытными исследованиями.

Когда гелий был получен в жидком состоянии, Камерлинг-Оннес* (Лейден) приступил к изучению проводимости металлов при гелиевых температурах, т. е. при температурах ниже 5°К. Первые опыты (1911) были произведены с платиновой проволокой (0,1 *мм*); измерения сопротивления этой проволоки показали, что сопротивление ее падает до температуры 4,3°К, а затем остается постоянным:

T	$R_T : R_0$	T	$R_T : R_0$
0°С = 273,15°К	1	4,3°К жидкий гелий	0,0119
20,2°К жидкий водород	0,0171	2,3°К жидкий гелий	0,0119
14,2°К жидкий водород	0,0135	1,5°К жидкий гелий	0,0119

Это был неожиданный результат: минимума сопротивления не получилось.

Желая произвести исследование с особенно чистым металлом, Камерлинг-Оннес решил изучить ход изменения сопротивления ртути. Для этого он помещал в жидкий гелий зигзагообразный капилляр (сечение 0,005 *мм*) с ртутью (рис. 122); наполнение его требовало особого искусства, так как ртуть при отвердении могла разорваться и не образовать сплошной проволоки; удалось получить ртутное сопротивление в 172,7 *ом* при 0°С. К выведенным электродам A и B было приложено напряжение определенного значения и затем обычным путем измерялось сопротивление ртути при разных гелиевых температурах. Результаты этих измерений оказались неожиданными и привели к открытию нового явления — *сверхпроводимости*. По мере понижения температуры сопротивление ртути падает, как и у платины; примерно, при 4,3°К отношение сопротивления $R_{4,3}$ и $R_{273,09}$ еще имеет определенное значение:

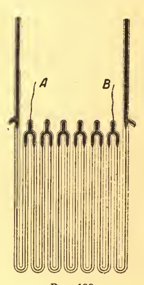


Рис. 122.

$$R_{4,3} : R_{273,09} = 0,0016.$$

Затем при $T = 4,2$°К сопротивление вдруг (скачком) падает, становится неизмеримо малым. Это состояние проводника Камерлинг — Оннес назвал *сверхпроводимостью*, а температуру, при

* Гейке Камерлинг-Оннес (1853—1926) — нидерландский физик, основатель физики низких температур. Лауреат Нобелевской премии 1913.

которой проводник становится сверхпроводником, *температурой скачка.*

Дальнейшие исследования показали, что сверхпроводимость не есть общее свойство металлов; медь, серебро, железо, калий, натрий, золото и другие не делаются сверхпроводниками, изменение их сопротивления следует тому же закону, который характеризует платину: при гелиевых температурах сопротивление становится постоянным. Свойство сверхпроводимости обнаружено у ртути, олова, свинца (и его изотопа RaG), таллия, индия, тория, алюминия, галлия, цинка, магния, циркония, кадмия и у многих сплавов; их температуры скачка имеют следующие значения:

Nb — 9,22°K,	Tl — 2,38°K,
Pb — 7,26°K,	Zn — 0,79°K,
Hg — 4,12°K,	Cd — 0,54°K,
Sn — 3,69°K,	Hf — 0,35°K.

Камерлинг-Оннес выяснил, что есть два способа вывести проводник из состояния сверхпроводимости.

1. Для всякого проводника, находящегося в состоянии сверхпроводимости и при данной температуре (например, для данной свинцовой проволоки при 1,7°K), есть вполне определенная сила тока, при которой вдруг появляется нагревание проводника и он перестает быть сверхпроводником (например, для указанной свинцовой проволоки при температуре 1,7°K этот *предельный ток* равен 790 *а* на 1 *мм*²).

2. Поместим сверхпроводник в магнитном поле; если будем увеличивать напряженность поля, то при вполне определенном его значении вдруг (скачком) увеличивается сопротивление проводника и он уже перестает быть сверхпроводником; напряженность, при которой происходит этот скачок, называется *предельной напряженностью*; так, для свинца при 7,2° K предельная напряженность 600 *э*, для олова при 2°K — 200 *э*; эти напряженности разрушают состояние сверхпроводимости.

Раз возникнув в сверхпроводнике, ток будет в нем циркулировать весьма долго. В 1914 г. Камерлинг-Оннес показал возможность существования такого странного явления — тока в замкнутой цепи, в которой нет электродвижущей силы. На латунный цилиндр (длина 1,1 *см*, площадь сечения 8 *см*²) наматывались 1000 витков тонкой свинцовой проволоки (сечение 0,004 *мм*²); сопротивление этой катушки при комнатной температуре $R = 734$ *ом*, самоиндукция $L = 10^{-2}$ *гн*; время релаксации $t = \frac{L}{R} \approx 7 \cdot 10^{-5}$ *сек.* Так устроенный замкнутый проводник в виде катушки C помещался в криостат A (рис. 123), т. е. в систему дьюаровских сосудов; во внутренний из них, где была катушка C, можно при помощи сифона B налить гелий из сжижающего аппарата. Катушка C в криостате (без гелия) располагалась между полюсами сильного электромагнита NS так, чтобы витки ее были перпендикулярны линиям

поля, примерно в 400 э. Затем в криостат переливался гелий, и катушка приходила в состояние сверхпроводника.

Быстрое исчезновение поля при выключении электромагнита обусловливало появление электродвижущей силы индукции и возникновение в замкнутой катушке индуктивного тока; его существование и значение отмечалось маленькой магнитной стрелкой M вне криостата. Опыт показал, что ток в сверхпроводнике после исчезновения электродвижущей силы идет без заметного ослабления несколько суток. Более точные измерения показали, что сила тока уменьшалась не больше чем на 1% в час, почему *время релаксации* надо считать не меньше четырех суток.

Отсюда можно определить остаточное сопротивление катушки в состоянии сверхпроводимости:

$$t = \frac{L}{R_0}; \quad R_0 = \frac{L}{t} = \frac{10^{-2}}{4 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ ом};$$

это значит, что сопротивление катушки в состоянии сверхпроводимости уменьшилось приблизительно в $2 \cdot 10^{10}$ раз по сравнению с $R = 734$ *ом*, которое имеет эта катушка при нормальных условиях.

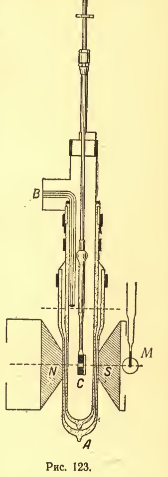


Рис. 123.

Многочисленные и разнообразные опыты самого Камерлинг-Оннеса и его сотрудников с несомненностью установили возможность длительных токов в сверхпроводниках без действия в них электродвижущей силы. Из предыдущего ясно, что время релаксации в этих проводниках столь возрастает потому, что R принимает в них исчезающе малые значения (как мы видели, стомиллионные доли ома), следовательно, ничтожны и затраты на джоулево тепло, т. е. ничтожно рассеяние энергии тока на внутреннее трение в проводнике. С точки зрения электронной теории эти выводы означают, что при состоянии сверхпроводимости или сильно возрастает число свободных электронов внутри кристаллической решетки металла, или уменьшается число их столкновений с атомами, иначе, *возрастает длина их свободного пробега*. Такие требования весьма сильно противоречат тому, что следовало бы ожидать при низких температурах, если оставаться на почве основных представлений теории проводимости металлов.

Это и многие другие затруднения электронной теории проводимости металлов заставляют признать эту теорию далеко незаконченной. Современная ее разработка, как было уже указано, возможна лишь в *квантовой механике*, которая вводит новые принципы в законы, регулирующие явления атомного и электронного характера. Пока отметим два положения, на которых строятся новые теоретические соображения об электронной теории металлов.

1. Основное представление о том, что в металле существуют свободные электроны и что движение их обусловливает явление тока, остается в силе и в новой теории; это представление не только естественно вытекает из всего развития электронной теории, начиная с учения о катодных лучах, но может считаться и экспериментально оправданным опытами Толмена и расчетами Друде и Лоренца, который ввел в теорию Друде распределение скоростей электронов по закону Максвелла.

2. *Квантовая механика*, на основании своих принципов, вводит новый метод расчета явлений в микроскопическом мире атомов и электронов и новую статистику для учета числа событий микроскопических, обусловливающих наблюдаемый макроскопический результат. Хотя построение этой новой теории еще не закончено, однако она уже дала хорошие результаты, значительно совершенствующие наше познание в этой области.

Глава VII

ТЕРМОЭЛЕКТРОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ

§ 45. Термоэлектронная эмиссия

Давно уже было известно, что накаленное тело ионизирует воздух. Эдисон*, работая над угольной лампой накаливания, произвел следующий опыт (1881). В баллон лампы (рис. 124) он ввел, кроме накаливаемого электрода K, еще металлический электрод (пластинку) A, вывел от него провод L и соединил его через гальванометр G с *положительным полюсом* батареи накала $\mathscr{E}$; он заметил, что при таком расположении гальванометр обнаруживает ток. Если же соединить провод L с отрицательным полюсом батареи, ток через гальванометр не возникает.

Это явление было подробно исследовано многими физиками. Установку Эдисона можно изменить: в баллон, в котором осуществлен наиболее совершенный вакуум, вводится накаливаемая проволока K и холодная пластинка A, соединенная через гальванометр G с положительным полюсом батареи накала $\mathscr{E}$ (рис. 125).

* Томас Альва Эдисон (1847—1931) — американский электротехник и изобретатель большого числа машин, приборов и установок.

Если замкнуть цепь батареи $\mathscr{E}$ через K, но при помощи реостата R не доводить проволоку K до накала, то гальванометр не покажет тока, цепь его разорвана между K и A. Но как только, выводя реостат R, накалим проволоку K, гальванометр покажет, что в цепи $AGKA$ идет ток.

Тщательное изучение этих и подобных явлений позволило установить вполне определенный взгляд на *термоэлектронную эмиссию* (тепловое испускание электронов).

Естественно предположить, что между накаленной проволокой K и положительным электродом A возникает *электронный ток*, что именно движение электронов к аноду замыкает цепь гальвано-

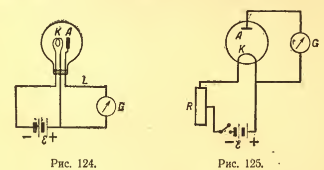


Рис. 124. Рис. 125.

метра. Дж. Дж. Томсон для полного выяснения вопроса определял по своему методу отношение заряда частиц, выделяемых раскаленным металлом в вакууме, к их массе и нашел, что и в этом случае, как для катодных лучей, отношение в среднем оценивается так:

$$\frac{e}{m} = 1{,}7 \cdot 10^8 \frac{к}{г}.$$

Отсюда следует вывод: накаленный металл испускает электроны, и в цепи анода идет электронный ток от K к A; условное направление тока, как всегда, считаем обратно, по направлению $AKGA$.

Особенно подробное исследование этих явлений было выполнено Ричардсоном * (1900—1913). Он дал теорию термоэлектронной эмиссии и установил формулы, определяющие зависимость электронного тока от температуры. Его теория многими учеными была дополнена и развита согласно новым физическим воззрениям, но основные идеи Ричардсона имеют значение и в настоящее время.

Если между A и K (рис. 125) создать поле, препятствующее движению электронов, испускаемых из накаленной проволоки K, то до A дойдут только те электроны, которые могут совершить

* Оуэн Уильямс Ричардсон (род. в 1879 г.)—английский физик.

работу eU против поля, т. е. такие электроны, начальная скорость которых v_0 удовлетворяет неравенству:

$$\frac{mv_0^2}{2} \geqslant eU, \qquad (45\text{-}1)$$

где U — напряжение между K и A.

Измеряя при данной температуре накала T электронный ток при помощи гальванометра G (миллиамперметра) и зная U, можем определить верхний предел v_0 и число электронов, испускаемых в 1 *сек* с данной скоростью. Результат этого исследования в высшей степени замечателен: *скорости электронов распределяются по закону Максвелла*, т. е. так же, как распределяются скорости молекул газа; большая часть электронов при данной температуре имеет скорости, близкие к наиболее вероятной скорости, и только немногие электроны имеют скорости, сильно отличающиеся от этой наиболее вероятной (т. I, стр. 247).

Это открытие позволило ввести представление о совокупности электронов как об явлении, аналогичном совокупности газовых молекул, подчиненных статистическим закономерностям микроскопического мира. Среди выводов из этих представлений особенно замечательно то обстоятельство, что Ричардсон, наблюдая скорости электронов при разных температурах накала, показал, что для средней кинетической энергии электронов в металле при данной температуре T можно установить соотношение, давно известное из кинетической теории газов:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT; \qquad (45\text{-}2)$$

из непосредственных наблюдений Ричардсона среднее значение k равно постоянной Больцмана, определенной по газовой постоянной и числу Авогадро:

$$k = \frac{R_0}{N} = \frac{8{,}317\cdot 10^7}{6{,}025\cdot 10^{23}} = 1{,}38\cdot 10^{-16}\,\frac{\textit{эрг}}{\textit{град}}.$$

Этот результат показывает, что введенное представление о движении электронов в металлах подтверждается действительностью. В развитие его можно допустить, что внутри металла электроны движутся между ионами кристаллической решетки по всем признакам хаотического движения; на поверхности металла происходит явление, весьма похожее на испарение: вырываются из металла такие электроны, скорости которых направлены наружу и имеют значение, удовлетворяющее неравенству:

$$\frac{mv^2}{2} > A, \qquad (45\text{-}3)$$

где A — работа выхода, затрачиваемая электроном на прохождение поверхностного слоя металла. Эта работа, аналогичная работе

молекул при парообразовании на преодоление сил поверхностного натяжения, совершается электроном на преодоление электростатических сил взаимодействий электрона и ионов поверхностного слоя металла. Как и при парообразовании, температура играет основную роль при «испарении» электронов; при высокой температуре скорости электронов достигают тех значений, при которых удовлетворяется наше неравенство, и мы замечаем испускание электронов нагретым телом.

Ричардсон установил *закон термоэлектронной эмиссии*, выразив плотность эмиссионного тока с 1 $см^2$ поверхности металла

$$j = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}}, \qquad (45\text{-}4)$$

где B — постоянная для данного металла; в этой формуле отражена зависимость эмиссии электронов от температуры T и от A — работы выхода.

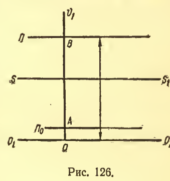


Рис. 126.

Физическое значение работы выхода может быть выяснено графически. Пусть SS_1 (рис. 126) — поверхность раздела металла и вакуума, $O_1 O_2$ — нулевой уровень отсчета, $П_0$ — *«уровень Ферми»** — максимальная энергия электронов в металле при абсолютном нуле, П — уровень энергии электронов вне металла, т. е. $П = OB$—высота потенциального барьера; следовательно, $OB - OA = П - П_0 = A$ выражает работу выхода электрона из металла. Практически можно считать $A = e\ U_k$, где U_k—контактная разность потенциалов (см. § 48).

Так как температура T входит в формуле Ричардсона в показатель степени, то плотность тока эмиссии j сильно возрастает при повышении температуры; так, для вольфрама, при $T = 1000°C$

$$j = 1{,}3 \cdot 10^{-15}\ а/см^2;\ \text{при}\ T = 3000°C\ j = 11\ а/см^2.$$

В таблице на стр. 172 приведены значения A и B для разных металлов. Здесь работа A выражена в электронвольтах. 1 электронвольт равен энергии, которую получит электрон, пролетев в вакууме поле напряжением 1 *в*;

$$1\ эв = 4{,}8 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{1}{300} = 1{,}6 \cdot 10^{-12}\ эрг = 1{,}6 \cdot 10^{-19} дж.$$

---

* Энрико Ферми (1901—1954) — итальянский физик, замечательный исследователь ядерных процессов. Лауреат Нобелевской премии 1938 г. за обнаружение существования новых радиоактивных элементов, возникших при облучении нейтронами, и развитие ядерных реакций.

Металлы	Ba	Ni	Cs	Pt	W
$B, \frac{a}{см^2 \cdot град^2}$	60	30	160	32	60—100
A, *эв*	2,11	4,84	1,89	5,29	4,50

Значения этих параметров сильно зависят от состояния поверхности металла.

При изучении термоэлектронной эмиссии основным материалом для излучателей электронов (*эмиттеров*) служил вольфрам, нити вольфрама; работа выхода A из этих нитей 4,52—4,78 *эв*. Оказалось, что примеси к вольфраму разных «присадок», например окиси тория, увеличивают прочность эмиттеров, но уменьшают работу выхода; так, работа выхода торированного вольфрама около 2,63 *эв*, а эмиссионная способность таких торированных катодов в несколько раз больше, чем чистого вольфрама. Также употребляются бариевые катоды.

В последнее время получили большое значение в технике *оксидные катоды*; на металлическую подкладку C (*«подложку»*, например, никель) наносится смесь окиси бария и стронция; работа выхода таких катодов 0,9 — 1,6 *эв*; они обладают высокими эмиссионными качествами.

Если не все электроны достигают пластины A (рис. 125) и электронный ток еще не достиг насыщения, то между K и A накопляются электроны (аналогия — пар над жидкостью), которые образуют там *«пространственный заряд»*, плотность которого ρ определяется числом электронов n в 1 $см^3$:

$$\rho = ne.$$

Термоэлектронная эмиссия играет очень важную роль при искровом разряде, при образовании дуги и плазмы во всех этих макроскопических явлениях во множестве элементарных процессов происходит интенсивная термоэмиссия электронов.

Итак, теория термоэлектронной эмиссии приводит к следующим положениям.

а) в металлах существуют электроны, которые можно считать свободными,

б) при увеличении температуры скорость движения электронов возрастает;

в) при вылете из металла электрон должен произвести некоторую работу выхода против сил поверхностного слоя.

Технические применения термоэлектронной эмиссии многочисленны и разнообразны. Важнейшее из них — электронная лампа — получила исключительное значение в развитии радиотехники.

§ 46. Электронная лампа — диод. Закон Богуславского—Ленгмюра

Электронная лампа с двумя электродами — диод — имеет следующую простейшую схему. В стеклянный баллон, из которого особенно тщательно удален воздух, впаяна накаливаемая тонкая вольфрамовая проволока K (рис. 127) и электрод A, введенный в цепь источника постоянного тока $\mathcal{E}$ с электродвижущей силой 60—100 *в* и соединенный с его анодом; батарея накала $\mathcal{E}_1$ имеет электродвижущую силу 4—6 *в*.

Если, не накаливая волосок K, т. е. не замыкая цепь батареи накала $\mathcal{E}_1$, дадим от источника $\mathcal{E}$ напряжение на анод A, создав в лампе электрическое поле, то цепь источника $\mathcal{E}$ остается разомкнутой в AK и гальванометр G не обнаружит никакого тока; но как только проволока K будет накалена, цепь $\mathcal{E}AK\mathcal{E}$ будет замкнута

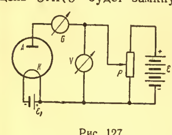


Рис. 127.

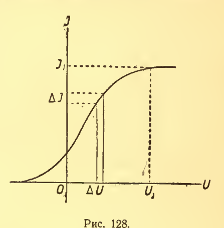


Рис. 128.

потоком электронов из K и гальванометр G обнаружит ток в несколько миллиампер. Отметим обстоятельства, характеризующие процесс в диоде.

1. Поток электронов из K не испускается во все стороны; под действием поля между K и A электроны устремляются к аноду A и, далее, в цепь источника $\mathcal{E}$.

2. При помощи потенциометра P увеличиваем потенциал анода A; сила электронного тока быстро возрастает; наблюдая показания гальванометра (миллиамперметра) G и вольтметра V, строим *вольт-амперную характеристику* (рис. 128) *диода* в виде круто поднимающейся над осью абсцисс кривой. Такие проводники, как диод, для которых график напряжение — ток (U, I), изображается кривой, называются *нелинейными*. Ясно, что для таких проводников неприложим закон Ома.

Ленгмюр, опираясь на представление о пространственном отрицательном заряде, который образуется между катодом и анодом, вывел формулу для тока в диоде (1913 г.):

$$I = \sigma U^{\frac{3}{2}}, \qquad (46\text{-}1)$$

где U — напряжение между анодом и катодом, а σ — постоянная, зависящая от x — расстояния от катода до анода

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{9\pi x^2}\sqrt{\frac{e}{m}}. \qquad (46\text{-}2)$$

Закон (46-1) носит название *«закон трех вторых»* и имеет большое значение в теории электронной лампы. Более точное решение задачи было дано в 1923 г. советским физиком Богуславским и независимо от него в том же году Ленгмюром *. Поэтому закон трех вторых носит название *закона Богуславского — Ленгмюра.*

Заметим, что и при $U = 0$ есть незначительный ток, так как «испарившиеся» электроны частично достигают анода, но этот ток становится заметным и применимым лишь при появлении поля между K и A. Тогда совместным действием изменения накала и изменения потенциала анода A мы получаем возможность управлять электронным потоком.

Пространственный отрицательный заряд около катода затрудняет движение электронов к аноду и его достигают лишь те электроны, начальная скорость которых v_0 больше той, которая определяется из уравнения:

$$\frac{mv^2_0}{2} = eU_m,$$

где U_m — минимум отрицательного потенциала, обусловленного пространственным зарядом. Повышая потенциал анода при данной температуре накала (например, 2000 —2500°С), достигаем максимального значения тока при некотором напряжении U_1 (рис. 128); это — *ток насыщения*; все электроны, вылетевшие из катода, статистически достигают катода, пространственный заряд при этом исчез.

Нарастание тока при повышении потенциала на аноде оценивается величиной S, называемой *крутизной характеристики*:

$$S = \frac{dI}{dU}; \qquad (46\text{-}3)$$

обратная величина R_i оценивает *внутреннее сопротивление* лампы:

$$\frac{1}{S} = R_i = \frac{dU}{dI}; \quad dU = R_i dI. \qquad (46\text{-}4)$$

---

* Ирвинг Ленгмюр (1881 — 1957) — американский физико-химик, Лауреат Нобелевской премии 1932 г. за достижения в области химии поверхностных явлений.

Эта аналогия с законом Ома допустима, поскольку бесконечно малый отрезок кривой, характеризующей нарастание тока I с изменением U, можно принять за отрезок прямой.

Из самого описания процесса в электронной лампе следует, что каждая такая лампа может быть *выпрямителем переменного тока*; будучи включена в цепь переменного тока * (рис. 129), она пропустит через себя ток только от анода A к катоду K (против направления электронного потока), диаграмма такого пульсирующего тока изображена на рисунке.

Для возможного сглаживания пульсаций в цепь с диодом последовательно включается катушка L с большой индуктивностью

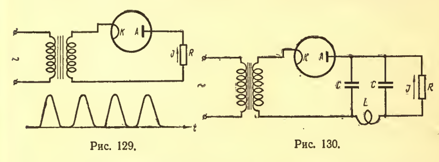


Рис. 129. Рис. 130.

(рис. 130), представляющая большое сопротивление переменной части тока, или с той же целью вводят параллельно нагрузке R конденсатор C.

Двухэлектродная лампа («диод»), употребляемая в качестве выпрямителя, называется *кенотроном*.

§ 47. Электронная лампа — триод

Для лучшего управления потоком электронов и, следовательно, анодным током в лампу между анодом A и накаливаемым катодом K введен третий электрод C — *сетка* (рис. 131). Из самого расположения сетки ясно, что положительный заряд на ней будет усиливать движение электронов и анодный ток, отрицательный заряд на сетке будет тормозить движение электронов и ослаблять анодный ток. Такая *трехэлектродная лампа носит название триод*.

Электроны, испускаемые из накаленного катода K, не все достигают анода вследствие того, что они имеют разные скорости и, кроме того, взаимодействуют друг с другом. Эти оставшиеся внутри лампы электроны являются причиной появления в лампе пространственного заряда с его полем, которое препятствует движе-

* На рис. 129 не дана полная цепь накала, а лишь катод K, как это принято в радиотехнике.

нию электронов от K к A, почему сила анодного тока слабеет и может даже совсем прекратиться.

Но если зарядить сетку положительно или, как говорят, наложить на нее положительный потенциал, то между K и C появляется поле, способствующее движению электронов от K к A; по мере

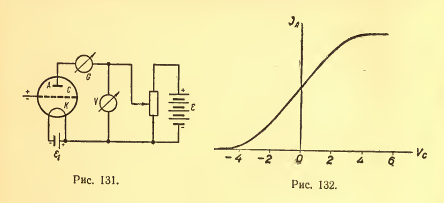


Рис. 131.

Рис. 132.

увеличения потенциала сетки V_c растет ток I_a (рис. 132); при достаточном потенциале сетки почти все электроны, испускаемые из K, будут достигать A, т. е. *анодный ток достигнет насыщения*. Так

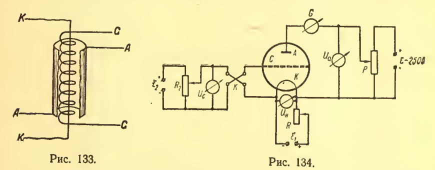


Рис. 133.

Рис. 134.

как сетка ближе к катоду, чем анод, то напряжение на ней сильнее действует на электронный ток, чем напряжение анода; поэтому *характеристическая кривая при действии сетки будет круче, чем без нее*; этим обстоятельством определится *усиливающее действие лампы*: небольшим изменениям потенциала сетки V_c соответствуют большие изменения тока I_a.

Расположение электродов в трехэлектродной лампе показано на рис. 133. Анодный электрод AA делается в виде металлического цилиндра, по его оси натянута нить накала KK, окруженная спиралью сетки C. Катодная нить обычно берется из вольфрама; для усиле-

ния эмиссии электронов нить покрывается торием или оксидами бария, кальция и т. п.

Параметры, установленные для диода — крутизна характеристики, внутреннее сопротивление — вполне применимы и к триоду Закон «трех вторых» для трехэлектродной лампы требует дополнения, именно — необходимо принять во внимание роль сетки.

Кроме разности потенциалов U_a, между анодом и катодом в триоде еще появляется U_c — разность потенциалов сетка — катод, которая должна сильно влиять на эмиссию электронов с катода: 1) сетка находится ближе к катоду, чем анод; 2) она экранирует пространство между катодом и сеткой от поля анода, которое как бы прерывается сеткой. В результате оказывается, что U_c влияет на эмиссию с катода, а значит, и на анодный ток I_a оказывает гораздо большее воздействие, чем U_a (пока ток не насыщен).

Поэтому для триода введено понятие о *действующем напряжении* U, в котором учтено значение потенциала сетки:

$$U = U_c + DU_a, \tag{47-1}$$

где величина $D < 1$ называется *проницаемостью триода*, подразумевая под этим названием то, что D оценивает степень участия анода в действующем напряжении, иначе D оценивает ту часть анодного напряжения, которая оказывает влияние на движение электронов. Можно считать D постоянным для данного триода. Обратная величина проницаемости $\mu = \frac{1}{D}$ называется *коэффициентом усиления*.

Таким образом закон «трех вторых» для триода выразит полный анодный ток в виде следующего соотношения:

$$I = \sigma (U_c + DU_a)^{\frac{3}{2}}. \tag{47-2}$$

Для цилиндрического анода длиной l, с радиусом r вычисление дает:

$$\sigma = 1{,}468 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r};$$

поэтому

$$I = 1{,}468 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r} \, (U_c + DU_a)^{\frac{3}{2}}. \tag{47-3}$$

Один из первых исследователей электронных ламп Баркгаузен * установил между параметрами триода соотношение:

$$SDR = 1. \tag{47-4}$$

---

* Генрих Георг Баркгаузен (1881—1956) — немецкий ученый в области электронной физики и электротехники. В 1949 г. ему присуждена Национальная премия Германской Демократической Республики.

При помощи установки (рис. 134) можно исследовать зависимость тока I_a от режима внутри лампы, изменяя напряжение $U_н$ (накала), U_a (анода), U_c (сетки) и представляя результаты графически.

1. При помощи коммутатора K сетку C выключим из ее цепи, т. е. установим $U_c = 0$. Взяв определенное напряжение на аноде, например, $U_a = 80$ *в*, изменяем при помощи реостата R температуру накала T и показания напряжения $U_н$; для каждого показания $U_н$ отмечаем ток I_a. Получив ряд соответственных значений $U_н$ и I_a, строим кривую, выражающую зависимость:

$$I_п = f(U_н).$$

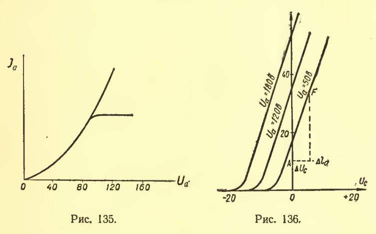


Рис. 135.

Рис. 136.

2. Напряжение накала установим постоянное, например $U_н = 4$ *в*; изменяем при помощи потенциометра P напряжение анода U_a и отмечаем соответствующие значения тока I_a; таким образом, строим кривую (рис. 135), выясняющую зависимость тока I_a от напряжения анода U_a

$$I_a = f(U_a).$$

3. Установив постоянные значения U_a и $U_н$, например, $U_a = 50$ *в*, $U_н = 4$ *в*, вводим сетку C при помощи коммутатора K в ее цепи и дадим на сетку небольшой отрицательный потенциал, отмечаем слабый ток I_a. Это значит, что некоторые электроны «проскакивают» через сетку, несмотря на ее отрицательный потенциал. Коммутатором изменяем знак потенциала сетки и при помощи потенциометра P_2 постепенно увеличиваем напряжение сетки U_c; соответственно его значениям отмечаем значения тока I_a. Строим вольт-амперную сеточную характеристику триода:

$$I_a = f(U_c) \quad \text{при} \quad U_a = \text{const}.$$

Такие вольт-амперные характеристики построим при иных напряжениях на аноде, например, $U_a = 120$ *в*, 180 *в*, ... (рис. 136). Кривые ясно обнаруживают *роль сетки в триоде, как в усилителе.*

Принимая участки этих кривых практически за отрезки прямых, можем графически определить параметры триода S, D, R.

Кроме собственно электронных ламп, где мы имеем поток электронов в наиболее совершенном вакууме, очень важную роль в последнее время играют *ионные лампы,* где электроны, излучаемые катодом, движутся в газовой среде, возбуждая в ней ионный ток.

Газотрон — это прибор, в котором термоэлектронная эмиссия происходит в парах ртути *. В баллоне газотрона (рис. 137) находится массивный накаливаемый катод K (оксидного типа), анод A, между ними пластинка Q, защищающая катод от положительных ионов; внизу находится ртуть.

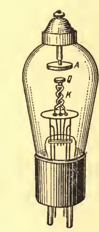


Рис. 137.

Когда катод и весь баллон достаточно нагрет, около катода образуется пространственный заряд; но как только включим ток анода, пространственный заряд исчезает, электроны устремляются к аноду и производят во всем объеме ионизацию паров ртути. Между анодом и катодом появляется *плазма,* в состав которой входят электроны и положительные ионы ртути. Вследствие разности масс число электронов, проходящих за 1 *сек* через любую поверхность внутри плазмы, в сотни раз больше, чем число ионов. Поэтому газотрон является *выпрямителем тока.*

Главное преимущество газотронов по сравнению с вакуумной электронной лампой в том, что при данном анодном потенциале ток в газотроне больше, чем в аноде вследствие того, что в нем принимают участие и электроны и ионы.

Большое значение в технике имеют *тиратроны* — ионные лампы, по устройству подобные трехэлектродным электронным лампам. В баллоне находится капля ртути, наполняющая его парами; иногда в баллон вводится ничтожное количество инертного газа (неон и т. п.), так что среда наполнена газом, отчасти ионизированным. Если на сетке достаточно большой отрицательный потенциал, то ток не возникает по причинам, уже разъясненным в процессе триода. Когда же на сетке появляется положительный потенциал, то при надлежащей в каждом отдельном случае комбинации напряжения анода U_a и сетки U_c ток скачком (рис. 138) достигает насыщения I_1 и уже больше не может быть изменен влиянием сетки, так как тиратрон «зажегся», и ток в нем поддерживается прохож-

* Иногда газотрон наполняют аргоном.

дением через него не только электронов, но и ионов разных знаков; в этой стадии процесса сетка экранирована от катода положительным пространственным зарядом и не влияет на эмиссию электронов с катода. Таким образом, тиратрон служит очень чувствительным реле для включения в цепь тока определенного значения; это автоматическое, мгновенное, безынерционное замыкание цепи очень важно во многих технических установках автоматики и телемеханики.

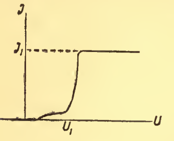


Рис. 138.

§ 48. Контактная разность потенциалов. Закон Вольты

Когда два разных металла соприкасаются, между ними возникает контактная разность потенциалов; она бывает внутренняя и внешняя. На рис. 139, *а* схематически изображены два куска разных металлов *AB* и *CD*. Число свободных электронов проводимости в единице объема — *концентрация электронов* n — у разных металлов различно. Вследствие этого происходит на поверхности соприкосновения *BC* диффузия электронов. Пусть $n_1 > n_2$. Тогда у конца *1* металла *B* возникнет положительный заряд, а у начала *2* металла *C* — отрицательный заряд. Возникнет разность потенциалов. Но она будет противодействовать дальнейшей диффузии и в тонком пограничном слое *BC* быстро установится внутренняя контактная разность потенциалов U_i. В классической электронной теории рассматривают электроны как частички газа, следующие Больцмановскому распределению в потенциальном поле (см. I том, § 80). Тогда

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{-\frac{eU_i}{kT}}, \tag{48-1}$$

где e — заряд электрона, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. Отсюда:

$$U_i = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}. \tag{48-2}$$

Величина U_i очень мала. При $T = 300°\kappa$ U_i имеет значения порядка $10^{-2} - 10^{-3}$ *в*. В современной квантовой теории металла для U_i получается иное выражение.

Если два куска разных металлов *1* и *2* не соприкасаются, то работы выхода электрона с поверхности каждого металла различны. Назовем эту работу для первого куска W_1, для второго W_2.

На диаграмме для потенциальной энергии электрон оказывается в потенциальной яме, более глубокой у первого металла. Между краями A и D металлов возникает *внешняя контактная разность потенциалов* U_a, причем eU_a равно разности работы выхода электронов с поверхности *1* и *2* кусков (рис. 139, *б*):

$$eU_a = W_2 - W_1.$$

Объединяя внешнюю и внутреннюю контактные разности потенциалов, получим:

$$U_a = V_2 - V_1 \pm U_i. \qquad (48\text{-}3)$$

Так как U_a значительно больше U_i, то можно полагать:

$$U_a = V_2 - V_1, \qquad (48\text{-}4)$$

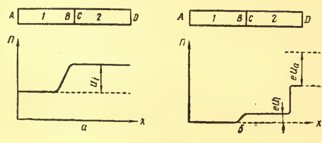


Рис. 139.

где V_2 и V_1 — контактные потенциалы двух металлов, измеряемые работой выхода электрона с поверхности металла в вакуум. Приведем величину контактной разности потенциалов в вольтах между разными металлами:

Металл	С платиной	С другим металлом	Металл	С платиной	С другим металлом
Алюминий	+1,2	Fe + 0,87	Магний	+ 1,05	—
Висмут	+0,35	—	Ртуть	—	Sb — 0,26
Кадмий	—	Hg — 0,22	Калий	+ 2,8	—
Медь	+0,13	—	Натрий	+ 2,4	—
Железо	—	Zn — 0,06	Олово	+ 0,62	—
Никель	—	Zn + 0,17	Цинк	+ 0,90	—

Если имеется замкнутая цепь из нескольких разных металлов, то внешняя контактная разность потенциалов отсутствует, а сумма внутренних контактных разностей потенциалов:

$$U_{12} + U_{23} + U_{34} + U_{41} = \frac{kT}{e}\left(\ln\frac{n_1}{n_2} + \ln\frac{n_2}{n_3} + \ln\frac{n_3}{n_4} + \ln\frac{n_4}{n_1}\right) = 0. \qquad (48\text{-}5)$$

Отсюда вытекает закон Вольты: *электродвижущая сила в замкнутой цепи, состоящей из одних только металлов, равна нулю.*

Как представить себе состояние поверхности металла, если она граничит с вакуумом или газом (например, воздухом)? Металл, конечно, остается нейтральным. Положительные ионы массивны и связаны силами взаимодействия, образуя кристаллическую решетку. Электроны и при сравнительно большой скорости все же недалеко отходят от поверхности металла, так как притягиваются назад остающимися положительными зарядами, и возвращаются обратно (рис. 140, *а*) На поверхности проводника возникает тонкий двойной слой, создающий *контактный потенциал.* Кроме притяжения положительных ионов, улетучивание электронов задерживается силой *«электрического изображения»* (рис. 140 *б*); отрицательный заряд над поверхностью наводит положительный заряд в металле так, как будто бы он находился в пункте зеркального изображения улетучившегося заряда. Только при достаточном повышении температуры кинетическая энергия электронов увеличивается настолько, что начинается термоэлектрическая эмиссия с поверхности металла. Возвращающая сила электрического изображения по закону Кулона равна (рис. 140, *б*) в рационализованной системе МКСА:

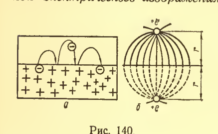


Рис. 140.

$$F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0(2r)^2}, \qquad (48\text{-}6)$$

где e измерено в кулонах, r — в метрах, F — в ньютонах.

Контактная разность потенциалов возникает не только при соприкосновении разных металлов. Вообще, при соприкосновении двух химически разных тел происходит перераспределение зарядов на их границе. Но в случае диэлектриков требуется более тесное соприкосновение, которое легче всего осуществляется посредством трения. В этом причина *электризации при трении* — самого раннего вида электризации, известного с глубокой древности.

§ 49. Термоэлектричество. Явления Пельтье и Томсона

Контактная разность потенциалов зависит от температур мест соприкосновения металлов. Если на спаях замкнутой цепи из двух разных металлов поддерживаются разные температуры, то контактная разность потенциалов на одном спае будет больше, чем на другом спае и в цепи создается электродвижущая сила, которую на-

зывают *термоэлектродвижущей силой* (термоэлектричество открыл Зеебек * в 1821 г.). Возбуждаемый ею в цепи ток называется *термотоком*. Термоэлектродвижущая сила у *термопары* висмут — сурьма $1 \cdot 10^{-4}$ *в · град*; константан — медь $0{,}42 \cdot 10^{-4}$; платина — платиновородиевый сплав $0{,}06 \cdot 10^{-4}$. В сверхпроводящем состоянии термоэлектродвижущая сила исчезает. Для измерения ее включают в цепь электрометр.

Чтобы измерение не повлекло ошибки, обе клеммы электрометра должны быть при одной и той же температуре.

Устройства такого рода носят название *термоэлементов*. Они получили важное применение для измерения температуры, так как,

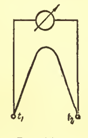



Рис. 141.

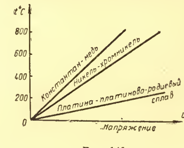


Рис. 142.

если известна температура одного спая t_1 термопары, то по отклонению стрелки прибора, измеряющего термоэлектродвижущую силу, можно определить температуру t_2 другого спая (рис. 141). Вследствие большой точности электрических измерений, можно добиться таким способом и значительно более точного измерения температур, чем термометром, с которым мы знакомились в разделе «Теплота». Кроме того, термопары из тонких проволок можно вводить в очень узкие отверстия, куда нельзя поместить шарик ртутного термометра. Термопары обладают и ничтожной теплоемкостью по сравнению с ртутными термометрами. Поэтому термоэлементы широко применяются для точного измерения температур как в физических исследованиях, так и в других науках, особенно в биологии.

В электроизмерительной технике термотоки могут оказаться источником ошибок, особенно при измерениях низких напряжений и слабых токов. В самом деле, в большой цепи тока, содержащей разные металлы, могут легко оказаться разности температур, создающие термоэлектродвижущую силу. В этом случае ошибку можно исключить, если произвести два измерения тока в противоположных направлениях и получить средний результат.

* Томас Иоганн Зеебек (1770—1831) — немецкий физик, работы по магнетизму, электролизу, оптике.

Напряжение термоэлемента в действительности возрастает не всегда строго пропорционально разности температур. Между 0 и 100°C оно не таково, как между 50 и 150°C. На рис. 142 изображена зависимость термоэлектродвижущей силы от температуры для нескольких термопар; наиболее прямолинейна пара с константаном.

Через 12 лет после открытия термоэлектричества З е е б е к о м французский часовщик П е л ь т ь е * в 1834 г. открыл обратное явление возникновение разности температур на спаях двух кусков разных металлов, по которым пропущен ток. Это нетрудно понять. Если ток направлен так, что при переходе из первого металла во второй электроны совершают работу, второй металл имеет по срав-

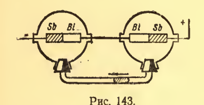


Рис. 143.

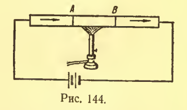


Рис. 144.

нению с первым более высокий отрицательный контактный потенциал; вследствие этого электроны замедляются; в обратном направлении они ускоряются. Но с замедлением электронов связана убыль термической энергии, обусловленной кинетической энергией частиц; с ускорением электронов связано увеличение термической энергии. В первом случае, например, при переходе электронов от сурьмы (Sb) в висмут (Bi) наступает охлаждение; при обратном направлении тока — нагревание спая. Так как движение электронов противоположно принятому направлению тока от « + » к « — », то спаи между сурьмой и висмутом нагреваются, когда ток идет в направлении сурьма—висмут, и охлаждаются, когда ток направлен в обратную сторону. На рис. 143 показан *двойной воздушный термометр* для демонстрации явления П е л ь т ь е. Если ток идет справа налево, то запирающая капелька ртути в трубке термометра, внизу перемещается тоже справа налево, показывая тем самым, что правый спай нагревается, а левый охлаждается.

Сам П е л ь т ь е не смог правильно объяснить наблюдавшееся им явление. Это выполнил петербургский академик Л е н ц прямым опытом в 1838 г. Он поместил на стыке стержней из сурьмы и висмута каплю воды. При прохождении тока в одну сторону капля замерзла, в другую сторону — таяла.

Для возникновения термоэлектрического напряжения не всегда требуется наличие двух металлов. У. Т о м с о н (Кельвин) теоре-

* Ж а н Ш а р л ь А т а н а з П е л ь т ь е (1785—1845) — французский физик и метеоролог.

тически предсказал в 1856 г. и экспериментально доказал эффект, названный его именем (*явление Томсона*).

Если нагревать участок одного и того же проводника AB (рис. 144), то между нагретой и холодной частью проводника возникнет разность потенциалов, причем нагретый участок имеет потенциал более высокий. Если по проводнику пустить ток, то на участке перепадов потенциала будет выделяться или поглощаться теплота. Это происходит вследствие возрастания кинетической энергии электронов с возрастанием температуры. Поэтому давление электронного газа в нагретой части возрастет и часть электронов перейдет в более холодную часть, которая и заряжается отрицательно, а нагретая станет заряженной положительно. Возникает разность потенциалов, уравновешивающая дальнейший процесс. Но если пустить ток от нагретого места к холодному, то ток совершит работу и произойдет нагревание. Впрочем, эффект Томсона очень слаб, так как кинетическая энергия электронов очень мало зависит от температуры.

Общая термоэлектродвижущая сила в цепи с двумя спаями, из которых один подогревается, слагается не из двух, а из четырех разностей Пельтье и двух разностей Томсона. Таким образом, явление Томсона всегда сопровождает термоэлектрический ток. Уже в XX в. было открыто внутреннее явление Пельтье в анизотропных кристаллах, получившее название эффекта Бриджмена*.

§ 50. Теория термоэлектрических явлений и их применения

Обозначим термоэлектродвижущую силу в явлении Зеебека, приходящуюся на разность температур в 1°C, буквой α; количество теплоты на границе двух разных проводников при прохождении через эту цепь тока I выражается формулой:

$$Q = \Pi I, \tag{50-1}$$

где Π — коэффициент Пельтье. Оказывается:

$$\Pi = \alpha T \text{ и } Q = \alpha T I. \tag{50-2}$$

Если в однородном проводнике существует градиент температуры $\frac{\partial T}{\partial x}$, количество теплоты, выделяемое или поглощаемое в явлении Томсона, равно q, то оказалось, что:

$$q = \tau I \frac{\partial T}{\partial x}, \tag{50-3}$$

где τ — коэффициент Томсона.

---

* Перси Бриджмен (1882—1961) — американский физик, Лауреат Нобелевской премии 1946 г. за исследование свойств вещества при высоких давлениях до нескольких сот тысяч атмосфер.

Из определения α следует, что элемент термоэлектродвижущей силы в явлении Зеебека равен:

$$d\mathscr{E} = \alpha_{12}\, dT, \tag{50-4}$$

где индексы 12 относятся к переходу из первого проводника во второй. Соответственно, в явлении Пельтье:

$$dQ = \Pi_{12}\, dI. \tag{50-5}$$

Для явления Томсона:

$$dq = \tau\, dI\, \frac{\partial T}{\partial x}\, dx. \tag{50-6}$$

Электрическая мощность, расходуемая в цепи, равна

$$\alpha\, dT\, dI.$$

I начало термодинамики в цепи дает:

$$\frac{\partial \Pi_{12}}{\partial T}\, dT dI + (\tau_1 - \tau_2)\, dT dI = \alpha_{12}\, dT dI,$$

или

$$\frac{\partial \Pi_{12}}{\partial T} + (\tau_1 - \tau_2) = \alpha_{12}. \tag{50-7}$$

Здесь τ_1 относится к одному проводнику, τ_2 — к другому.

II начало термодинамики приводит к уравнению, подобному тому, которое дано в термодинамике (I том, стр. 431) относительно связи скрытой теплоты с теплоемкостями:

$$\frac{d\Pi}{dT} - \frac{\Pi}{T} = \tau_1 - \tau_2. \tag{50-8}$$

Вместе с уравнением I начала оно дает:

$$\alpha = \frac{\Pi}{T}. \tag{50-9}$$

Теория электронного газа, подчиненного Больцмановской статистике, дала значительные расхождения с результатами эксперимента. Зоммерфельд* применил к электронам в металле квантовую статистику Ферми—Дирака (см. I том, стр. 427 — 428). Советские физики Самойлович и Серова показали, что к диффузии электронов в некоторых металлах присоединяется увлечение носителей тока тепловыми волнами или *фононами*. С повышением концентрации свободных электронов система постепенно переходит в *состояние вырождения*, когда применение предельного случая Больцмановской статистики вместо статистики Ферми — Дирака, которой подчинены электроны в проводнике, становится недопустимым.

---

* Арнольд Зоммерфельд (1868—1951) — немецкий физик. Исследования по теории атома, квантовой механике и др.

Помимо применения термопар для точных измерений температуры, явления термоэлектричества получают в возрастающей степени разнообразные формы использования.

На рис. 145 изображен *термоэлектрогенератор* ТГК-3, сконструированный в СССР под руководством академика А. Ф. Иоффе. Источником энергии в нем служат горячие газы, выходящие из стекла керосиновой лампы внутри вертикальной трубки, помещенной над стеклом; они подогревают внутренние спаи термоэлементов, расположенных по радиусам трубки. Наружные спаи охлаждаются воздухом; для усиления охлаждения эти спаи соединены с металлическими пластинами радиатора. Разность температур в 240—290°С создает термоток для накала ламп приемника, а также на-

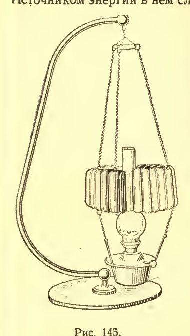


Рис. 145.

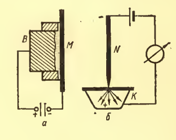


Рис. 146.

пряжение 100 *в*, необходимое для анодной цепи. Такие термоэлектрогенераторы уже приносят пользу в местах, где нет других источников тока.

Явление Пельтье может быть использовано и для устройства нагревателей и холодильников. Теоретический расчет (см. I том, стр. 445—446) показывает, что для того, чтобы в теплое помещение при температуре 27°С передать 100 *кал* теплоты, можно было бы использовать 90 *кал*, взятых от холодной среды и добавить всего 10 *кал* за счет электроэнергии.

Приведем примеры весьма распространенных применений контактных явлений. На свойствах меняющегося контакта основано действие угольного микрофона (рис. 146, *а*) используемого в телефонной связи. Он состоит из коробки *B* с угольными зернами, которая снаружи закрыта угольной мембраной *M* 0,5 *мм* толщиной. Собственные колебания мембраны с частотой около 800 *гц* сильно затухают, так как угольные зерна тесно к ней прилегают. Когда

мембраиа выиужденио колеблется под действием падающих иа иее звуковых волн, сопротивление массы зерен меняется с давлением мембраны на прилегающие зерна и между зернами. Колебания сопротивления достигают отношения 1 : 2. При местной батарее применяют микрофоны от 10 до 50 *ом*, а в центральной сети до 500 *ом*. Колебания сопротивления вызваны изменением контактов между угольными зернами при колебаниях давления мембраны на зерна.

Переходим к *детекторному действию* (рис. 146, *б*). Стальная или бронзовая игла N упирается с легким давлением в кристалл K, например, свинцового блеска (PbS), пирита (FeS_2) или карборунда (SiC). Тогда пункт соприкосновения их легче проводит ток по направлению от кристалла к игле, чем в обратном направлении. Слабые токи будут в одну сторону мало ослабляться в то время, как в обратную сторону подавляются. Такое устройство называется *детектором*. Он служит в качестве *выпрямителя* при слабом переменном токе. Действие его объясняется тем, что электроны легче переходят из металла в кристалл, чем в обратиом направлении.

Глава VIII

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ГАЗОВ

Открытие электрона и выделение его как частицы с элементарным зарядом e разрешило вопрос о природе электрического заряда, которому было посвящено столько гипотез, и позволило при пересмотре давно известных явлений объяснить их с электронной точки зрения; при этом мы опираемся на представление о существоваиии свободных электронов и на их легкую подвижность вследствие ничтожной массы и огромного удельного заряда $\frac{e}{m}$.

Так, затрачивая механическую энергию при натирании стекла кожей, мы снимаем с него часть электронов, почему стекло оказывается положительно заряженным, а кожа — получает отрицательный заряд. Также при влиянии, приближая к проводнику S положительно заряженное тело A (рис. 53), нарушаем равномерное распределение положительных и отрицательных зарядов на проводнике: электроны приближаются к телу A, перемещаясь по проводнику S к его концу B; дальнейшее их движение останавливает изолятор — воздух; поэтому на этом конце обнаруживается избыток электронов, т. е. отрицательный заряд, а на удаленном от A конце C — недостаток электронов, т. е. избыток положительного электричества; появляется тело с двумя полюсами — *диполь*.

Так же можно разобрать и другие явления электризации.

Эти качественные представления можно расширить и обобщить. Электроны и ионы в газах, попадая в электрическое поле, получают запас кинетической энергии по уравнению:

$$q\Delta V = \frac{mv^2}{2}.$$

Этот запас кинетической энергии, оцениваемый разностью потенциалов $\Delta V = U$, которую ион или электрон прошел в поле, может оказаться достаточным, чтобы выбить электрон из встречной молекулы (или атома); тогда происходит ионизация, появляется электрон и положительный ион того нейтрального атома (или молекулы), из которого удален электрон.

Если говорить о газе, то внешние средства ионизации различны — высокие потенциалы в поле, накал, рентгеновские лучи, лучи радиоактивных веществ (α-, β- и γ-лучи), наконец, действие света; результат же один — из нейтральной молекулы вырывается электрон.

Таким образом, общее представление об ионизации приобретает более определенные черты: находящиеся в газе электроны, ионы под действием поля $E = \frac{U}{\Delta l}$ получают запас кинетической энергии $\frac{mv^2}{2}$; при встрече с нейтральной молекулой из нее выбивается электрон и, таким образом, появляются свободный электрон и ион; происходит *процесс ионизации.*

Начиная с Таунсенда (1900) много исследований было посвящено изучению ионизации газа. Милликен (1911) при помощи описанных уже наблюдений ионизации весьма точно доказал, что при всех условиях акт ионизации заключается в вырывании или захвате одного или нескольких электронов.

«Кто видел эти опыты — а сотни исследователей их наблюдали, — тот в буквальном смысле этого слова видел электрон», говорит Милликен *, ибо при изменении скорости капель он измерял или наименьший электрический заряд, или количества электричества, кратные этого наименьшего заряда.

Для того чтобы ионизирующий электрон (или ион) мог выбить электрон из атома или молекулы, он должен обладать в каждом отдельном случае определенным запасом кинетической энергии, которая обусловила бы возможность надлежащей работы W_i, так называемой работой ионизации:

$$W_i = e(V_i - V_\infty),$$

где V_∞ — потенциал поля в бесконечности, V_i — потенциал поля внутри атома, из которого выбрасывается электрон; если значение V_i таково, что работа $W_i = eV_i$ достаточна для удаления электрона из данного атома, т. е. для ионизации атома, то V_i называется *ионизационным потенциалом.*

* Нобелевская речь 1925 г.

Это характерная величина для каждого атома или молекулы; так, например, V_i имеет значение для H — 13,54 *в*, Na — 5,21 *в*, Hg — 10,39 *в* и т. д.

Функция зависимости скорости электрона и его кинетической энергии от проходимой им разности потенциалов U определится из уравнения энергии при движении электрона:

$$\frac{mv^2}{2} = eU;$$

отсюда:

$$v = \sqrt{2\frac{e}{m}U}.$$

Так как $\frac{e}{m}$ для электрона есть постоянное число:

$$\frac{e}{m} = (5{,}27305 \pm 0{,}00007) \cdot 10^{17} \text{ СГСЭ},$$

то скорость, а значит, и кинетическая энергия электрона, будет зависеть только от налагаемой разности потенциалов U:

$$v = 5{,}93 \cdot 10^7 \sqrt{U} \quad (\textit{см/сек}).$$

Из этой формулы следует, что скорость электрона можно условно выражать в вольтах; так, например:

$v = 5{,}93 \cdot 10^7$	*см/сек*	1 *в*;
$v = 1{,}87 \cdot 10^8$	*см/сек*	10 *в*;
$v = 5{,}93 \cdot 10^8$	*см/сек*	100 *в*;
$v = 1{,}18 \cdot 10^9$	*см/сек*	400 *в*;
$v = 1{,}87 \cdot 10^9$	*см/сек*	1 000 *в*;
$v = 5{,}93 \cdot 10^9$	*см/сек*	10 000 *в*;
$v = 1{,}87 \cdot 10^{10}$	*см/сек*	100 000 *в*;
$v = 2 \cdot 10^{10}$	*см/сек*	114 000 *в*;

Итак, энергия электрона (или иона), обусловливающая ионизацию, зависит от скорости, приобретенной им в поле; скорость, в свою очередь, зависит прежде всего от разности потенциалов, которая вызывает движение электрона по определенному направлению. Но еще надо иметь в виду, что при данной напряженности поля E разность потенциалов, а значит, скорость электрона и его энергия зависят от его свободного пробега, того «разгона», который он имеет в данном поле ($\Delta V = U = E\Delta l$). Это положение устанавливает, что при данной напряженности поля явления ионизации будут протекать различно в газе при нормальном давлении, в котором средний свободный путь электрона короток, и в газе разреженном, где средний свободный путь (λ) велик, так как незначительно число встречающихся молекул (или атомов).

В связи со сказанным, естественно ввести новую единицу энергии: именно будем называть *1 электронвольтом* ту энергию, *которую накапливает электрон, проходя в поле разность потенциалов* 1 *в*:

$$1\ \textit{эв} = e \cdot 1\ \textit{в} = 4{,}803 \cdot 10^{-10} \cdot 3^{-1} \cdot 10^{-2}\ \textit{эрг}.$$

Итак,

$$1\ эв = 1{,}60207 \cdot 10^{-19}\ дж; \quad 1\ кэв = 10^3\ эв; \quad 1\ Мэв = 10^6\ эв.$$

Обратно:

$$1\ эрг = 0{,}625 \cdot 10^{12}\ эв.$$

Этой единицей постоянно пользуются при измерении энергии атомных процессов.

Движение электрических зарядов в рассматриваемых процессах происходит или в виде *ионного тока* (например, при электролизе перемещаются заряженные атомы или молекулы), или в виде *электронного тока* (например, катодные лучи — поток электронов).

Когда в процессе опытного исследования надлежит выяснить, с каким током мы имеем дело — с электронным или ионным, то критерием для различения этих видов тока служит значение отношения $\frac{e}{m}$.

1. Для электронного тока это отношение независимо от внешних обстоятельств, при которых возникает ток (вещество электродов, среда — различные газы), во всех случаях постоянно.

2. Для ионного тока это отношение имеет разные значения, в зависимости от m — массы переносимого иона. Так, например:

а) $H(m_H = 1{,}673 \cdot 10^{-24} г)$, $\frac{e}{m} = 9{,}56 \cdot 10^4\ к/г$;

б) $Na\,(A_{Na} = 23)$, $\frac{e}{m_{Na}} = 0{,}415 \cdot 10^4\ к/г$;

в) $Hg\,(A_{Hg} = 200)$, $\frac{e}{m_{Hg}} = 0{,}478\ к/г$.

Более глубокое изучение и понимание того, что происходит с отдельным атомом (или отдельной молекулой) в процессе ионизации, невозможно без знания теории квантов и без представления о строении атома; поэтому здесь пока рассмотрим лишь общие, суммарные явления ионизации на основе электронной теории.

В § 46 и 47 был рассмотрен электрический ток в вакуумном пространстве электронной лампы. В связи с этим был введен закон Богуславского — Ленгмюра и раскрыта роль объемного заряда.

§ 51. Ионизация газов

Выделение электрона, открытие рентгеновских лучей, изучение радиоактивности и других явлений, лежащих в основании развития физики XX в., оказались возможными только после того, как была исследована природа электрического тока в газах.

В обычных условиях газы и, в частности, воздух представляются нам изоляторами. Правда, более тщательные наблюдения обнаруживают, что воздух всегда слабо проводит электричество; однако в первом приближении атмосферный воздух есть диэлектрик и его изолирующими свойствами широко пользуется электротехника, постоянно употребляя воздушную проводку без изоляции (провода телеграфа, трамвайной сети и т. д.); два конца провода при разных потенциалах, между которыми находится слой воздуха, совершенно подобны таким же двум концам, опущенным в диэлектрик, например, в дистиллированную воду.

Однако есть много способов сделать газ проводником как при обычных его состояниях, так и особенно при состояниях сильного разрежения.

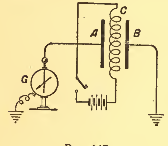


Рис. 147.

Пусть имеем плоский конденсатор AB (рис. 147) с воздушной прослойкой между его пластинками; при помощи эбонитовой палочки зарядим его, и электроскоп G покажет, что пластины, находясь в воздухе, сохраняют заряды.

Но как только накалим докрасна спираль C, конденсатор разряжается, что увидим по электроскопу G. Итак, присутствие накаленного тела делает воздух проводящим, или, как мы говорили о растворах, ионизирует воздух. Дальнейшие исследования укрепили представление, что проводимость газов обусловлена появлением и движением в них ионов.

То же явление наблюдаем, если вместо спирали C просто поставим пламя — горелку или свечу; его присутствие немедленно ионизирует воздух. Заметим, что после прекращения действия ионизаторов (раскаленной спиральки или пламени) быстро исчезает ионизация воздуха и восстанавливаются его изолирующие свойства; образовавшиеся ионы быстро *рекомбинируются* в нейтральные молекулы.

Другой способ ионизации газов, в частности, воздуха, — это высокая разность потенциалов. Известно, что если диск и острие соединить с зажимами трансформатора, например, с полюсами вторичной обмотки индуктора Румкорфа, то при определенной разности потенциалов при данном расстоянии между полюсами образуется искра, т. е. возникает ток, движение зарядов в воздухе; воздух ионизирован.

К числу агентов, ионизирующих воздух, относятся радиоактивные вещества. Присутствие всякого рода радиоактивного вещества ионизирует газ и он становится проводником.

Если в комнате, где находятся заряженные тела (например, латунный шар, цинковый диск), начинает действовать рентгеновская

трубка, то все эти тела очень быстро теряют заряды; воздух сильно ионизируется лучами Р е н т г е н а. Можно сказать, что в комнате, где существуют рентгеновские лучи, нельзя зарядить проводник, так как воздух вокруг него потерял диэлектрические свойства.

Для более подробного изучения ионизации воздуха рентгеновскими лучами обращаемся к следующей установке. Над отверстием O свинцового ящика, в котором находится рентгеновская трубка R (рис. 148), расположена тонкостенная латунная трубка A;

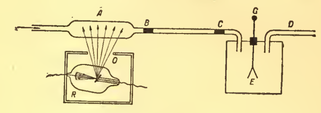


Рис. 148.

через нее можно при помощи насоса, присоединенного в D, «просасывать» воздух сквозь стеклянную трубку BC и камеру E; в ней на изоляторе помещен электроскоп G. Зарядим электроскоп и приведем в действие насос; воздух просасывается по направлению $ABCD$, заряд на электроскопе удерживается. Но как только приведем в действие рентгеновскую трубку R, заряд электроскопа быстро исчезает: попадающий в камеру E воздух ионизирован рентгеновскими лучами. После прекращения действия рентгеновской трубки ионизация воздуха сохраняется лишь короткое время. Затем воздух вновь становится диэлектриком и заряд электроскопа сохраняется; произошла *рекомбинация ионов*.

Если вместо соединения B поставить трубку с ватой, или промывалку с водой, или латунную тонкую трубку, отведенную к земле, или всю трубку BC поместить в электрическое поле (например, между пластинками конденсаторов), то во всех этих случаях и при действии рентгеновской трубки заряд электроскопа сохраняется, следовательно, ионизированный воздух теряет свою ионизацию при прохождении через воду, вату, электрическое поле и т. д., он становится вновь непроводником. Создается представление, что ионизированный воздух содержит в себе нечто такое, что может быть из него изъято указанными способами.

Таковы основные явления, при которых наблюдается ионизация газов; существуют и иные средства, вызывающие ионизацию газов.

В рассмотренных случаях ионизация газов возникает в зависимости от внешних агентов (ионизаторов) — раскаленное тело, рентгеновские лучи и т. д. Такие токи или разряды, возникающие в

газах под действием внешних ионизаторов, называются *«несамостоятельными»*.

Схему наблюдения этих явлений в газе представим так. Разрядная трубка L (рис. 149) может быть наполнена газом при любом давлении или эвакуирована.

Положим сначала, что в трубке нормальное давление; газ в ней подвергаем действию ионизатора (например, рентгеновских лучей) и к электродам ее прилагаем разность потенциалов от генератора $\mathcal{E}$, которую можем изменять, передвигая контакт D потенциометра PP_1. Отмечая для каждой разности потенциалов силу ионизационного тока I, измеряемую гальванометром (миллиамперметром) G, построим *вольт-амперную характеристику* явления (рис. 150). Из этой диаграммы видно, что:

1) При небольшом U сила тока I слаба и растет пропорционально U (закон Ома), что видим на прямолинейном участке кривой.

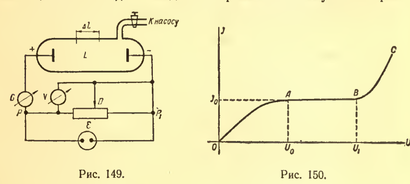


Рис. 149. Рис. 150.

2) При некотором значении тока I_0 дальнейший прирост тока прекращается, ток остается постоянным, хотя увеличивается U. Этому соответствует *равновесие между ионизацией и рекомбинацией*; сколько ионов и электронов в 1 *сек* образуется вновь, столько же исчезает; ионизационный ток остается постоянным и плотность его выражается так:

$$j = qn(u + v), \tag{51-1}$$

где j — плотность тока, q — заряд иона, n — число ионов, проходящих через 1 *см*² поперечного сечения за 1 *сек*, u и v — скорости положительных и отрицательных ионов, движущихся в противоположных направлениях.

3) При дальнейшем возрастании напряжения U наступает момент, когда ток начинает быстро расти (BC, рис. 150). Это значит, что в газе появляется огромное число новых ионов и электронов; каждый из них, сталкиваясь с нейтральными молекулами, при столкновении ударом порождает вторичные электроны, которые благодаря своей большой скорости не рекомбинируются, а выбивают

новые электроны и т. д. Процесс подобен *лавине*, так как число ионов и электронов неизменно растет.

4) Наконец, при высоком напряжении, определенном для всякого газа, наступает *пробой* междуэлектродного пространства (искра или *тлеющий* разряд); разряд и ток обращается в *самостоятельный*, его процесс не зависит от внешних ионизаторов; движущиеся в газе электроны и ионы сами, за счет своей кинетической энергии, способны поддерживать дальнейшее образование новых ионов и электронов, которые, в свою очередь, продолжают процесс ионизации, придавая ему характер *лавины*. Теория этих явлений впервые была дана английским ученым Таунсендом (1901); он утверждает, что ионизация газов заключается в таком распадении нейтральной молекулы на части, при котором выделяется электрон и положительно заряженный остаток (положительный ион), несущий заряд, равный заряду электрона. Он же ввел представление о лавинном процессе ионизации. *Коэффициент объемной ионизации* α определяется числом новых свободных электронов, создаваемых путем ионизации частиц газа соударениями с ними свободного электрона при его продвижении под действием поля на 1 *см* в направлении от катода к аноду. Увеличение числа n электронов в лавине, состоявшей при выходе из катода из n_0 электронов, выражается формулой:

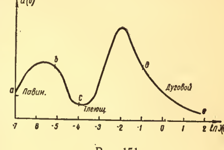


Рис. 151.

$$n = n_0 e^{\alpha x}, \tag{51-2}$$

где x — расстояние от катода. Другой коэффициент лавинной теории γ определяется числом электронов, выходящих из катода, приходящихся на один положительный ион, попадающий на катод. При ионизации газа внешним ионизатором происходит «тихий разряд».

В точке B (рис. 150) тихий разряд переходит в лавинный разряд (BC). Разность потенциалов U_0 между анодом и катодом, при которой возникает самостоятельный разряд, называют *напряжением или потенциалом зажигания* (точка B на рис. 150).

На рис. 151 изображена вольт-амперная характеристика лавинного ab, тлеющего bcd и *дугового де* разряда.

При давлениях газа до нескольких десятков миллиметров ртутного столба разряд после лавинного пробоя принимает форму *тлеющего разряда* с характерным чередованием светлых и темных областей. Пробег лавины заканчивается вначале тлеющего свечения. *Лавинным разрядом* является такая светящаяся область *коронного* разряда, возникающего при малом радиусе кривизны (острие) хотя

бы одного из электродов. Коронный разряд отличается очень малой силой тока и представляет собою незавершенный пробой газа. В коронирующем слое при подходе к напряжению искрового перекрытия короны появляются отдельные более ярко светящиеся каналы, и *разряд переходит в искровой.*

§ 52. Ток в разреженных газах

Для развития самостоятельного ионизационного тока в газе при пониженном давлении не требуется внешних ионизаторов; необходимо лишь наличие разности потенциалов, приложенных в цепи, часть которой составляет газ.

Газ заключен в трубку (рис. 152), в которой может быть образовано электрическое поле при помощи наложения большой разности

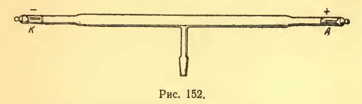


Рис. 152.

потенциалов на электродах A и K, впаянных в этой трубке; при надлежащей разности потенциалов возникает движение ионов газа в сильном электрическом поле между A и K. Быстрые электроны и ионы в свою очередь ударами при столкновении с нейтральными молекулами и атомами ионизируют их. Новые ионы также распространяют этот процесс ионизации газа дальше и дальше.

Так возникает *самостоятельный разряд* в газе, который мы наблюдаем в виде ряда изменяющихся явлений, зависящих от давления газа, и при давлении, измеряемом десятками миллиметров ртутного столба, носящем характер «*тлеющего*» разряда.

Картину разрядов в газах при постепенно понижающемся давлении можно наблюдать в заранее приготовленных трубках, давление газа в которых изменяется примерно от 40 до 0,01 *мм рт. ст.*; соединяя электроды каждой трубки с источником высокого потенциала (индуктор Р у м к о р ф а, электростатическая машина), видим, как изменяется картина разряда с изменением давления (рис. 153). Более поучительно наблюдение в одной трубке (рис. 153), из которой вакуумным насосом постепенно выкачивается воздух.

Соединим отвод стеклянной трубки, в которую впаяны электроды, с насосом (рис. 152); электроды этой трубки соединены с полюсами трансформатора. Если, не приводя в действие насос, замкнем рубильник трансформатора, то высокая разность потенциалов (десятки и сотни тысяч вольт) между A и K обусловит огромную силу поля (например, $E = 30\,000$ *в/см*) и сильную ионизацию воздуха

между A и K: в нем возникает разряд, который мы замечаем в виде *искры* — тонкой прерывистой или сплошной, в зависимости от приложенной разности потенциалов в A и K и давления в газе.

Приведем в действие насос; очень скоро после этого искра в промежутке AK исчезает и возникает разряд в трубке, который мы наблюдаем по поразительным, меняющимся по мере давления в трубке, картинам. Несмотря на то, что расстояние AK меньше расстояния между электродами трубки, ионный ток при данной разности потенциалов на A и K избирает более длинный путь, но в области низкого давления там, где меньше молекул и меньше трение. Наблюдаем ряд следующих явлений при разных стадиях разрежения газа в трубке (рис. 153, катод внизу):



Рис. 153.

1) При давлении около 20 *мм рт. ст.* в трубке *а* от анода до катода имеем сплошное узкое сияние (в воздухе — красного цвета) как бы колеблющуюся нить света.

2) При дальнейшем действии насоса, при давлении около 10 *мм рт. ст.* красноватое слабое свечение заполняет всю трубку *б*; оно кажется исходящим из анода, почему называется анодным, или положительным, *столбом* или свечением.

3) При давлении около 4 *мм рт. ст.* на катоде в трубке *в* появляется фиолетовое сияние «*тлеющего света*». Между ним и ярким анодным сиянием появляется вначале узкий темный промежуток — «*фарадеево темное пространство*».

4) При давлении около 1 *мм рт. ст.* все свечение бледнеет (трубка *г*), разбивается на слои *; между катодным сиянием и ближайшими слоями появляется новое темное пространство — «*круксово*», которое при дальнейшем разрежении растет и укорачивает анодное сияние.

5) Ниже 1 *мм рт. ст.* около самого катода заметно *темное «астоново» пространство*, первая катодная светящаяся пленка, далее

* Иногда их называют «страты».

темное «круксово» пространство, тлеющее свечение, фарадеево темное пространство, светлый положительный столб.

6) При давлениях около 0,2 *мм рт. ст.* и анодное, и катодное сияния почти незаметны; фарадеево темное пространство растет все дальше и дальше к аноду, в трубке остается лишь бледный, едва заметный свет; против катода начинает замечаться зеленоватая люминесценция самой трубки.

7) При давлениях 0,01 *мм рт. ст.* и ниже всякое свечение внутри трубки *д* исчезает, а само стекло ярко светится, люминесцируя обычно зеленым или желто-зеленым цветом *.

Эту последнюю стадию тока в газах особенно подробно и плодотворно изучил К р у к с ** (1879), почему трубки с этой степенью разрежения называются «*круксовыми трубками*».

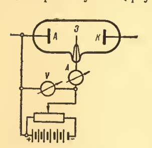


Рис. 154.

Наблюдаемое свечение газов в трубке можно рассматривать как результат воздействия быстрых электронов на ионизированные атомы и молекулы. Свечение слоя газа между круксовым и фарадеевым темными пространствами обусловлено тем, что электроны и отрицательные ионы, двигаясь к аноду, успели при движении в поле приобрести скорость, достаточную, чтобы ионизировать встречающиеся молекулы; в результате ударов их кинетическая энергия уменьшается, появляется темное фарадеево пространство, где нет ионизации. Но по мере приближения к аноду возрастает напряженность поля и возрастает кинетическая энергия отрицательных ионов; поэтому усиленную ионизацию видим в анодном светлом столбе. При больших степенях разрежений все анодное свечение в трубке разбивается на слои менее светлыми промежутками, в которых ионы не имеют еще скоростей, нужных для ионизации.

Исследование напряженности поля (*E в/см*) по длине разрядной трубки производится при помощи вводимых в разных ее пунктах проводников — *зондов* (рис. 154); измерив ток на зонд (*З*) и разность потенциалов (*U*) анода и зонда, определим потенциал в данной точке разряда, где находится зонд. При помощи потенциометра потенциал зонда можно изменять. Эти исследования дали результаты, изображенные на рис. 155 (трубка наполнена азотом). Из этой диаграммы мы видим, что напряженность поля имеет наибольшую величину у катода — в круксовом темном слое; затем в катод-

* Цвет люминесценции стекла зависит от примесей. Зеленый цвет обусловлен примесью небольшого количества марганца, желто-зеленый цвет бывает у натронного стекла.

** У и л ь я м К р у к с (1832—1919) — английский химик и физик, в 1861 г. открыл элемент таллий, открыл радиометрические явления, сконструировал радиометр, спинтарископ.

ном светлом слое (так называемом *«тлеющем свете»*) напряженность поля резко падает, что соответствует сильной ионизации и, следовательно, значительной проводимости этой области газа. В фарадеевом темном слое имеется новый подъем напряженности, значение которой остается почти постоянным на протяжении анодного све-

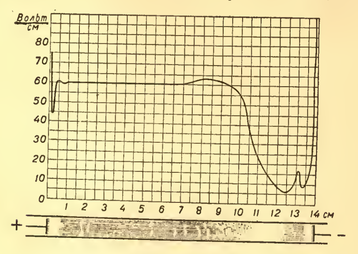


Рис. 155.

тового столба и лишь у самого анода напряженность поля вновь увеличивается, однако гораздо меньше, чем у катода.

Основное представление, позволяющее разобраться в этих явлениях, заключается в том, что газовые положительные и отрицательные ионы и электроны, приобретая в электрическом поле с большим градиентом потенциала большие скорости, ионизируют нейтральные молекулы газа толчками или ударами вследствие значительного запаса кинетической энергии, обусловленной их большими скоростями. Пусть ион с зарядом q перемещается в поле на расстояние Δl (рис. 156), причем потенциал на этом расстоянии изменяется на ΔV; произведенная силами поля работа выражается так:

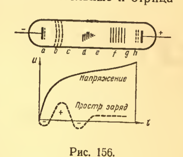


Рис. 156.

$$W = q\,\Delta V. \tag{52-1}$$

При движении иона в электрическом поле происходит превращение работы $q\Delta V$ в кинетическую энергию иона.

Прн этом положнтельные иоиы, двигаясь по направлению поля к катоду, н отрнцательные ноны к аноду, получают иа путн Δl запас кинетической эиергни $\frac{mv^2}{2}$, где m — масса иоиа, v — скорость его. Находнм соотношенне:

$$\frac{mv^2}{2} = q\Delta V. \tag{52-2}$$

Это *первое уравнение* теории связывает макроскопическую, наблюдаемую величину ΔV, с величииами m, q и v, характеризующими микроскопнческнй процесс иоинзации: здесь q — заряд газового ноиа, m — масса нона, несущего заряд q, v — скорость движеиня газового иоиа. Ряд исследоваиий (1895—1900), предприиятых для определеиня этнх величин, прнвел к обоснованню *электронной теории.*

Высокая иапряжеиность поля у катода и резкое падение потеициала (порядка иескольких сот вольт, рнс. 156, иапример: электроды Al — воздух — 220 *в*, Al — O_2 — 311 *в*, Pt — воздух — 277 *в*, Pt — O_2 — 364 *в* и т. д.) иа небольшом участке длииы трубки (*«катодное падение»*) играют весьма важиую роль в явлениях *тлеющего разряда.* Электроиы и иоиы, попадая в нитенсивиое поле, должиы получнть весьма большую скорость (*«разгон»*), что обусловит высокий уровеиь их кинетической энергии и, следовательно, высокую способность иоиизировать ударом молекулы газа.

§ 53. Искровой и корониый разряды

Если полюсы источника высокого напряжения, иапример, полюсы иидуктора Р у м к о р ф а или электростатической машнны, или какого-нибудь другого геиератора высокого напряження соединить с двумя проводннками в вндe острня н пластинки нли двух шаров, или острия и шара и т. д., то между иими возннкает электрическое поле; при возрастании разностн потенциалов пронсходит разряд, причем последовательно проходит ряд характерных разрядных явлений, обусловленных разной степенью ионизацнн воздуха между электродами. Эти явлеиия пронсходят везде, где появится поле, между точками которого существует достаточиая разиость потеицналов. Представим себе ограничениый объем газа в трубе, иа электродах которой можно изменять разиость потенциалов. Тогда иаблюдается ряд явлеиий.

1) В газе всегда есть небольшое число иоиов и электроиов вследствие иоиизации солиечными и космическимн лучамн, они иачинают перемещаться даже в слабом поле, но так как нх мало, то возиикающнй ноииый ток слаб, его можно обнаружить только очень чувствительным гальванометром, ио никакими виднмымн явлеииями ои иепосредствеиио не сопровождается.

2) При дальиейшем возрастаиии разиости потеициалов в поле

появляются быстро движущиеся электроны, которые на своем пути ионизируют ряд молекул: в поле становятся видимы слабо светящиеся пучки лучей, или *кисти*; происходит *тихий, несамостоятельный разряд*. Затем сияние заполняет весь промежуток между электродами, ток возрастает.

3) При возрастании разности потенциалов на электродах U в газе образуется сильное поле:

$$E = \frac{U}{d},$$

где d — расстояние между электродами. Под действием этого поля электроны (и ионы) в газе получают энергию:

$$\frac{mv^2}{2} = e\Delta V = eE\lambda, \qquad (53\text{-}1)$$

где ΔV — разность потенциалов на концах свободного пробега λ. При достаточном возрастании этой энергии электроны и ионы сами становятся способными вызывать ионизацию атомов, с которыми они встречаются. Эти новые ионы и электроны, развивая в поле скорость на длине свободного пробега, могут, в свою очередь, сами производить ионизацию и т. д.; возникает *самостоятельный разряд лавинного характера*.

4) Характер дальнейших событий является функцией разности потенциалов $\Delta V = U$ и pd, где p — давление газа, определяющее длину свободного пробега λ, d — расстояние между электродами.

Это явление, в зависимости от указанных характеристик, наблюдаем или в виде *тлеющего* разряда (рис. 153), или в виде *искрового*, в виде быстро следующих друг за другом зигзагообразных, ярких световых нитей, прихотливо разветвляющихся в промежутке между электродами, гаснущих и вновь возникающих. Изучение образований искр в мгновенном фиксировании на фотопленках и при помощи других методов обнаружило, что ствол искры содержит обильное и тесное скопление ионизированных частиц, по интенсивности ионизации далеко превосходящее лавинный процесс. Эти образования мощной ионизации в искрах были названы *стримеры*. Заметим, что именно образования мощных стримеров между облаками, между облаками и Землей появляются перед нами как *грозовые разряды*.

При данной форме электродов (два шарика, острие и шарик, острие и пластинка и т. д.) расстояние между электродами, при котором появляется искровой разряд, зависит прежде всего от разности потенциалов (ΔV) и затем от температуры и давления газа. При прочих равных условиях длина искры d есть функция напряженности поля $E = \frac{\Delta V}{d}$ (*в/см*), что видно из приводимой здесь таблицы (разряд в воздухе):

Два шарика диаметром 2,2 см			Пластинка и выпуклая поверхность		
Длина искры d см	ΔV, в	$E=\frac{\Delta V}{d}\left(\frac{в}{см}\right)$	Длина искры d, см	ΔV, в	$E=\frac{\Delta V}{d}\left(\frac{в}{см}\right)$
0,1	5 490	54 900	0,0015	426	284 000
0,5	28 730	53 460	0,01	948	94 800
1,0	48 600	48 600	0,1	4 419	44 190
3,0	76 800	25 600	0,5	16 326	32 652
6,0	101 400	16 900	0,8	25 458	31 823
15,0	127 800	8 520	1,0	33 650	33 650

Разрядное напряжение, при котором возникает *пробой диэлектрика искрой*, есть мера электрической прочности изолятора.

Тихий разряд в резко неоднородном поле, например — между остриями, или между электродами, из которых один шарик с большой кривизной — обращается в *коронный разряд.* Так называется область самостоятельного разряда, тесно примыкающая к электроду, где напряженность поля имеет наибольшее значение; в ней происходит интенсивная ионизация, вызывающая свечение газа вокруг электрода. Однако этот ток ионизации и свечение не распространяется вдаль от электродов, встречая слой ограниченной проводимости.

При постепенном увеличении разности потенциалов на электродах размеры светящегося слоя короны растут и при определенной разности потенциалов для каждого газа коронный разряд переходит в *искровой или дуговой.* Таким образом, можно сказать, что коронный разряд это такой, при котором не происходит полного пробоя расстояния между электродами.

В высоковольтной технике коронный разряд имеет большое практическое значение. При открытой проводке высокого напряжения около 10 000 *в* между соседними проводниками или между проводниками и землей вспыхивает тлеющий разряд, особенно на неровностях, острых краях. Появлению коронного разряда способствуют дождь, снег, туман. В воздухе *корона* вокруг положительно заряженного провода *пурпурная*, а при отрицательном заряде провода располагается красными пятнами. Коронный разряд влечет за собой большие потери электрической энергии и является источником помех радиоприему.

Коронный разряд используется для электрогазоочистки и для устройства электрофильтров. *Электрофильтр* — аппарат для выделения из промышленных газов взвешенных в них твердых или жидких частиц, посредством сообщения им электрического заряда, с последующим осаждением заряженных частиц, под действием электрического поля, на поверхности электрода с зарядом противоположного знака.

Искровая форма электрического заряда используется для обработки металла. Сущность процесса *электроискровой обработки*

металла заключается в том, что осуществляется предварительная концентрация электрической энергии во времени и пространстве с последующим мгновенным освобождением этой энергии на участке металла. Мгновенное локальное выделение порций энергии вызывает направленный взрыв металла в пункте искрового разряда.

Электроискровым методом производится автоматическое *резание металла*, а также *шлифование* металла. Применение этого метода значительно облегчает трудоемкий и тяжелый слесарный труд. Температура накала железа достигает 11 000°C, давление — десятков тысяч атмосфер. Процессы являются адиабатическими ударами потока электронов по аноду с временем действия не более 10^{-4} *сек*.

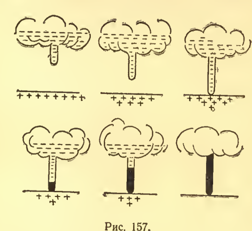


Рис. 157.

Кристаллы при искровой обработке сильно измельчаются и образуется белый слой повышенной прочности.

Молния представляет собою грандиозную электрическую искру между облаками или между облаком и Землей. На рис. 157 изображены стадии развития молнии. Пусть нижняя часть облака заряжена отрицательно. Тогда на поверхности Земли напротив облака наводится положительный заряд. Электроны из облака ионизируют молекулы воздуха лавиной, разогревая при этом воздух. Образуется проводящий канал — *лидер*, по которому заряд стекает из облака к Земле со скоростью до 100 *км/сек*. Через сотые доли секунды молния пробьет путь до Земли. Наступает главная стадия молнии, когда электрический ток по *главному каналу* достигает от десятков тысяч до 200 000 *а*. Канал молнии ярко светится в течение малых долей секунды, поэтому энергия разряда молнии сравнительно невелика: она эквивалентна работе 15-сильного трактора за 1—1,5 *ч*.

На рис. 157 схематически показано развитие лидера и главного канала молнии. Часто по пути, проложенному первым лидером, устремляется новый лидер и новая главная часть разряда,

Путь молнии разветвленный, зигзагообразный. Быстрое расщепление и сжатие воздуха имеют характер взрыва и вызывают звуковые явления — *раскаты грома*. Свет распространяется от молнии для земного наблюдателя мгновенно, а звук — со скоростью 300 *м/сек*. Отсюда по разнице времени между появлением вспышки и грома можно рассчитать, на каком расстоянии произошел удар молнии. Гром слышен за 25—30 *км*. Хотя энергия молнии не велика, но из-за мгновенности разряда развивается колоссальная *мощность*, чем и объясняются разрушительные действия молнии. Для защиты от этих разрушений устанавливают на сооружениях *молниеотводы*, надежно соединенные с землей. С этой же целью над проводами высоковольтных передач протягивают хорошо заземленные тросы, служащие *молниеприемниками*. Но удар молнии в трос может индуцировать в токоведущих проводах значительные блуждающие напряжения. Для их отвода устраивают специальные *вентильные разрядники*, в которых включаются керамические сопротивления; напряжение растет в этих сопротивлениях все меньше с возрастанием силы тока. Такой разрядник снижает перенапряжение до безопасной величины.

Электрическое поле в атмосфере вызывает и другие явления во время грозы: свечение остриев (*Эльмовы огни*), свечение вершин гор. Молнии иногда имеют *форму четок или шара*.

§ 54. Дуговой разряд

Если в цепи с электродами находится источник значительной мощности (например, динамомашина) с электродвижущей силой, которая способна поддерживать определенную разность потенциалов на электродах, обусловливая между электродами ток большой плотности, то разряд обращается в постоянное явление дуги. В обычной дуге электродами служат угли; в таком виде дуга и была впервые получена Петровым (1802) в Петербурге *. Для возникновения дуги угли обычно сдвигают до соприкосновения (в техническом регуляторе это делается при помощи кремальеры *А*, рис. 158). Цепь оказывается замкнутой при помощи плохого контакта углей. Вследствие большого сопротивления в месте этого контакта развивается много калорий тепла. Электроды накаливаются и при последующем их раздвижении электроны, испускаемые накаленным катодом, ионизируют газ между углями. Электроны излучаются с небольшой части катода, с ярко светящейся площадки, называемой «ка-

---

* Полное заглавие сочинения Василия Владимировича Петрова (1761—1834): «Известие о гальвани-вольтовских опытах, которые производил профессор физики Василий Петров, посредством огромной батареи, состоящей иногда из 4200 медных и цинковых кружков и находящейся при Санкт-Петербургской медико-хирургической академии, СПБ, 1803 г.». Кроме открытия электрической дуги, В. В. Петров показал возможность применения электрического тока в металлургии.

тодное пятно». Поток электронов вызывает термическую ионизацию всего газа между углями, что обусловливает высокую температуру и «сгорание» анода; на нем образуется *кратер*. Главное условие возникновения дуги — это высокая температура катода, при которой из него испускаются электроны; все последующие явления в дуге обусловлены основным потоком электронов. Это воззрение установлено экспериментальными исследованиями академика Миткевича * (1903). Дуга может действовать и при переменном то-

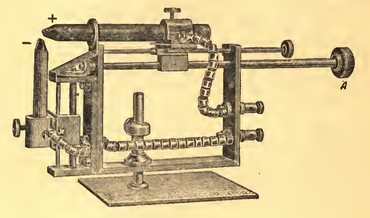


Рис. 158.

ке; при обычной частоте — 50 периодов в секунду — катод не успевает остыть, когда он становится анодом, а это главное, что нужно для возникновения дуги.

Кратер анода есть наиболее яркое место в дуге, им испускается 85% всего светового потока, катод дает около 10%, а сама дуга, и ионизированные пары и газы — лишь 5%. В дуге длительно осуществляется очень высокая температура — около 3700°С. Муассан** устроил *электрическую печь*, поместив вольтову дугу большой мощности в небольшую, закрытую со всех сторон камеру из тугоплавкой смеси известняка и кремнезема; он достигал температур свыше 4000°С — при силе тока 150—200 *а*. Наконец, Люммер***, получив дугу при высоком давлении, осуществил температуру около 6000°С; это температура поверхности Солнца.

---

* Владимир Федорович Миткевич (1872—1951) — советский электротехник, академик, лауреат премии имени Ленина 1928 г. и Государственной премии СССР 1948 г.

** Анри Муассан (1852—1907)—французский химик, получил фтор в 1886 г., карбиды кальция в 1892 г., калия и натрия в 1894 г., молибден в 1895 г., вольфрам в 1897 г. Лауреат Нобелевской премии 1906 г.

*** Отто Люммер (1860—1920) — немецкий физик, исследования по интерференции, фотометрии, спектроскопии.

Дуговой разряд имеет множество технических применений: как источник яркого света, для электрической сварки, плавления металлов, осуществления химических реакций, требующих высокой температуры и т. д. Известно, что изобретение Яблочкова * (1876) — «Свеча Яблочкова», «Русский свет» — имело шумный и заслуженный успех; этими электрическими дугами освещались многие города у нас и в других странах Европы. Инженеры Славянов ** и Бенардос *** (восьмидесятые годы XIX в.) разработали технические методы электрической сварки и спайки, широко применяемые в металлообрабатывающей промышленности и в строительстве.

Конечно, дугу можно получать не только между угольными электродами, но и между металлическими; важнейшую роль при физических исследованиях (особенно в оптике) играет ртутная лампа. Она в первоначальном своем оформлении состояла из кварцевой трубки с расширениями на концах, одно из них (нижнее) наполнялось ртутью; воздух из трубки удалялся. Включив лампу в цепь, наклоняют ее, чтобы цепь замкнулась ртутью; при возвращении лампы в первоначальное положение ртутный контакт разрывается, и в месте разрыва образуется дуга, обильно излучающая ультрафиолетовые лучи, кварцевые стенки трубки пропускают эти лучи, почему *ртутная лампа* и является важнейшим прибором для получения ультрафиолетовых лучей.

В современных ртутных лампах зажигание осуществляется автоматически таким приспособлением, которое после зажигания автоматически выключается.

Для медицинских и биологических целей важно иметь источник, обильный ультрафиолетовыми лучами. Такими являются ртутные лампы с баллонами из плавленного кварца, хорошо пропускающие ультрафиолетовые лучи. Если, например, баллон ртутной лампы наполнить аргоном при давлении в несколько миллиметров ртутного столба и поместить каплю ртути, то при включении лампы в цепь 120 или 220 *в* с помощью впаянных вольфрамовых электродов в аргоне появляется дуговой разряд. Он нагревает колбу, ртуть вся испаряется, давление повышается, примерно, до 10 *атм*, и возникает дуговой разряд в ртутных парах, который представлен в виде узкой яркой полоски между электродами. Это и есть источник *ультрафиолетовых лучей*.

Если образовать дугу между угольным и ртутным электродами и включить ее в цепь переменного тока, то ток выпрямляется, т. е.

---

* Павел Николаевич Яблочков (1847—1894) — русский изобретатель в области электротехники, работы по электрическому освещению, генерированию и распределению тока.

** Николай Гаврилович Славянов (1854—1897) — один из создателей электросварки металлов.

*** Николай Николаевич Бенардос (1842—1905) — создатель дуговой электросварки.

проходит только в одну сторону — от угля к ртути; ртуть в лампе может быть при переменном токе только катодом. Общее устройство такого *ртутного выпрямителя* видно на рис. 159; MN — трансформатор, включенный в цепь переменного тока. Клеммы на концах его вторичной обмотки M и N соединены с графитовыми или железными электродами A_1 и A_2 ртутной лампы, а ртуть этой лампы K через аппарат D (например, через обмотку мотора постоянного тока) соединена со средней точкой вторичной обмотки. При переменном токе в трансформаторе ток через лампу будет проходить только от A_1 или A_2 к K, а ток в D всегда будет идти по одному направлению, как указано стрелкой. Ток будет *пульсирующий, но постоянного направления* (рис. 129). Для того чтобы эти пульсации несколько сгладились, в цепь KD включают катушку самоиндукции, которая делает изменения тока по величине менее заметными. Причиной выпрямляющего действия вольтовой дуги в ртутной лампе является то, что ртутный электрод при прохождении тока оказывается более нагретым, чем графит, ртуть обильно испускает электроны и становится катодом. При устройстве ртутных выпрямителей замечено сильное повышение температуры определенного места ртутного катода (*«катодное пятно»*); именно из него испускалось наибольшее число электронов.

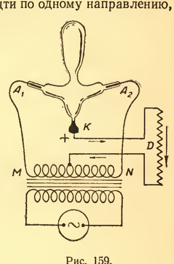


Рис. 159.

Если включить дугу в цепь постоянного или переменного тока без предосторожностей, то дуги может не получиться: будет искровой разряд и может перегореть предохранитель. Для устойчивости дуги надо последовательно с ней включить в цепь реостат и регулировать при его помощи режим цепи при возникновении дугового разряда так, чтобы разность потенциалов на электродах дуги имела определенную величину 40—45 *в*; установив эту разность потенциалов, получим спокойное горение дуги. Ее придется время от времени регулировать, сближая постепенно сгорающие угли, если нет автоматического регулятора. При достаточной мощности источника можно получать устойчивую дугу и при более высоких потенциалах.

Дуговая лампа применяется в *прожекторах*; в них используется дуга высокой интенсивности.

О применении дуги в электросварке уже было сказано. В начале XX в. появились *электросталеплавильные* дуговые печи. В них угольные или графитовые электроды достигают полметра толщины. Температура между электродами такой печи достигает 6000—

8000°C. Выплавленная сталь в дуговых печах имеет много преимуществ перед мартеновской по своему качеству; так выплавляют спецстали: инструментальную, нержавеющую, жаростойкую и жаропрочную. Плавка стали идет быстрее.

§ 55. Катодные лучи

Теория электрических явлений в газе и вакууме вначале была обоснована английским физиком Таунсендом, о котором было уже упомянуто. Он создал теорию лавины, которую вскоре дополнил немецкий физик Роговский, а затем в развитии и дальнейшей разработке этого учения, оказавшегося столь важным для физической теории и техники, участвовали многие выдающиеся физики разных стран; основное значение имели работы американских ученых Ленгмюра и Лёба, а также школы физиков Московского университета, возглавляемой профессором Н. А. Капцовым*.

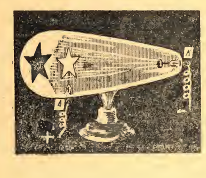


Рис. 160.

Было сказано, что при разрежениях 0,01 *мм рт. ст.* и ниже все световые явления в газе исчезают, но сама трубка, само стекло начинает интенсивно светиться — люминесцировать. Крукс высказал гипотезу, что причиной этой люминесценции является «нечто», испускаемое из катода; поток этого «нечто» был им назван *катодными лучами*. Опыт устанавливает следующие свойства катодных лучей.

1. Катодные лучи распространяются прямолинейно, перпендикулярно к поверхности катода. Если на пути лучей поместить в трубке алюминиевую звезду (рис. 160), то на фоне люминесценции ясно вырисовывается тень этой звезды, причем независимо от расположения анода.

2. Сосредоточенный при помощи вогнутого зеркала пучок катодных лучей может нагреть и даже накалить тело, на которое он падает. Так, поставив на пути катодных лучей платиновую проволоку, можно накалить ее и при продолжительном действии расплавить, хотя платина очень тугоплавка (температура плавления платины 1750°C).

* Николай Александрович Капцов (род. в 1883 г.) — советский физик, исследования по газовому разряду, разработал теорию коронного разряда.

3. Катодные лучи вызывают люминесценцию не только стекла, но и многих иных тел; под действием катодных лучей многие тела испускают лучи, не будучи накалены; так, сернокислый кальций светится зеленым светом, углекислый кальций — красным и т. д.

4. Герц * обнаружил (1892), что катодные лучи могут проникать через очень тонкие слои металлов. Это явление было подробно изучено немецким физиком Ленардом.

Американский физик Кулидж построил трубку (1926), из которой катодные лучи выпускаются в атмосферу через окошко 8 *см* в диаметре. Доводя потенциал в этой трубке до 350 000 *в*, он наблюдал катодные лучи в атмосфере на расстоянии 0,5 *м* от окошка и изучал их интенсивные действия.

5. Химически сложные тела, например, соли, под действием катодных лучей претерпевают глубокие изменения; в некоторых из них возникают реакции разложения, в других — соединения. Катодные лучи действуют на фотографическую пластинку.

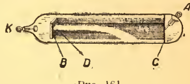


Рис. 161.

6. Важнейшее по своим последствиям свойство катодных лучей — это их отклонение в магнитном и электрическом полях. Искривление пути катодных лучей в магнитном поле было замечено еще первоначальными наблюдениями Плюккера** (1859). Дж. Дж. Томсон подверг это явление количественному анализу, который привел к следствиям величайшего значения (1897 — 1900).

Если в круксовой трубке установить наклонно по ее длине флюоресцирующий экран *BC* (рис. 161), а у катода *K* — ширму *B* с узкой щелью *D*, то выделенный ею узкий пучок катодных лучей будет виден по длине экрана в виде узкой и прямой полоски света флюоресценции. Как только поднесем к трубке магнит, в нашем случае — перпендикулярно к чертежу северным концом, то сейчас же увидим, что катодный луч отклонился вниз, т. е. по правилу трех пальцев левой руки; если магнит приблизим южным концом, то отклонение будет вверх, т. е. опять по тому же правилу. Для применения правила трех пальцев левой руки необходимо помнить, что катодные лучи распространяются от катода к аноду, т. е. в направлении, противоположном тому, которое условно принято за направление электрического тока.

Такое же заключение можно сделать и в иных случаях наблюдения катодных лучей; например, в трубке с звездой можно при помощи магнита отклонить тень вверх и вниз, смотря по тому, где

* Генрих Рудольф Герц (1857—1894) — знаменитый немецкий физик; исследования по электродинамике, электромагнитным волнам, фотоэффекту.

** Юлиус Плюккер (1801—1868) — немецкий математик и физик; геометр, исследователь разряда в газах.

будут северный и южный полюсы магнита, т. е. в зависимости от направления магнитного поля.

Точно такие же отклонения катодных лучей видимы при помещении их пучка между пластинами конденсатора, т. е. в электрическом поле. Катодный луч отклоняется в сторону положительно заряженной пластины.

Непосредственно из этих наблюдений вытекает заключение: *поток катодных лучей есть поток отрицательно заряженных частиц.* Что это за частицы, какова их природа, — выяснено позже, но уже в 1880 г. Крукс предполагал, что в катодном потоке мы имеем дело с материей в совершенно особом состоянии.

Воззрения на катодные лучи как на поток электронов явились в результате многих экспериментальных исследований. Имея в ви-

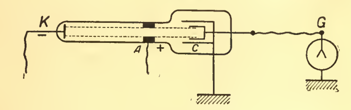


Рис. 162.

ду рассмотрение важнейших из этих исследований, остановимся на двух из них.

1. Французский физик Перрен *, о котором была уже речь в связи с его теорией броуновского движения (том I, стр. 247), поместил в круксову трубку против катода K цилиндр Фарадея C (§ 31) так, что в него был направлен катодный поток (рис. 162). Соединив цилиндр с электроскопом и исследовав заряд электроскопа, он непосредственно установил, что катодные лучи приносят и отдают цилиндру отрицательный заряд (1896). Дж. Дж. Томсон видоизменил этот опыт Перрена, направив в цилиндр Фарадея катодные лучи, предварительно уже отклоненные в электрическом или магнитном поле (рис. 163); этим он доказал, что отрицательные заряды неотделимы от катодного потока и следуют по его пути.

2. Академик А. Ф. Иоффе доказал, что катодные лучи, как и всякий ток, образуют около себя магнитное поле (1911).

Первые исследователи этого вопроса пришли к отрицательному результату; они нашли, что катодные лучи не действуют на магнитную стрелку. Причина этого ошибочного заключения лежала

* Жан Батист Перрен (1870—1942) — французский физик Лауреат Нобелевской премии 1926 г. за работы по структуре вещества, в частности, за открытие седиментационного равновесия.

в двух обстоятельствах: 1) катодный ток, которым они пользовались, был очень слаб (доли миллиампера); 2) в разрядной трубке (рис. 162) возникал обратный ток от стенки против катода к электродам, который своим магнитным действием компенсировал магнитное действие первого тока от катода. И о ф ф е для устранения первого недостатка ввел в свою разрядную трубку катод В е н е л ь т а, — это платиновая пластинка с прикрепленным к ней кусочком извести;

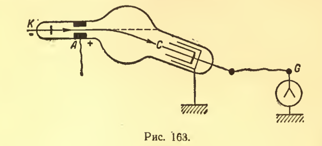


Рис. 163.

если пластинку накалить током специальной батареи аккумуляторов, то все явления в разрядной трубке будут возникать при небольшой разности потенциалов (около 100 *в*), налагаемой на катод и анод от основного источника, и будут отличаться сравнительно большей интенсивностью. Накаленная известь дает огромное

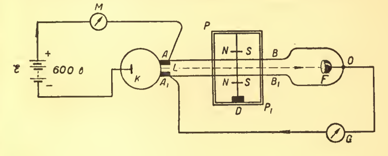


Рис. 164.

число электронов, что обусловливает сильный ток в трубке; И о ф ф е пользовался током до 0,1 *а*.

Для устранения второго недостатка была взята особая установка, схематически изображенная на рис. 164. Батеря ℰ создавала напряжение на аноде A и катоде K в 600 *в*; это обусловливало при накаленном катоде поток лучей, который, пройдя через диафрагму L, устремлялся прямолинейно в правую часть трубки. Эта часть трубки $ABOB_1A_1$ внутри посеребрена, в конце ее находится полушар F, изолированный от серебра, соединенный с анодом AA_1 через гальванометр G. Магниты NS подвешены на тончайшей кварце-

вой нити вне разрядной трубки; для успокоения их колебания конец нити с крылышком был погружен в вазелиновое масло D, а для устранения внешних влияний вся магнитная система заключена в железный панцирь PP_1.

При правильном положении катода относительно оси трубки AB катодный поток попадает отчасти на серебро стенки трубки и по этому слою возвращается к аноду AA_1, отчасти — на шар и возвращается к аноду AA_1 через гальванометр G. Эта последняя часть катодного потока не компенсируется в трубке AB и должна действовать на магнит, так как обратный ток FGA_1 идет вне панциря.

Тщательные наблюдения показали: 1) при действии разрядной трубки магниты NS выходят из положения равновесия; следовательно, существует магнитное поле катодных лучей; 2) если вместо разрядной трубки $KABF$ поместить проводник, например проволоку, и так регулировать в ней ток, чтобы показание гальванометра G было то же, что и при катодном потоке (например, 10^{-3} *а*), то отклонение магнитов NS оказывается при таком токе по проволоке то же, что и при катодном потоке; следовательно, магнитное поле катодного потока равноценно магнитному полю эквивалентного тока проводимости.

Совокупность всех рассмотренных фактов свидетельствует о том, что катодные лучи — это электрический ток, именно: поток отрицательных зарядов. Многочисленные исследования, о которых отчасти уже была речь, были завершены работами Дж. Дж. Томсона и его школы (1897—1900); они привели к заключению, что катодные лучи — это поток электронов, вылетевших из катода и продолжающих вести свое самостоятельное существование как малейшие частицы отрицательного электрического заряда, как атомы электричества.

§ 56. Анодные лучи

Ионизация в вакуумной трубке как основное явление в сильном электрическом поле, заключается в вырывании из нейтрального атома электрона. Остальная часть атома несет положительный заряд, равный заряду электрона, а масса ее зависит от природы ионизированного атома. Таким образом, появившиеся положительные ионы силой электрического поля направляются к катоду. Немецкий физик Гольдштейн (1886), просверлив катод, открыл этим ионам выход в *закатодное пространство*, где они могли быть подвергнуты исследованию (рис. 165); он назвал их *«каналовыми лучами»*, мы будем их называть *анодными лучами* по знаку заряда, который они несут (в отличие от катодных лучей). При приближении к катоду эти положительные ионы получают большое ускорение в катодном падении потенциала (рис. 155).

Кроме положительных ионов газа, остающегося в катодной трубке и при низком давлении, в нее вводятся ионы веществ, подлежа-

щих исследованию. Для этого вещества (например, натрий, литий, цезий и т. д.) наносятся на анод из платины, который можно нагревать специальной батареей; при достаточной степени накала исследуемое вещество образует пар, в котором возникают положительные ионы, направляемые сильным электрическим полем в трубке к катоду. Этот поток положительных лучей при специальных условиях можно сделать видимым; например, если анод покрыть иодистым соединением соответствующего металла (например, лития, натрия и т. п.) в смеси с углем, то при круксовом разрежении и при разности потенциалов около 4000 *в* в трубке появляется яркий анодный луч. Спектроскопическое исследование этого луча дает линии спектра, нанесенного на аноде вещества.

Применяя те же методы, которыми пользовались при исследовании катодных лучей, можно установить, что положительные лучи отклоняются в электрическом и магнитном поле, но направление их отклонений противоположно отклонению катодных лучей.

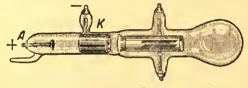


Рис. 165.

Затем были измерены отклонения положительных лучей в электрическом и магнитном полях подобно тому, как это исследование было произведено Дж. Дж. Томсоном для катодных лучей. На основании этих опытов и измерений определены:

1) Скорость движения положительных ионов при данных условиях; вообще, скорости положительных частиц гораздо меньше, чем скорость электронов в катодных лучах вследствие большей величины перемещающихся масс; так, при напряжении 400 *в* скорость равна $2 \cdot 10^7 \frac{см}{сек}$ это только $200 \frac{км}{сек}$, приблизительно в 100 раз меньше, чем скорость электронов при этих же условиях.

2) Отношение заряда частицы к ее массе $\frac{e}{m}$; находя значение этого отношения из опытов и полагая, что e есть положительный заряд, по абсолютной величине равный электрону, определяем массу частицы, несущей положительный заряд, равный заряду электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*.

Но массу m иона газа или вещества, нанесенного на анод, можно определить следующим образом:

$$m = m_{\text{H}} \frac{A}{n}; \quad \frac{e}{m} = \frac{e}{m_{\text{H}} \frac{A}{n}}, \tag{56-1}$$

где m_H есть масса атома водорода, A — атомный вес данного вещества * (например, для натрия $A = 23$), n — его валентность (для натрия $n = 1$).

Результаты исследования показывают, что положительные лучи есть действительно поток положительных ионов, причем каждый перемещающийся атом в этом потоке несет заряд $+ne$, где n — валентность вещества анода.

Итак, отношения $\frac{e}{m}$ для положительных лучей различны для разных веществ; так это и должно быть, так как положительные лучи представляют собой поток ионов.

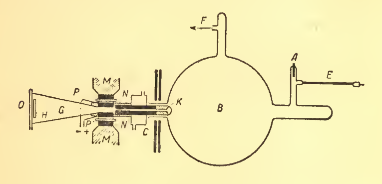


Рис. 166.

Всестороннее исследование положительных лучей было произведено в Кембридже Дж. Дж. Томсоном и его сотрудником Астоном ** в 1912—1919 гг.

Разряд, порождающий исследуемые лучи, происходил в сосуде B (рис. 166) между анодом A и катодом K, который представляет собой трубочку с очень узким отверстием (около 0,1 *мм*). Выделенный этим узким каналом тонкий положительный луч проникает в камеру G и в конце ее встречает люминесцирующий экран или фотографическую пластинку H, на которых можно наблюдать след луча в виде точки O (маленького пятна O). Так как наблюдения иногда длились больше часа непрерывно, то катод охлаждался водяной ванной C. При помощи насоса F весь аппарат наполнялся через отверстие E испытуемым газом (или паром), а затем эвакуировался в желательной степени.

---

* Приближеиио прииимаем при этом атомиый вес водорода за единицу.

** Фрэисис Уильям Астон (1877—1945) — аиглийский физик. Лауреат Нобелевской премии 1922 г. за открытие, при помощи скоиструированного им масс-спектрографа, изотопов многих нерадиоактивных элементов.

§ 57. Вторичная электронная эмиссия

При бомбардировке поверхности тела падающими на нее электронами с этой поверхности выбиваются электроны, которые и представляют собою *вторичную электронную эмиссию*. Отношение числа вторичных электронов n_2 к числу первичных n_1 называется *коэффициентом вторичной эмиссии* σ. Так как сила тока пропорциональна числу электронов, проходящих через поперечное сечение цепи за единицу времени, то

$$\sigma = \frac{n_2}{n_1} = \frac{I_2}{I_1}. \tag{57-1}$$

Схема опыта получения и изменения вторичной электронной эмиссии металлов изображена на рис. 167. Катод K испускает первич-

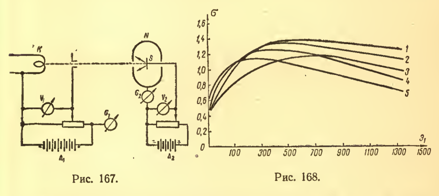


Рис. 167.

Рис. 168.

ные электроны. Их пучок разгоняется напряжением U_1 от батареи аккумуляторов или другого генератора постоянного тока A_1. Первичные электроны падают на эмиттер * S из исследуемого материала, возбуждают в нем электроны вторичной эмиссии, которые вылетают из эмиттера и попадают на поверхность *коллектора* ** N. Гальванометр G_1 измеряет ток I_1. Батарея A_2 создает напряжение U_2 либо ускоряющее, либо задерживающее вторичные электроны. Гальванометр G_2 измеряет силу тока I_2 вторичной электронной эмиссии. Отношение I_2 к I_1 дает величину коэффициента вторичной эмиссии σ. Обозначим энергию первичных электронов $Э_1$. Тогда зависимость σ от $Э_1$ в результате экспериментальных исследований изображается диаграммой. Как видно из рис. 168, до 100 *эв* $\sigma < 1$, но при росте $Э_1$ σ увеличивается. На рис. 168 изображены кривые: *1* — серебра, *2* — золота, *3* — меди, *4* — никеля, *5* — молибдена. При энергии первичных электронов в несколь-

* Эмиттер — испускатель.
** Коллектор — собиратель.

ко тысяч электронвольт коэффициент σ уменьшается, становясь меньше единицы. С увеличением угла падения на поверхность металла σ возрастает. Энергия наибольшего числа электронов вторичной эмиссии, вылетающих с чистой поверхности металла, от 5 до 15 *эв*.

Глубина проникания первичного электрона с начальной энергией $Э_1 = 1000$ *эв* порядка 10^{-5} *см*. Эти электроны возбуждают сравнительно сильно связанные с ядрами атомов электроны эмиттера и переводят их в состояние электронов проводимости. Если энергия такого электрона превышает работу выхода (потенциальный барьер на границе эмиттера), а его скорость направлена наружу, то он и покидает эмиттер, образуя вторичную электронную эмис-

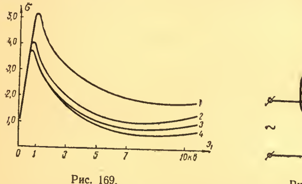


Рис. 169.

Рис. 170.

сию. Чем больше энергия первичных электронов $Э_1$, тем глубже они проникают в эмиттер. Но возбужденному вторичному электрону тем труднее вырваться из глубины наружу. В этом — причина уменьшения σ с дальнейшим ростом $Э_1$. При большом угле падения первичные электроны неглубоко проникают внутрь эмиттера и возбужденным ими вторичным электронам легче вылететь из эмиттера, чем в случае малого угла падения.

Так как в рассматриваемых явлениях речь идет о возбуждении не свободных, а связанных в атоме электронов, то ясно, что и от диэлектриков можно получить вторичную электронную эмиссию и даже в больших размерах, чем от металлов. На рис. 169 дана диаграмма изменения σ от $Э_1$, где *1* — KCl, *2* — стекло, *3* — окись алюминия, *4* — слюда. Как видно из диаграммы, коэффициент вторичной эмиссии σ у диэлектриков превышает число пять.

В настоящее время часто покрывают поверхность металла эмиттера слоем полупроводника толщиной в несколько сот атомов; примером может служить оксидно-магниевый эмиттер с никелевым основанием. У таких эмиттеров со сложными поверхностями коэффициент вторичной эмиссии σ достигает 20 и испускание вторичных электронов происходит практически без инерции.

Вторичное испускание электронов с поверхности анода электронной лампы уменьшает анодный ток (*динатронный эффект*) лампы и приводит к появлению на характеристике лампы участков с отрицательной крутизной (так называемое «*отрицательное сопротивление*»). Для борьбы с динатронным эффектом вводится в лампы третья сетка, расположенная между экранирующей сеткой и анодом. Такая лампа называется пентодом (рис. 170).

В 1930 г. в Советском Союзе физик Кубецкий* разработал принцип построения *многокаскадных электронных приборов* для усиления тока. Слабый первичный электронный ток многократно усиливается в последовательно расположенных каскадах усиления с активированными эмиттерами. В дальнейшем Кубецким, Тимофеевым** и Векшинским*** были созданы системы *усилителей с электростатической и с магнитной фокусировкой*, а также *системы сквозного действия* (жалюзи, сетка). На рис. 171 изображены: *1* — катод, *2*—*4* — эмиттеры, *5*— коллектор каскадного усилителя.

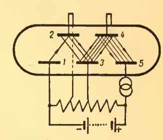
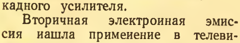


Рис. 171.



Вторичная электронная эмиссия нашла применение в телевидении, звуковом кино, в радиолокации. В этом направлении научно-технических работ советские ученые и изобретатели обладают приоритетом. Промышленность выпускает вторично-электронные трубки с усилением порядка 10^5—10^6 раз при питающем напряжении 1000—1200 *в*.

§ 58. Фотоэлектрический эффект

Пластинку цинка Zn (рис. 172), предварительно очищенную от слоя окиси, соединяют с электрометром и заряжают отрицательно (например, при помощи эбонитовой палочки); отклонение стрелки электрометра не изменяется, и это показывает, что заряд на пластинке Zn сохраняется. Но как только осветим эту пластинку ярким светом (например, дуговой лампы), так сейчас же заметим по движению стрелки электрометра, что заряд уходит; цинковая пластин-

* Леонид Александрович Кубецкий (род. в 1906 г.) — советский ученый и изобретатель в области электроники. Лауреат Государственной премии СССР 1948 г.

** Петр Васильевич Тимофеев (род. в 1902 г.) — советский ученый в области электроники. Лауреат Государственных премий СССР 1946 г. и 1951 г.

*** Сергей Аркадьевич Векшинский (род. в 1896 г.) — советский ученый в области электровакуумной техники и технической физики, академик, Герой Социалистического Труда. Государственная премия СССР 1946 г. за «Новый метод металлографического исследования сплавов».

ка теряет сообщенный ей отрицательный заряд. Это явление — потеря телами отрицательной электризации под действием света — называется *фотоэлектрическим эффектом*, или *фотоэффектом*; он был открыт в 1887 г. немецким физиком Г е р ц е м.

Внесем важное видоизменение в описанные опыты.

Пусть пластинка цинка Zn не заряжена; если ее осветить светом дуги, то она заряжается положительно. И в этом случае нейтральная пластинка цинка потеряла отрицательные заряды, и потому заряжается положительно.

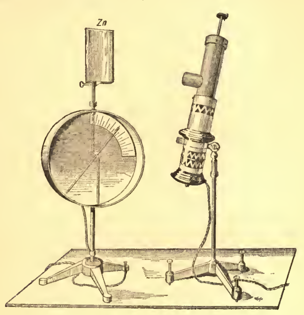


Рис. 172.

Возникает естественный вопрос: не выбивает ли свет из вещества электроны? В дальнейшем мы увидим, что эта гипотеза была подтверждена.

Один из первых исследователей фотоэлектрического эффекта профессор Московского университета С т о л е т о в * подробно изучил это явление и установил характеризующие его законы (1888).

1. В первых своих опытах он ставил параллельно друг другу цинковую сетку *A* (рис. 173) и серебряную пластинку *B*; сетка *A*

* А л е к с а н д р Г р и г о р ь е в и ч С т о л е т о в (1839—1896) — русский физик-материалист, профессор Московского университета, воспитал большую школу русских физиков, исследовал электромагнетизм и фотоэффект.

и отрицательно заряженная пластинка B были приключены к очень чувствительному гальванометру G. При непосредственном освещении этого конденсатора AB светом дуги S через сетку наблюдаем по отклонению гальванометра ток; следовательно, через промежуток AB проходит ток по направлению $BGAB$. Явление прекращается, если между дугой и сеткой поставить стекло; из этого заключаем, что эффект обусловлен действием ультрафиолетовых лучей, которые задерживаются стеклом. Такие же опыты были произведены с пластинками Al, Au, Fe и с некоторыми другими металлами.

Столетов говорит: «Система A, B и воздух при освещении пластинки B лучами обращается в настоящий гальванический элемент, где роль жидкости играет газовая среда».

2. При дальнейших более точных исследованиях Столетов брал стеклянный цилиндр; одним основанием этого цилиндра была

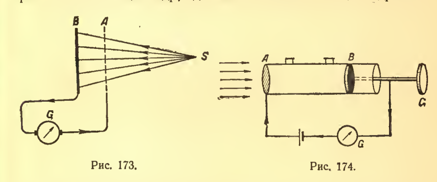


Рис. 173. Рис. 174.

кварцевая пластинка A (рис. 174), внутренняя стенка которой была посеребрена, а затем серебро местами очищено, так что пластинка представляла собой сетку, проницаемую для ультрафиолетовых лучей (кварц прозрачен для ультрафиолетовых лучей). В другое основание цилиндра вставлен вызолоченный латунный диск B, который при помощи микрометрического винта C может перемещаться внутри цилиндра. Сетка A и диск B введены в цепь батареи, в ней же находится гальванометр G; диск B соединен с отрицательным полюсом батареи, а диск A — с положительным. Цилиндр можно наполнять исследуемым газом и в нем можно устанавливать желаемое давление. Для изменения разности потенциалов, налагаемой на диск и сетку, в цепи имеется потенциометр или меняется число вводимых элементов.

Пока диск не освещается, тока в цепи нет, гальванометр на нуле; как только свет вольтовой дуги через сетку A падает на диск B, сейчас же появляется ток, цепь оказывается замкнутой через газ в пространстве AB; выяснилось, что род газа в цилиндре не имеет принципиального значения.

Приведем *законы фотоэлектрического эффекта*, которые были установлены Столетовым и другими исследователями.

1) Сила возникающего тока зависит от освещенности диска (при прочих равных условиях — от силы света источника).

2) Ход явления зависит от рода лучей, освещающих диск (от длины волны света).

3) Увеличение разности потенциалов U (рис. 150) сначала вызывает возрастание тока I; нарастание тока идет до некоторого значения разности потенциалов U_0; дальнейшее увеличение разности потенциалов не отражается на значении силы тока, которое остается постоянным; такой ток I_0 называется *током насыщения*.

Таким образом, действие света, особенно ультрафиолетовых лучей его, обусловливает своеобразную проводимость промежутка AB. Отметим важное обстоятельство: как мы видели при разрядах в газах, так и в этом случае ток не подчиняется закону Ома.

Кроме описанного выше *внешнего фотоэффекта*, существует еще и *внутренний фотоэффект*, открытый американцем Смитом в 1873 г. Это — увеличение проводимости, возникающее при освещении полупроводника или диэлектрика (в металлах фотопроводимость не наблюдается). Когда в результате поглощения квантов света или фотонов происходит возбуждение электронов вещества, то число носителей тока в облучаемом веществе увеличивается, и его сопротивление падает.

Значительной фотопроводимостью в области видимых и инфракрасных лучей обладают: селен, сернистые — свинец, кадмий и таллий, теллур, германий, кремний.

При фотоэффекте металлическая пластинка под действием света теряет отрицательные заряды и заряжается положительно. Многочисленные экспериментальные исследования движений этих зарядов позволили определить для них отношение заряда к массе $\frac{e}{m}$; в среднем оказалось:

$$\frac{e}{m} = 5{,}27 \cdot 10^{17} \frac{СГСЭ}{г}.$$

Это значит, что мы здесь имеем дело с теми же частицами, что и в катодных лучах, т. е. с электронами. Скорость их при вылете порядка $10^7 \frac{см}{сек}$ и зависит только от длины волны падающего света, но не зависит от силы падающего света.

Итак, сущность фотоэффекта заключается в том, что под действием света из вещества выбрасываются электроны.

Электронная природа фототока была доказана опытами Ленарда * (1899); он показал также, что энергия фотоэлектронов не зависит от интенсивности света, но зависит от длины волны падающего излучения.

---

* Филипп Ленард (1862—1947) — немецкий физик. Лауреат Нобелевской премии 1905 г. за работы по катодным лучам.

Для осуществления фотоэффекта с пластинкой цинка необходимо, как было указано, действие ультрафиолетовых лучей, т. е. волн малой длины и большой частоты; если же подвергнуть действию света щелочные металлы (Na, K), то фотоэффект возникает и при действии видимых лучей.

Для каждого металла существует в оптическом спектре (рис. 175) граница *OO*, называемая «*красной границей*» фотоэффекта: все лучи спектра, расположенные справа от *OO* (ближе к фиолетовому концу), вызывают явление фотоэффекта в данном металле, все лучи, расположенные в спектре влево от *OO* — не вызывают в нем фотоэффекта; так например, для Na красная граница *OO* соответствует лучам, длина волны которых 0,68 *мк*, для лития — 0,52 *мк* и т. д.

Фотоэффект очень распространенное явление; там, где есть действие лучей света, можно предполагать и его наличие. Так, в газо-

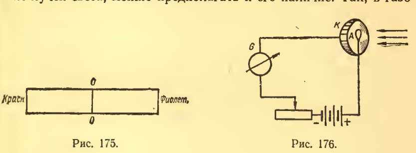


Рис. 175. Рис. 176.

вых разрядах, в искровом разряде электроны фотоэффекта или фотоэлектроны играют основную роль при образовании и распространении *стримеров*; фотоэффект проявляет свое значение в физиологии растений и животных, в частности — при облучении кожи.

По существу фотоэффект явление квантовое, почему теория его будет рассмотрена в квантовой оптике.

Остановимся на важном техническом применении этого явления. Первоначальная установка Столетова является источником электродвижущей силы, и потому может быть названа генератором или элементом, в котором энергия света превращается в энергию электрического тока. Для технического использования этой идеи созданы *фотоэлементы*; схема этого прибора такова. На внутренней стенке баллона *K* (рис. 176) наносится слой щелочного металла (калий, цезий), который подвергается действию света; против него располагается *A* — анод в виде сетки, кольца или спирали; в баллоне установлен высокий вакуум для более свободного движения электронов между *K* и *A*, без потерь энергии на ионизацию. При достаточной интенсивности света фототок, измеряемый гальванометром *G*, достигает нескольких микроампер. В цепь вводится батарея, налагающая на *A* и *K* «тянущее» напряжение; возни-

кающий под действием света электронный ток от K к A лишь замыкает цепь батареи внутри баллона.

В современных фотоэлементах для фотокатодов K не употребляют чистых металлов; для повышения их чувствительности к свету материал фотокатодов берут довольно сложного сочетания веществ, в которые входят щелочные металлы; так, наиболее распространены кислородно-цезиевые и сурьмяно-цезиевые катоды.

В вакуумных фотоэлементах повышение напряжения быстро приводит к току насыщения: все электроны, выделяемые освещенным катодом, полностью улавливаются анодом. Поэтому в технике более употребительны газонаполненные фотоэлементы с инертными газами (неон, аргон). Под действием электронного тока в газе возникает ионизация; вследствие появления газовых ионов этот несамостоятельный ток быстро возрастает с увеличением напряжения, но насыщения не получается. Для каждого фотоэлемента есть *предельное напряжение* (200—220 *в*), переходить которое нельзя, так как при более высокой разности потенциалов возникает *тлеющий разряд*, который может повести к пробою и разрушению элемента. Ток в газонаполненных фотоэлементах в 100 и более раз сильнее, чем в вакуумных фотоэлементах.

Замечательны свойства поверхности раздела между медью Cu и закисью меди Cu_2O, которая образуется на меди под действием высокой температуры.

1. В зависимости от полярности сопротивление поверхности раздела между медью и закисью меди различно. Если ток во внешней цепи (рис. 177) идет от меди (Cu) к закиси Cu_2O (полупроводник), то сопротивление всей цепи примерно в 50 раз меньше, чем при обратном направлении. Это значит, что в слое (медь — закись) электроны движутся только из меди в закись, следовательно, в пограничном слое при движении к меди возникает для электронов *высокий потенциальный барьер*, который могут преодолеть лишь немногие электроны, почему ток от закиси к меди во внешней цепи неизмеримо слабее, чем обратный ток. Следовательно, эта поверхность раздела может служить *выпрямителем переменного тока*. Такие же свойства выпрямлять ток обнаруживают многие полупроводники, между ними селен; в электротехнических установках селеновые выпрямители очень распространены.

2. Поверхность этого «*запирающего*» (заградительного) слоя при освещении обнаруживает сильный фотоэффект; появляется электронный ток от закиси к меди, т. е. в направлении меньшей проводимости. При одном и том же освещении ток этот гораздо сильнее, чем ток щелочных фотоэлементов. Замечательно, что спектральная граница чувствительности этого элемента отодвинута в область длинных инфракрасных волн (до $\lambda = 1$ *мк*). Неудивительно, что при столь важных преимуществах и простоте закисные фотоэлементы («*купроксы*») получили широкое распространение.

Схема включения купроксов показана на рис. 178: A — тонкий полупрозрачный слой металла, служащий электродом (анод), Cu_2O — слой закиси меди, непосредственно полученный на медном электроде K (катод), R — запирающий слой, поверхность закиси на меди, где и возникает фотоэффект под действием света, проникающего через полупрозрачные слои A и Cu_2O. При освещенности в 1 *лк* возникает электронный ток от закиси к меди порядка $0{,}6 \cdot 10^{-6} a$.

Многочисленны применения фотоэлементов: в звуковом кино, телевидении, для включения различных автоматов, станков и т. д.;

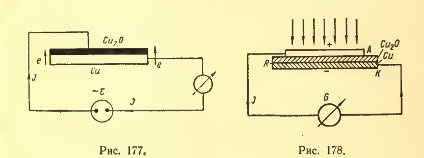


Рис. 177. Рис. 178.

эти применения фотоэффекта играют все более и более значительную роль как в научных исследованиях, так и в технике и быту.

В заключение из многих опытов, которые доказывают, что при фотоэффекте действительно светом выбиваются электроны, рассмотрим опыт немецкого физика Х у п к а (1910). Эти исследования позволили обнаружить зависимость массы электрона от скорости, наряду с опытами К а у ф м а н а, Г ю и и Л а в а н ш и и др.

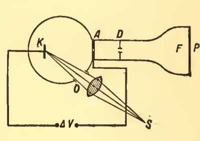


Рис. 179.

В эвакуированной до предельной степени разрежения трубке (рис. 179) на K и A налагалось низкое напряжение, при котором еще не возникают обычные при таком разрежении катодные лучи. Когда же катод K освещался через кварцевое окошко O дугой S, то возникал фотоэффект; электроны, проходя через отверстие анода A и диафрагму D, устремлялись в камеру F и на флуоресцирующем экране P наблюдалась тень от проволоки, натянутой в диафрагме D. Между D и P пучок электронов отклонялся магнитным полем; на флуоресцирующем экране наблюдалось и измерялось отклонение тени. Этими измерениями установлено:

1) При фотоэффекте из K вырывался действительно поток электронов, так как отношение $\frac{e}{m}$ имеет то же значение, как и в опытах Д ж. Д ж. Т о м с о н а.

2) Скорость электронов изменялась при помощи изменения напряжения между A и K; при этом изменялось и отношение $\frac{e}{m}$, что означает изменение массы электрона m при изменении скорости. Эти изменения массы происходили согласно формуле теории относительности:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Начало современной теории фотоэлектрического эффекта на основе квантовой теории положил Э й н ш т е й н в 1955 г. Из этой теории следует, что энергия кванта света или фотона равна $h\nu$, где ν — частота падающего света в герцах (1 *гц* равен одному колебанию в 1 *сек*), h — постоянная П л а н к а:

$$h = (6{,}62517 \pm 0{,}00023) \cdot 10^{-27}\ эрг \cdot сек.$$

Когда фотон падает на поверхность какого-либо вещества, то за счет его энергии $h\nu$ электрон возбуждается и может вырваться из вещества с энергией $Э$; при этом будет совершена работа выхода электрона A. На основании закона сохранения энергии Э й н ш т е й н вывел *уравнения фотоэффекта* в следующем виде:

$$Э = h\nu - A. \qquad (58\text{-}1)$$

Если энергия фотона $h\nu$ меньше работы выхода электрона, то электроны не будут выделяться с поверхности вещества. В этом и кроется причина существования предельной длины волны для фотоэффекта. Работа выхода электрона очень мала у щелочных металлов; поэтому всего длинней для них и предельная волна, еще вызывающая фотоэффект. Наиболее легко ионизируется вещество под действием рентгеновских лучей, так как их длина волны очень мала, а частота — велика.

Мы познакомились с ионизацией газов, с термоэлектронной эмиссией, с вторичной эмиссией и фотоэффектом. Во всех этих случаях дело идет о вылете электронов из вещества за счет энергии тех или иных агентов. Остается рассмотреть вопрос о том, как можно вызвать эмиссию электронов с катода под действием сильного электрического поля. Для этого трубка высокого вакуума должна содержать два металлических электрода. Из них катод представляет собою острие, а анод делают широким (рис. 180). Силовые линии поля сгущаются у катода и напряженность поля здесь становится очень большой. Так, при радиусе катода в одну сотую мил-

лиметра и напряжении 1000 *в* напряженность поля у катода составит миллион вольт на сантиметр. При такой напряженности у катода в трубке возникает слабый ток, осуществляемый электронами, непосредственно вылетающими из катода. С увеличением напряжения ток быстро растет.

По представлениям современной физики электрон обладает не только корпускулярными, но и волновыми свойствами. Поэтому электронная волна, встречая на своем пути потенциальный барьер, на границе тела частично отражается от него и в то же время частично проходит сквозь барьер (*туннельный эффект*), чем и обусловливается *автоэлектронная эмиссия* с холодного катода. Автоэлектронная эмиссия в дуговом разряде с холодным катодом — основной процесс, обеспечивающий выход электронов из катода, например, при разряде в ртутных выпрямителях. Но практически всегда имеет место и термоэлектронная эмиссия, которая, однако, при низких температурах ничтожно мала. Здесь мы не даем более детального изложения современной теории внешнего и внутреннего фотоэффекта, что является предметом изучения раздела «Оптика».

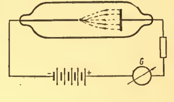


Рис. 180.

§ 59. Понятие о плазме

Поле, действующее на всякий электрон или ион в газе или в вакууме, есть результат сложения внешнего поля, определяемого разностью потенциалов на электродах, и суммарного поля совокупности всех заряженных частиц, находящихся между электродами. Сумма зарядов всех таких частиц в данной области поля называется «*пространственным зарядом*».

В разрядной трубке электроны перемещаются к аноду, положительные ионы — к катоду; электроны вследствие своей малой массы двигаются гораздо скорее ионов и быстро исчезают из некоторой части пространства между электродами, и в нем скопляются ионы, образуя тут пространственный положительный заряд. При положительном потенциале зонда в разрядной трубке около него образуется слой отрицательного пространственного заряда вследствие скопления около зонда электронов, которые идут на зонд, не достигая анода.

Подобно этим простым примерам, пространственный заряд проявляет себя в тлеющем и коронном разряде, в искровом разряде и во многих других электронных процессах.

Исследования газовых разрядов при достаточно большой силе тока *методом зондов* и другими приемами установили появление в междуэлектродном пространстве особых устойчивых образований

высокоионизированного газа, таковы: положительный столб в тлеющем разряде, почти весь промежуток между электродами в дуговом разряде, главный канал в искре и молнии и т. д. Первый исследователь этих образований высокоионизированных газов Ленгмюр (1924) дал им название — «*плазма*».

Дальнейшие исследования показали, что свойствами плазмы обладают огромные скопления газов при высоких температурах в атмосферах звезд, также и в ионосфере — сильно ионизированном слое земной атмосферы.

Основные признаки плазмы:

1) Высокая степень ионизации газа, в пределе — полная ионизация всех нейтральных частиц.

2) Концентрации положительных и отрицательных частиц в плазме почти одинаковы, в результате чего пространственный заряд плазмы практически равен нулю.

Таким образом, плазма в целом обладает свойством квазинейтральности.

В газоразрядных плазмах частицы — электроны и ионы — находятся в электрическом поле между электродами и получают ускорения; в частности положительные *стримеры* искрового разряда представляют собой плазму, состоящую из электронов и ионов. Однако при этом все же беспорядочное тепловое движение удободвижных электронов преобладает над упорядоченным движением под действием поля. Движение свободных электронов под действием поля между хаотически расположенными, сравнительно малоподвижными ионами, обусловливает *проводимость плазмы*, приближая ее в этом отношении к проводникам.

Отсюда вытекает своеобразное свойство газоразрядной плазмы: разные виды входящего в ее состав вещества имеют разную температуру, обладают разной кинетической энергией. Так, возьмем разряд в парах ртути при низком давлении ($5 \cdot 10^{-3}$ *мм рт. ст.*); температура нейтрального газа до появления плазмы 300° K; после возникновения плазмы температура электронного газа 30 000° K, температура ионов 1000° K; плазма в неоне (рекламная трубка): температура электронов 25 000°K, ионов — 1500°K.

Обратим внимание еще на одно свойство плазмы. Вследствие многообразных взаимодействий заряженных частиц электроны, как самые легкие по массе, при их движении между более массивными ионами, подвержены действию *возвращающей силы*, что обусловливает для них колебательное движение, кроме поступательного; установлены *колебания электронов* в плазме с огромной частотой (например — в плазме паров ртути для колебаний электронов частота $\nu = 1 \cdot 10^8$ *гц*, чему соответствует длина волны $\lambda = 300$ *см*). Эти колебания электронов между ионами вызывают общее *вибрационное состояние плазмы*.

Неотъемлемыми признаками плазмы являются: а) свечение, б) электропроводимость. Свечение указывает на то, что частицы плаз-

мы возбуждаются и, возвращаясь в нормальное состояние, испускают радиацию. Свечение имеет место и при рекомбинации, т. е. соединении электронов с положительными ионами. Теорию ионизации газа при его нагревании разработал в 1920 г. Саха *. *Плазмой называется сильно ионизированный газ, в котором положительные и отрицательные заряды находятся в приблизительно равных количествах, и поэтому газ в целом электрически нейтрален.* Все образующие плазму частицы находятся в хаотическом тепловом движении. Если температуры всех компонент плазмы (электрической, ионной, нейтральной) равны между собою, то плазму называют *изотермической*. Обычно плазма, обусловленная высокой температурой, является изотермической. В ней вещество находится в состоянии теплового равновесия при высокой температуре. Неизотермической плазмой является, например, ртутная дуга низкого давления в выпрямителях: электронные температуры в ней достигают 10 000—20 000°C, ионная температура 2000—3000°C, а температура ртутного пара не превышает нескольких сот градусов.

Неизотермическая плазма не находится в тепловом равновесии; она существует только при внешнем воздействии и постоянном притоке энергии.

Ионизированные газы есть в каждом пламени костра, но это еще не настоящая плазма, какой являются: пламя сварочной горелки, пламя реактивного двигателя, пламя взрыва. Плазма может быть создана при сильном и быстром сжатии газов, например, падающим метеором.

Солнце и все звезды представляют собой вещество в состоянии плазмы. Извержения этого вещества — *протуберанцы* — представляют собою фонтаны плазмы со средней высотой 30 000 *км*. В видимом нами слое—*фотосфере* Солнца — при температуре около 6000°C концентрация свободных электронов достигает 10^{13}, а степень ионизации газов 10^{-4} (отношение числа ионов и свободных электронов к числу всех заряженных и нейтральных частиц). Уже при углублении на 0,1 радиуса температуру оценивают в 400 000°C и степень ионизации приближается к 100%. В глубине Солнца все электроны атомов сорваны со своих орбит, и плазма состоит из атомных ядер, электронов и фотонов. Еще глубже, при температуре в миллионы градусов, начинается распад самих ядер на протоны и нейтроны. Здесь могут идти и обратные процессы — образования сложных ядер из простых с выделением при этом громадных количеств энергии, пополняющей расход на излучение. В веществе нашей звездной системы — Галактики — твердое состояние занимает всего 0,001 всей массы, жидкое — еще меньше, а все остальное — газ

* Мегнад Саха (1893—1956) — индийский физик и астроном. Его ионизационная теория легла в основу современных методов изучения физики звезд.

8*

в подавляющей доле в состоянии плазмы. Приведем данные о некоторых видах плазмы:

Вид плазмы	Число в 1 $см^3$		Температура в тысячах градусов		Электропроводность в 1/(ом·см)	Степень ионизации
	молекул	электронов	молекул	электронов		
Ионосфера F . . .	10^{11}	10^{6}	0,25		около $4 \cdot 10^{-2}$	10^{-5}
Газосветная, неоновая трубка .	$3 \cdot 10^{16}$	$5 \cdot 10^{12}$	0,4	25	0,15	$1{,}7 \cdot 10^{-4}$
Ртутный выпрямитель	$2 \cdot 10^{15}$	10^{13}	0,45	15	15	$0{,}5 \cdot 10^{-2}$
Прожекторная дуга	10^{18}	10^{15}	6	6	40	10^{-3}
Фотосфера Солнца	10^{17}	10^{13}	5,5	5,5	10	10^{-4}
Центр Солнца . .	10^{26}?	10^{26}?	$2{,}5 \cdot 10^{4}$	$2{,}5 \cdot 10^{5}$	$6{,}4 \cdot 10^{5}$	1

Внутренняя энергия плазмы включает помимо уже известных видов энергии: кинетической энергии поступательного и вращательного движения частиц, энергии их колебательного движения еще энергию возбуждения и ионизации частиц. Поэтому теплоемкость плазмы значительно больше теплоемкости паров и газов. Она может достигать 100—200 *кал/(град·моль)*. На рис. 181 изображен ход теплоемкости плазмы c_v в парах ртути в зависимости от роста температуры.

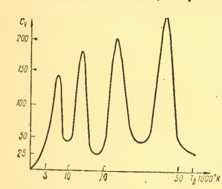


Рис. 181.

Мы уже упоминали о том, что высокотемпературной плазме присущи разнообразные колебания объемных зарядов с образованием электрических полей; такие колебания вызывают появление электроакустических волн. При разрядах в разреженных газах в трубках появляются светлые слои — страты — это места наиболее интенсивной ионизации и возбуждения газа электронными ударами. Они чередуются с темными полосами, где электроны, потерявшие скорость, вновь разгоняются в электрическом поле. Плазме присущи и явления магнитногидродинамических волн, теорию которых разработал в 1942 г. шведский физик Альфвен. Теоретические основы способа теплоизоляции плазмы были разработаны в Советском Союзе в работах академиков А. Д. Сахарова * и И. Е. Тамма ** в 1951 г., эксперименты были опубли-

* Андрей Дмитриевич Сахаров (род. в 1921 г.), академик с 1953 г.

** Игорь Евгеньевич Тамм (род. в 1895 г.). Лауреат Государственной премии СССР и Нобелевской премии 1958 г. за разработку тео-

кованы академиками И. В. Курчатовым, Л. А. Арцимовичем* и М. А. Леонтовичем** в 1956 г.: в прямых цилиндрах с разреженными газами пропускались токи до $2 \cdot 10^6$ *а*. Получался сжатый шнур плазмы с температурой около миллиона градусов.

В Англии исследования в этой области ведут физики под руководством П. Тонемана.

§ 60. Электронные и ионные приборы

Электровакуумные приборы, действие которых основано на движении электронов в вакууме или ионов в газах и парах, носят название электронных и ионных приборов. С некоторыми из этих приборов мы уже знакомы: в § 46 и 47 описан важнейший из них — электронная лампа; в § 58 — фотоэлемент, в § 54 — ртутный выпрямитель. Здесь мы рассмотрим некоторые наиболее важные типы таких приборов.

Электронно-лучевая трубка — электровакуумный прибор с одним или несколькими управляемыми пучками электронных лучей. Прообразом электронно-лучевой трубки была трубка Брауна***, сконструированная в 1897 г., для наблюдения быстрых электрических явлений. В трубке Брауна имелись: холодный катод, диафрагма, анод и люминесцирующий экран. Катодные лучи создавались за счет ионизации разреженного газа и выбивания электронов из катода положительными ионами. Электронный луч проходил через отверстие диафрагмы и мог отклоняться магнитным полем, образуя на экране светящуюся точку. Трубка Брауна применялась для наблюдения и записи электрических колебаний. Ученый Розинг**** в 1907 г. высказал мысль о применении этой трубки для приема телевизионных изображений. В этот же период Мандельштам разработал схему временной развертки изображений на экране электронно-лучевой трубки, а Рожан-

---

рии явления Черенкова. Его разнообразные труды по теоретической физике посвящены, главным образом, квантовой механике и ее применениям.

* Лев Андреевич Арцимович (род. в 1909 г.). Лауреат Ленинской премии 1958 г. Исследования по проблемам атомной и ядерной физики.

** Михаил Александрович Леонтович (род. в 1903 г.). Лауреат Ленинской премии 1958 г., работы по электродинамике, оптике, статистической физике, радиофизике.

*** Карл Фердинанд Браун (1850—1918) — немецкий физик, основные работы по радиотехнике. Лауреат Нобелевской премии 1909 г. за достижения в развитии беспроволочной телеграфии.

**** Борис Львович Розинг (1869—1933) — советский физик (русская привилегия его изобретения 26 июля 1907 г.), создал способ усиления токов фотоэлементов; его работы послужили основой для развития электронных систем телевидения.

с к и й * усовершенствовал метод, лежащий в основе действия трубок, используемых в индикаторах радиолокационных станций.

В 1922 г. группа советских радиотехников под руководством Бонч-Бруевича ** впервые применила электронно-лучевую трубку для измерения малых промежутков времени.

Схематическое устройство электронно-лучевой трубки дано на рис. 182; здесь *1* — катод, *2* — управляющий электрод, *3* — первый анод, *4* — второй анод, *5* — вертикально отклоняющие пластины, *6* — горизонтально отклоняющие пластины, *7* — цоколь, *8* — горловина, *9* — корпусная часть, *10* — аквадаг, *11* — электронный прожектор, *12* — отклоняющие пластины, *13* — флюоресцирующий экран. Электронный луч изображен штриховой линией. Из баллона откачан воздух. Стенки корпуса и горловины покрыты изнутри слоем коллоидного раствора графита (аквадаг) для отвода вторичных электронов во внешнюю цепь. Электроны, испускаемые горячим катодом *1*, ускоряются и фокусируются в луч при помощи управляющего электрода *2* и двух анодов *3* и *4*. Между ними создается разность потенциалов, ускоряющая движение электронов. Совокупность электродов *1—4* называют *электронной пушкой или электронным прожектором.*

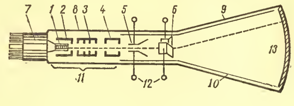


Рис. 182.

Управление электронным лучом, т. е. смещение его по горизонтали и по вертикали, осуществляется при помощи электростатических полей *5* и *6*. Наряду с электростатическим управлением применяется и магнитное управление.

Электронно-лучевые трубки широко используются в измерительной технике, медицине, телевидении, радиолокации и других областях науки и техники. Сообразно целям они имеют разнообразную конструкцию. Но по характеру преобразований, осуществляе-

---

* Дмитрий Аполлинариевич Рожанский (1882—1936) — советский физик, исследования по радиофизике.

** Михаил Александрович Бонч-Бруевич (1888—1940) — советский радиотехник, организовал отечественное производство электронных ламп в 1918 г., создал Нижегородскую радиолабораторию, содействовавшую развитию радиотехники в Советском Союзе.

мых с помощью электронно-лучевых трубок, их можно разделить на четыре типа:

1) трубки, в которых электрические сигналы преобразуются в видимые изображения;

2) трубки, в которых видимые изображения преобразуются в электрические сигналы;

3) трубки, в которых электрические сигналы накопляются с последующим преобразованием в форме тоже электрических сигналов или же видимых изображений;

4) трубки, в которых невидимое излучение преобразуется в видимое.

Помимо электронных ламп и электронно-лучевых трубок к *электронным приборам* относятся также фотоэлементы, рентгеновские трубки.

К *ионным приборам* относятся: выпрямители тока (ртутный, газотрон, игнитрон), стабилизаторы напряжения (стабиловольт), реле (тиратрон), ионные разрядники, ускорители заряженных частиц, счетчики заряженных частиц, масс-спектрографы.

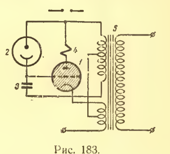


Рис. 183.

Здесь мы коснемся только устройства и действия *тиратронного реле*. Тиратрон представляет собою электровакуумный ионный прибор с накаливаемым катодом и сеточным управлением, с несамостоятельным дуговым разрядом в разреженном газе. От газотрона он отличается наличием управляющей сетки. Наполнителями являются инертные газы, а в мощных импульсных тиратронах — водород. При наличии на сетке отрицательного или даже небольшого положительного потенциала разряд в тиратроне не возникает. При повышении напряжения на сетке до значения, при котором скорости электронов, переходящих сквозь сетку к аноду, достаточны для ионизации газа в разрядном промежутке, в тиратроне возникает *дуговой разряд*. Анодный ток при этом резко увеличивается, а разность потенциалов между катодом и анодом уменьшается.

Тиратроны применяются в автоматике и телемеханике в качестве чувствительного и мощного реле. На рис. 183 изображена схема устройства тиратронного реле: *1* — тиратрон, *2* — фотоэлемент, *3* — конденсатор, *4* — электромагнитное реле, *5* — трансформатор. Изменение освещения фотоэлемента меняет его сопротивление. Схему регулируют с таким расчетом, чтобы при определенной освещенности фотоэлемента срабатывал тиратрон. Тиратронные реле широко используются в электрических регуляторах и в следящих системах.

Глава IX

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ЖИДКИХ И ТВЕРДЫХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

§ 61. Электролиз

Электролитами называются химические вещества и системы, в которых перенос электричества осуществляется движением положительных и отрицательных ионов и сопровождается химическими превращениями. Электролиты бывают слабые и сильные. В растворах *слабых электролитов* последние лишь частично диссоциированы на ионы. К ним относится большинство органических кислот, многие органические основания, а также некоторые неорганические кислоты и основания (например, HCN и NH_4OH). *Сильные электролиты* полностью распадаются в растворах на ионы вплоть до значительных концентраций.

Разнообразные явления в цепи, при которых ток оказывается причиной химических реакций, выделения вещества на электродах из растворов электролитов, называются *электролизом*. Сюда относятся, например, выделение меди из раствора $CuSO_4$, серебра из раствора $AgNO_3$ и т. д.

Химические реакции происходят между электродами и раствором во всяком гальваническом элементе и служат причиной *поляризации электродов*.

На электродах скопляются продукты электролиза (например, газы О, Н), вследствие чего между ними возникает разность потенциалов и *электродвижущая сила поляризации*. Как известно, это явление лежит в основе устройства важных технических источников тока — аккумуляторов.

При устройстве технических аккумуляторов в гнезда свинцовой решетки вмазывают пасту из PbO — окиси свинца; две такие пластины погружают в раствор серной кислоты; происходит реакция:

$$PbO + H_2SO_4 \rightarrow PbSO_4 + H_2O. \tag{61-1}$$

Если к таким свинцовым пластинам, погруженным в раствор серной кислоты, приложить внешнюю разность потенциалов, то возникает электролиз с выделением кислорода на аноде, причем свинец переходит в *перекись* PbO_2, на катоде выделяется водород. Таким образом, электроды уже неоднородны, между ними возникает разность потенциалов 2,1 *в*, которая при разряде обусловит ток в цепи, соединяющей электроды; при разряде свинец соединяется с серной кислотой, образуя *сернокислый свинец*. Обе обратные реакции заряда и разряда аккумуляторов могут быть изображены так:

$$\underset{\text{сернокислый свинец}}{2\,PbSO_4} + 2\,H_2O \xrightleftharpoons[\text{разряд}]{\text{заряд}} \underset{\text{перекись свинца}}{PbO_2} + 2\,H_2SO_4 + \underset{\text{губчатый свинец}}{2\,Pb}. \qquad (61\text{-}2)$$

Итак, внешняя картина электролиза очень проста: при прохождении тока через электролит на катоде всегда выделяются водород и металлы, на аноде — галоиды, кислород, кислотные остатки вроде SO_4 и т. д.

Первые наблюдения электролиза были произведены в 1803 г. в Петербурге Петровым, затем Никольсоном и Карлейлем в Англии. Фарадей в 1834 г. установил два закона электролиза, которые позволили количественно характеризовать это явление и легли в основу всех теорий электролиза и важнейших следствий, из них вытекающих.

Первый закон Фарадея. *Масса выделившегося при электролизе вещества пропорциональна силе тока и времени его действия:*

$$m = kIt; \qquad (61\text{-}3)$$

здесь m — число миллиграммов выделившегося вещества, I — сила тока в амперах, t — время в секундах, k — коэффициент пропорциональности, называемый *электрохимическим* эквивалентом вещества. Электрохимический эквивалент k измеряется числом миллиграммов данного вещества, которое выделяется в 1 *сек* током в 1 *а*. Из этого определения следует, что k характеризует электрические свойства данного вещества, определяя, какое количество его связано с кулоном электричества.

Тщательные исследования позволили установить значения k для ряда веществ; с особой тщательностью трудами выдающихся экспериментаторов был определен электрохимический эквивалент серебра, он оказался равным $1{,}11800\frac{мг}{к}$. Как известно, это число в свое время было положено в основу международного определения ампера.

Второй закон Фарадея. *Электрохимические эквиваленты разных веществ пропорциональны их химическим эквивалентам.*

Прежде всего вспомним ряд определений, с которыми нам придется иметь дело в дальнейшем.

1. *Химический эквивалент* x численно равен отношению атомного веса вещества A к n — его валентности: $x = \frac{A}{n}$.

Примеры. Для кислорода: $A = 16$, $n = 2$, $x = \frac{16}{2} = 8$; для серебра $A = 107{,}88$, $n = 1$, $x = 107{,}88$.

2. *Грамм-эквивалент* данного вещества есть число граммов, равное его химическому эквиваленту x.

Так, для серебра грамм-эквивалент $x = 107{,}88$ *г*, для кислорода 8 *г* и т. д.

3. *Грамм-атом* данного вещества есть число граммов этого вещества, равное его атомному весу A.

Для серебра грамм-атом $A = 107{,}88$ *г*; для кислорода грамм-атом $A = 16$ *г*, для водорода грамм-атом $A = 1{,}008$ *г*.

4. *Грамм-молекула* данного вещества (*моль*) есть число граммов его, равное его молекулярному весу μ.

Для кислорода грамм-молекула $\mu = 32$ *г*; для водорода грамм-молекула $\mu = 2{,}016$ *г*.

Для *одновалентных* веществ $x = A$, т. е. грамм-эквивалент выражается тем же числом, как и грамм-атом.

Экспериментальная установка для обоснования второго закона Фарадея может быть такова, как на рис. 95. Последовательно включив в цепь несколько вольтаметров, например, с растворами серной кислоты H_2SO_4, азотнокислого серебра $AgNO_3$, сернокислой меди $CuSO_4$ и т. д. и определив массы веществ, выделенных в одно и то же время одним и тем же током I, найдем, что отношения электрохимических эквивалентов k к химическим эквивалентам x для всех веществ выражаются одним и тем же числом 0,01036.

На основании этих данных второй закон Фарадея выразится так:

$$k = 0{,}01036\ x. \qquad (61\text{-}4)$$

Подставив это значение k в формулу первого закона, находим общую формулу, в которой заключены оба закона Фарадея:

$$m = 0{,}01036\ xIt. \qquad (61\text{-}5)$$

Вещество	k	A	n	$x = \frac{A}{n}$	$\frac{k}{x}$
H	0,01045	1,00797	1	1,008	0,01036
Al	0,0936	26,9815	3	9,0	0,01036
Ag	1,11800	107,870	1	107,87	0,01036
N	0,0484	14,0067	3	4,67	0,01036
Cl	0,3675	35,453	1	35,45	0,01036
Cu	0,3294	63,54	2	31,77	0,01036
Fe	0,2893	55,847	2	27,92	0,01036
Hg	1,03994	200,59	2	100,3	0,01036
O	0,0829	15,9994	2	8,0	0,01036
Pb	1,0731	207,19	2	103,5	0,01036
Na	0,2383	2,9898	1	23,0	0,01036
K	0,4052	39,102	1	39,1	0,01036

Произведение $It = q$ определяет число кулонов, прошедших через электролит; мы приходим к иному выражению законов Фарадея:

$$m = 0{,}01036\ xq. \qquad (61\text{-}6)$$

Эта формула связывает механическую (m), химическую (x) и электрическую (q) величины, характеризующие явление электролиза; в ней впервые появляется мысль о том, что всякий вид вещества, поскольку он определяется механическими и химическими свойствами, имеет, кроме того, собственные электрические характеристики. Так, задолго до открытия радиоактивности и прочих экспериментальных исследований строения атома, в законах Фарадея выступает мысль об электрических свойствах материи.

Из законов Фарадея следует, что данное количество электричества q при электролизе выделяет всегда вполне определенное количество m данного вещества, химический эквивалент которого x совершенно независит от концентрации и состава раствора и от того, какое сложное соединение подвергается разложению, а также и от времени, в течение которого это число кулонов q проходят через электролит.

Перейдем к дальнейшему анализу содержания законов Фарадея.

Положим, что при электролизе некоторого вещества выделилось как раз число граммов, равное его химическому эквиваленту, т. е. выделилось ровно x — один грамм-эквивалент этого вещества; например, 107,87 *г* серебра, 9,0 *г* алюминия, 31,77 *г* меди и т. д.; вообще, выделилось $m = \frac{A}{n}$.

Тогда уравнение Фарадея примет вид

$$m = 0{,}00001036\, xq; \qquad (61\text{-}7)$$

$$\frac{A}{n} = 0{,}00001036 \cdot \frac{A}{n}\, q; \quad 1 = 0{,}00001036\, q;$$

отсюда

$$q = \frac{1}{0{,}00001036} \approx 96\,500 \ \text{к}.$$

Итак, постоянное число $F = 96\,500$ *к* обусловливает выделение при электролизе одного грамм-эквивалента любого вещества. Это количество кулонов электричества, называемое *фарадеевым числом*, обусловит выделение 1,008 *г* водорода, или 9,03 *г* алюминия, или 107,87 *г* серебра, или 31,77 *г* меди, или 23 *г* натрия и т. д.

Можно и иначе выразить это очень важное заключение: $F = 96\,500$ *к* * обусловливает при электролизе выделение одного грамм-атома любого одновалентного вещества (AgCl, Na и т. д.), 1/2 грамм-атома любого двухвалентного вещества (Cu, O и т. д.), 1/3 грамм-атома любого трехвалентного вещества (Al, N и т. д.).

Следовательно, начальное представление, которое возникает на почве этих заключений,таково: через электролит проходит ток

---

* Более точное значение: $F = (96521{,}9 \pm 1{,}1)\ \frac{\text{к}}{\text{г-экв}}$.

электричества, и для выделения каждого грамм-атома одновалентного вещества нужно $F = 96\,500$ *к*, для двухвалентного вещества нужно на каждый грамм-атом $2F$ кулонов, для трехвалентного вещества на грамм-атом нужно $3F$ кулонов и т. д.

Напомним обширные и разнообразные технические приложения электролиза. При электролизе едких щелочей были выделены натрий и калий (Дэви *, 1807 г.) и другие металлы (Ba, Mg, и т. д.); академик Б. С. Якоби ** (1838) изобрел *гальванопластику и гальваностегию*; на основании этих явлений получили широкое применение никелирование, серебрение, оцинковывание железа и т. п. Хотя алюминий был давно выделен (Веллер, 1822 г.), но техническое значение он получил, когда в 80-х годах был открыт способ его добычи при помощи электролиза расплава глинозема Al_2O_3 или *бокситов*, содержащих до 70% этого вещества; все огромное количество алюминия, столь необходимого в технике, военном деле и быту, получается в настоящее время при помощи электролиза.

§ 62. Электролитическая проводимость в твердых телах и жидкостях

В то время как проводимость металлов основана на движении содержащихся в них электронов, в известных других твердых веществах, прежде всего во многих солях, носителями зарядов являются положительные и отрицательные ионы, т. е. атомы, несущие один или несколько элементарных зарядов. Такого рода проводимость, при которой имеет место перемещение целых атомов, обозначается как *электролитическая проводимость*.

Примером такого рода является стекло при повышении его температуры. Возьмем стеклянную трубку и два провода, причем проволока навита несколько раз вокруг трубки так, что оба провода отстоят друг от друга на 1/2 *см*. Включим концы проводов в осветительную сеть через электрическую лампочку (рис. 184) и будем разогревать стеклянную трубку между проволоками пламенем горелки. Через короткое время, как только трубка раскалится, станет заметно появление маленьких белых искорок у проводов; одновременно лампа начинает сначала слабо, потом все ярче светиться. Далее, если даже удалить горелку, то стеклянная трубка будет разогреваться проходящим через нее током и лампа

---

* Гемфри Дэви (1778—1829) — английский химик и физик, с 1826 г. почетный член Петербургской Академии наук. Сделал много открытий в химии; в области физики работал по исследованию электричества.

** Борис Семенович Якоби (1801—1874) — русский физик и электротехник. Член Петербургской Академии наук с 1839 г. Изобрел электродвигатель, 10 конструкций телеграфа, гальванопластику, самовоспламеняющиеся мины и т. д.

продолжает светиться. Обычно через некоторое время трубка плавится.

Электролитическим путем можно перемещать через стекло натрий и использовать это явление для того, чтобы совершенно чистый натрий выпал внутри эвакуированного стеклянного сосуда. Нижний конец такого сосуда погружают в чашку, содержащую расплавленную проводящую соль натрия, и нагревают все это вместе с погруженной частью стеклянного сосуда на 300°С. Соединяют положительный полюс источника высокого напряжения с расплавом соли, отрицательный — с находящимся внутри сосуда накаливаемым катодом. Тогда через сосуд протекает разряд между катодом и действующим как анод разогретым местом стеклянной стенки и ток идет сквозь проводящее при этой температуре стекло. Носителями положительного заряда выступают здесь содержащиеся в стекле ионы натрия. Они движутся по направлению внутрь сосуда и выделяются на внутренней стороне стеклянной стенки в качестве металлического натрия. На их место поступают новые ионы натрия из расплава в стекло, которое вследствие этого остается неизменным в своем составе. Подобным образом выделяется медь на катоде в растворе $CuSO_4$ с медного анода. При очень сильных токах и у металлов наблюдается очень слабая электролитическая проводимость.

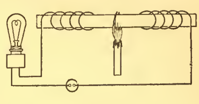


Рис. 184.

Пусть к проводнику приложено напряжение U, возникший ток обозначим через I. Если нанести на диаграмму U как функцию I или, наоборот, I как функцию U, то получается кривая, называемая *характеристикой проводника*. В случае постоянства сопротивления R характеристикой по закону Ома будет прямая линия. В действительности этого никогда точно не бывает, так как из-за тока всякий проводник нагревается и сопротивление оказывается той или иной функцией силы тока: $R = R(I)$. Но у многих проводников сопротивление само по себе является функцией I, а именно тогда, когда число носителей зарядов в проводнике зависит от силы тока. Мы уже ознакомились с этим случаем при изучении разряда в газах. Тогда на место закона Ома выступает уравнение $U = IR(I)$. Смотря по тому, положительно или отрицательно «*дифференциальное сопротивление*» dU/dI, говорят о *восходящей или падающей характеристике*. Вообще,

$$\frac{dU}{dI} = R(I) + I\frac{dR(I)}{dI}. \tag{62-1}$$

Бывают случаи, когда функция $R(I)$ оказывается такой, что и при достаточно высокой силе тока I производная dU/dI оказывает-

ся отрицательной. На рис. 185 изображена характеристика такого проводника, у которого при небольшом напряжении восходящая характеристика, а при высоком напряжении — падающая. При падающей характеристике в проводнике наступает неустойчивое (лабильное) состояние. Каждое случайное небольшое увеличение силы тока вызывает падение сопротивления и тем самым дальнейшее возрастание силы тока, связанное с новым падением сопротивления, так что сила тока, насколько это позволяют сопротивления в цепи, все далее и далее возрастает.

Исключая жидкие металлы и расплавляемые соли, остальные жидкости в химически чистом виде являются очень плохими проводниками и большей частью даже превосходными изоляторами. Во многих случаях, когда у чистой жидкости обнаруживается сла-

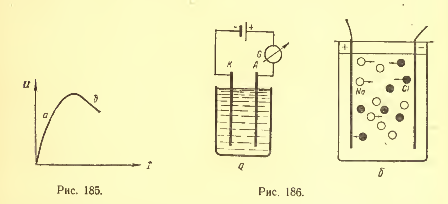


Рис. 185. Рис. 186.

бая проводимость, возникает подозрение, нет ли маленького остатка примесей в процессе очистки жидкости. Так, совершенно чистая вода является исключительно плохим проводником. На основании уже развитых представлений ясно, что проводимость жидкости зависит от содержания в ней свободно движущихся носителей зарядов (ионов, электронов). Если две пластинки платины *K* и *A*, находящиеся в хорошо очищенном стеклянном сосуде, наполненном дистиллированной водой, включить в цепь с гальванометром и двумя полюсами батареи аккумуляторов на 4—10 *в* (рис. 186, *а*), то гальванометр *G* покажет очень слабый ток — доказательство того, что вода (непременно химически чистая) обладает плохой проводимостью. Но стоит капнуть в воду одну каплю кислоты или раствора какой-нибудь соли, как сила тока возрастает скачком и достигает при увеличении концентрации значительной величины. Следовательно, проводимость воды исключительно зависит от растворенных в ней веществ. Но не все растворенные вещества обладают таким свойством, а только соли, основания и кислоты; так например, растворенный сахар не повышает проводимость воды. Растворы и

в других жидкостях обнаруживают большую или меньшую проводимость. Но и в водных растворах она достигает самое большее 1/10 000 проводимости наиболее слабо проводящих металлов. Как известно, электролитом называется жидкость, сделанная путем растворения вещества проводящей.

Кроме водных растворов, *электролитическая проводимость* особенно четко выражена у некоторых расплавленных солей. Это легко объяснить относительно таких солей, кристаллы которых состоят из ионов. Они при плавлении частью остаются ионами и обладают свободной подвижностью. Но есть и такие ионные кристаллы, ионы которых при плавлении объединяются в электрически нейтральные молекулы. Поэтому не все соли, образующие ионные кристаллы, имеют в расплаве электролитическую проводимость.

§ 63. Ионный ток в электролитах

Можно себе представить, что в растворе нейтральные молекулы (например $NaCl$) диссоциируются, разлагаются на составные части, из которых каждая оказывается заряженной; такие заряженные атомы или группы атомов Фарадей назвал *ионами* *.

Возьмем какую-нибудь соль, например, хлористый натрий $NaCl$ или сернокислую медь $CuSO_4$; в твердом виде молекулы ее нейтральны. Когда эта соль растворяется в воде, то в растворе происходит диссоциация молекул на части, несущие на себе противоположные заряды. В растворе появляются ионы с противоположными знаками, например Na^+ и Cl^- или Cu^{++} и SO_4^{--}; беспорядочное движение этих ионов в растворе приводит к постоянному их соединению (рекомбинации или молизации) под действием электрических сил и к новому распадению под действием растворителя и молекулярного движения. Но как только в раствор вносятся электроды, между которыми есть разность потенциалов, и в растворе образуется электрическое поле, то ионы приходят в упорядоченное движение (рис. 186, *б*): положительные ионы направляются к катоду (Na, Cu) отрицательные ионы идут к аноду (Cl, SO_4). В этом движении ионов, переносящих заряды к электродам, и заключается явление электролиза.

Во многих случаях электролиза можно непосредственно наблюдать движение ионов — заряженных частиц в растворах, коль скоро в них введены электроды с надлежащей разностью потенциалов. Например:

1. При электролизе раствора (0,4%) свинцового сахара (средняя уксусно-свинцовая соль $[Pb(C_2H_3O_2)\cdot 3H_2O]$ на катоде (свинце) выделяется металлический свинец в виде красиво разветвленного кристалла.

---

* Греч. слово «ион» — идущий.

2. При электролизе марганцево-калиевой соли $KMnO_4$ окрашенные ионы MnO_4 двигаются к аноду в растворе KNO_3 или $[(NH_2)_2CO]$.

С точки зрения этих представлений, электрический ток через электролит сводится к движению ионов — положительных и отрицательных — и проводимость раствора зависит от его диссоциации.

Если мы возьмем не дистиллированную воду, а обычную, из водопровода или колодца, то увидим, что она обладает некоторой проводимостью: в недистиллированной воде всегда есть растворенные соли, следовательно, этот раствор ионизирован.

Картина электролиза приводит нас к такому заключению: ток в жидкостях, по существу, отличается от обычного тока проводимости в металлах; в *электролитах перемещаются ионы*, т. е. заряженные части молекул растворенного вещества.

Для более подробного понимания этого явления необходимо обратиться к теории растворов (т. I, стр. 414).

Теория растворов Вант-Гоффа* (1886) уподобляет диффузию растворенного вещества в растворителе испарению и распространяет законы идеальных газов на растворы (т. I, стр. 414). Поэтому в уравнении Клапейрона**:

$$pV = R_0T, \tag{63-1}$$

p — осмотическое давление, V — объем, в котором растворена одна грамм-молекула вещества: $R_0 = 8{,}317 \cdot 10^7 \frac{эрг}{град \cdot моль} = 0{,}082 \frac{л \cdot атм}{град \cdot моль}$. Это уравнение можно переписать иначе. Если обозначим через C число грамм-молекул растворенного вещества в литре раствора, то $C = \frac{1}{V}$, и потому осмотическое давление выразится так:

$$p = CR_0T. \tag{63-2}$$

Обширные экспериментальные исследования показали, что этому закону следуют точно лишь растворы — неэлектролиты, т. е. растворы, плохо проводящие или не проводящие тока, например, растворы сахара, глицерина и т. д.; растворы же электролиты, каковыми являются растворы кислот, солей и оснований, отклоняются от закона Вант-Гоффа и от законов Рауля*** (т. I, § 141).

---

* Якоб Генрик Вант-Гофф (1852—1911) — нидерландский химик, один из основателей физической химии и стереохимии. Лауреат Нобелевской премии 1901 г.

** Бенуа Поль Клапейрон (1799—1864) — французский инженер и физик, в 1820—1830 гг. жил в Петербурге, работал в институте инженеров путей сообщения.

*** Франсуа Мари Рауль (1830—1901) — французский химик.

Для них Вант-Гофф предложил исправить свой закон путем введения множителя i, который для всех проводящих растворов оказался больше единицы:

$$p = iCR_0T. \quad (63\text{-}3)$$

Так, для сахара $i = 1$, для KCl (концентрация 0,14) $i = 1{,}88$, для $NaNO_3$ $i = 1{,}81$.

Вант-Гофф показал, что значения i для данного раствора, полученные непосредственно и по одному из законов Рауля, тождественны, следовательно, это есть постоянная характеристика раствора.

Физическое значение этой формальной теории Вант-Гоффа выяснил Аррениус * (1887) в своей теории электролитической диссоциации.

Основная идея этой теории заключается в том, что уже при самом растворении действием растворителя молекулы растворяемого вещества распадаются на составные части, диссоциируются, причем разрушаются те электрические связи, которые объединяли эти части в одну молекулу; поэтому диссоциированные части являются в растворе в виде ионов, т. е. атомов, или групп атомов, несущих соответственные заряды. В электрическом поле (рис. 186) ионы перемещаются под действием поля; это перемещение ионов определяет проводимость раствора.

Самый процесс растворения обусловливает диссоциацию, и этот факт может быть объяснен тем, что молекулы в растворителе попадают в среду, где диэлектрическая проницаемость $\varepsilon > 1$ (в частности, для воды $\varepsilon = 81$), т. е. в среду, где ослаблены электрические взаимодействия. Поэтому силы, связывающие молекулы в одно целое, в растворе слабее, и молекулы вследствие теплового движения легко распадаются на части, несущие положительные и отрицательные заряды, т. е. на ионы.

Аррениус, введя ряд численных характеристик электролитической диссоциации, показал возможность количественной оценки этого явления и связал проводимость электролитов со значением осмотического давления

Какова физическая причина, в силу которой осмотическое давление p электролитов больше, чем то, которое получается по формуле Клапейрона? Почему в эту формулу надо вводить $i > 1$? Ответ на эти вопросы вытекает из воззрений Вант-Гоффа: число частиц n в растворе электролита больше, чем мы могли бы полагать, исходя из общих кинетических представлений, распространенных на растворы; причина увеличения n, т. е. возрастания активных частиц в растворе, — *электролитическая диссоциа-*

---

* Сванте Август Аррениус (1859—1927) — шведский физико-химик. Лауреат Нобелевской премии 1903 г. за исключительные заслуги в успехах химии в связи с его электролитической теорией диссоциации

ция, которой подвергаются в растворе даже такие молекулы, как H_2SO_4, NaCl и т. д. Возрастает число частиц — значит, возрастает давление.

Пусть имеем n молекул (например, $n = 100$) растворимого вещества (например, NaCl); число α, которое определяет, какая часть всего числа n молекул диссоциирована при растворении, называется *степенью диссоциации*. Если каждая молекула из $n\alpha$ диссоциированных молекул распадается на n_1 ионов, то в растворе будет всего $n\alpha n_1$ ионов и $n(1-\alpha)$ недиссоциированных молекул; всего частиц будет $n\alpha n_1 + n(1-\alpha)$, а не n. Согласно гипотезе Аррениуса:

$$i = \frac{n\alpha n_1 + n(1-\alpha)}{n} = (n_1 - 1)\alpha + 1; \qquad (63\text{-}4)$$

определив экспериментально i, вычислим по этой формуле степень диссоциации:

$$\alpha = \frac{i-1}{n_1 - 1}. \qquad (63\text{-}5)$$

В частном случае для $n_1 = 2$ имеем $\alpha = i - 1$; так, для KCl при концентрации 0,14

$$\alpha = i - 1 = 1{,}88 - 1 = 0{,}88 = 88\%;$$

это значит, что при данных условиях из 100 молекул восемьдесят восемь диссоциированы и ионизированы; их движение под действием поля обусловит ионную проводимость раствора.

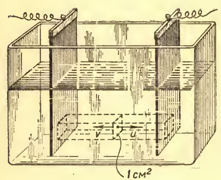


Рис. 187.

Замечательно, что такого же рода проводимость, как мы видели, может возникнуть и в твердых телах, если в них появляются ионы (рис. 184). Так же обнаруживают ионную проводимость при повышении температуры каменная соль и другие кристаллы.

Рассмотрим вопрос о скорости движения ионов в растворе, обусловленного полем, напряженность которого

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta l}.$$

Обозначим скорость положительных ионов через $+u$, скорость отрицательных ионов через $-v$. В течение 1 *сек* через поперечное сечение 1 *см²* (рис. 187), перпендикулярное к движению ионов,

проходит nu положительных ионов, где n — число этих ионов в 1 $см^3$ раствора; если q — заряд одного положительного иона, то в 1 *сек* через 1 $см^2$ сечения раствора проходит qnu кулонов положительного электричества. В то же время в обратном направлении через 1 $см^2$ пройдет qnv кулонов отрицательного электричества.

Таким образом, в 1 *сек* через 1 $см^2$ сечения в растворе проходит

$$qn[u-(-v)] = qn(u+v)$$

кулонов электричества, а эта величина, как известно, оценивает плотность тока в электролите:

$$j = qn(u+v). \qquad (63\text{-}6)$$

По закону Ома имеем:

$$i = \gamma E; \quad \gamma E = qn(u+v);$$

$$\gamma \frac{\Delta V}{\Delta l} = qn(u+v). \qquad (63\text{-}7)$$

Это значит: *при данной концентрации скорости ионов зависят только от разности потенциалов, определяющей электрическое поле между анодом и катодом.*

Следовательно, скорости движения ионов u и v пропорциональны напряженности электрического поля E в электролите. Обозначив коэффициенты пропорциональности соответственно через U_0 и V_0, находим:

$$u = U_0E; \; v = V_0E; \; U_0 = \frac{u}{E}; \quad V_0 = \frac{v}{E}. \qquad (63\text{-}8)$$

Из этих формул следует, что коэффициенты U_0 и V_0 имеют определенный физический смысл; они называются *подвижностями ионов*. Полагая $E = 1\frac{в}{см}$, видим, что подвижности ионов численно равны скоростям соответствующих ионов при напряженности поля $E = 1\frac{в}{см}$.

Подвижности ионов весьма малы, но разнообразны; так, ионы водорода перемещаются в пять раз быстрее, чем ионы хлора:

Подвижности положительных ионов $U_0 \frac{см^2}{сек \cdot в}$	Подвижности отрицательных ионов $V_0 \frac{см^2}{сек \cdot в}$
H — 0,003263	Cl — 0,000677
K — 0,000570	OH — 0,001802
Na — 0,000450	NO_3 — 0,000639
Ag — 0,000559	ClO_3 — 0,000570
NH_4 — 0,000550	$C_2H_3O_2$ — 0,000290

Малая подвижность ионов говорит о том, что или относительно малы приложенные к ним силы поля, или очень велико сопротивление их движению — «трение», которое испытывают ионы при движении в растворе. Разберем оба эти предположения.

Сила, действующая на перемещающийся грамм-эквивалент электролита, вычисляется по общей формуле

$$f = qE.$$

Заряд грамм-эквивалента $q = F = 96\,500$ *к*; напряженность электрического поля характеризует падение потенциала на 1 *см* длины; положим, что $E = 1\frac{в}{см}$.

Нетрудно видеть, что даже при небольшой напряженности поля сила, действующая на ионы, огромна.

Отсюда заключаем, что огромно трение при движении ионов; при установившемся движении с постоянной скоростью u положим:

$$f = ku,$$

где k условно можно назвать *коэффициентом трения*. Определим его, например, для ионов натрия при $E = 1\frac{в}{см}$:

$$k = \frac{f}{u} = \frac{qE}{u} = 21{,}4 \cdot 10^{14}\ \frac{г}{сек}.$$

Коэффициент трения k (при движении ионов в растворах) имеет очень большое значение.

В дальнейшем построении теории это большое трение при движении ионов в растворе привело к мысли, что, по-видимому, ионы перемещаются не изолированно, а как одно целое сложными химическими образованиями растворителя, называемыми *сольватами*. Первые указания на сложность строения растворов были сделаны Д. И. Менделеевым * (1868) и развиты проф. И. А. Каблуковым ** (1891); дальнейшее обоснование *сольватной теории* принадлежит американскому химику Джонсу (1904). По его взглядам, в растворе к молекуле растворимого вещества присоединяются молекулы растворителя; таким образом, ион как бы облекается в сольватную оболочку, так что трение при движении ионов есть, в сущности, проявление внутреннего трения жидкости, которая служит растворителем.

---

* Дмитрий Иванович Менделеев (1834—1907) — великий русский химик, открыл периодический закон химических элементов, являющийся основой современного учения о веществе.

** Иван Алексеевич Каблуков (1857—1942) — советский физико-химик, почетный академик.

§ 64. Заряд электролитического иона

Представление об ионизации растворов, которое сначала было дано как наглядная картина явления электролиза, а затем теоретически обосновано при помощи гипотезы об электролитической диссоциации, приводит к очень важному следствию, вытекающему из законов Фарадея. Оно было впервые сформулировано Максвеллом, а затем с большей определенностью Гельмгольцем * (1881) в следующих словах: «Если применить атомистическую гипотезу к электрическим процессам, то она в соединении с законом Фарадея приводит к поразительным следствиям. Если мы допускаем существование химических атомов, то мы принуждены заключить, что и электричество как положительное, так и отрицательное, разделяется на определенные элементарные количества, которые играют роль атомов электричества. Каждый ион, пока он перемещается в жидкости, должен быть соединен с одним эквивалентом электричества на каждую свою валентность».

Это обстоятельство приводит к заключению: атомы электричества соединяются с атомами химических элементов в простых, кратных отношениях.

Число $F = 96\,500$ *к* с точки зрения теории электролитической диссоциации есть заряд, переносимый при электролизе одним грамм-эквивалентом любого вещества $\left(\text{т. е. при перемещении } m = \frac{A}{n}\right)$; значит, $F = 96\,500$ *к* есть заряд, имеющий одно и то же значение для всех веществ, именно: это есть заряд одного грамм-эквивалента какого угодно вещества. Эта мысль и выражена в приведенных словах Гельмгольца: всякий грамм-эквивалент любого иона связан с одним и тем же зарядом $F = 96\,500$ *к*.

Проведем следующее рассуждение.

1. Возьмем одновалентное вещество (Ag, Na, Cl и т. п.); для него $n = 1$ и $x = A$; для одновалентного вещества грамм-эквивалент и грамм-атом выражаются одним и тем же числом. Поэтому заряд $F = 96\,500$ *к* при $n = 1$ есть заряд грамм-атома A одновалентного вещества.

Но грамм-атом A всякого вещества имеет $N = 6{,}025 \cdot 10^{23}$ атомов (число Авогадро).

Поэтому можем определить e заряд одного иона одновалентного вещества:

$$e = \frac{F}{N} = \frac{96\,500}{6{,}025 \cdot 10^{23}} = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \kappa = 4{,}803 \cdot 10^{-10} \text{СГСЭ}.$$

2. Для двухвалентного вещества (O, Cu, Pb, ...) $n = 2$, $x = \frac{A}{2}$.

* Германн Людвиг Фердинанд Гельмгольц (1821—1894) — профессор в Берлине, один из крупных физиков XIX в.; он оставил огромное научное наследство во всех областях физики и физиологии. Главная его работа — обоснование принципа сохранения энергии (1847).

Заряд $F = 96\,500$ κ в этом случае есть заряд $\frac{A}{2}$; A имеет заряд $2F$.

Но A всякого вещества имеет число атомов N, поэтому заряд одного иона двухвалентного вещества вычислим так:

$$\frac{2F}{N} = 2e = 2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \kappa.$$

3. Для трехвалентного вещества (Al, N) $n = 3$;

$$x = \frac{A}{3}.$$

Повторяя предыдущее рассуждение, находим заряд иона трехвалентного вещества:

$$\frac{3F}{N} = 3e = 3 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \kappa.$$

И так далее, при $n = 4, 5, \ldots, 8$.

Таким образом, решается вопрос о заряде электролитического иона, он равен e или $2e$, или $3e$ и т. д., всегда кратному e.

Рассмотрим поясняющие примеры. Пусть имеется ряд молекул:

$$NaCl,\ Na_2SO_4,\ CuSO_4,\ BaCl,\ H_2SO_4,\ AlCl_6;$$

все эти молекулы нейтральны, т. е. не заряжены. При растворении происходит диссоциация, и продукты разложения оказываются уже ионами, обнаруживаемыми электролизом; каждый одновалентный атом несет заряд $+e$ или $-e$, двухвалентный $+2e$ или $-2e$ и т. д.

$$NaCl = Na^{+} + Cl^{-}; \qquad BaCl_2 = Ba^{++} + Cl_2^{--};$$

$$Na_2SO_4 = Na^{++} + SO_4^{--}; \qquad H_2SO_4 = H_2^{++} + SO_4^{--};$$

$$CuSO_4 = Cu^{++} + SO_4^{--}; \qquad AlCl_6 = Al_6^{\substack{++\\++\\++}} + Cl_6^{\substack{--\\--\\--}}.$$

Эти примеры разъясняют, что все одновалентные ионы имеют один и тот же положительный или отрицательный заряд, а всякий многовалентный ион имеет заряд во столько раз больше, во сколько раз больше единицы его валентность.

Итак, заряд иона одновалентного вещества, числовое значение которого получено:

$$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \kappa = 4{,}803 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ},$$

есть малейший заряд, как бы «атом электричества», о котором говорил Гельмгольц.

Это малейшее количество электричества, которое удалось обнаружить при наблюдаемых нами явлениях, было названо *электроном*.

Отметим, что понятие об электроне — одно из важнейших понятий современной физики — исторически появилось при анализе законов Фарадея, именно, первоначально электрон — заряд одновалентного иона. При дальнейшем развитии физики в XX в. значение электрона было расширено.

Само название электрон было введено английским физиком Стони (1891) и в его трудах оно обозначало то количество электричества, которое связано с одним атомом одновалентного вещества и которое он предлагал считать «естественной единицей электричества». Дальнейшее развитие теории привело к тому, что электроном стали называть лишь мельчайший отрицательный заряд. Главнейшая причина этого отказа от первоначального значения слова «электрон» заключается в том, что экспериментальные исследования того времени показали возможность выделения лишь отрицательных элементарных зарядов: во всех случаях, когда удалось получать электроны отдельно от атомов, как бы снять их с атомов, всегда и неизменно оказывалось, что это есть отрицательные заряды ($-e$).

В 1932 г. исследование процессов в ядрах атомов установило появление зарядов $+e$, названных *позитронами*. Отметим, что открытие позитронов и исследование их свойств требуют применения особых методов ядерной физики; существование каждого позитрона весьма кратковременно, около 10^{-9} *сек*.

Выделение электрона и определение его характеристик как особой частицы, существующей в природе, есть одно из величайших открытий, лежащих в основе современной физики; электроны входят в состав всех атомов, определяя их взаимодействия и химические особенности, обусловливают кинетический процесс электрического тока, явления электрического и магнитного поля и участвуют в бесконечном множестве разнообразных физико-химических процессов.

§ 65. Электролитическая поляризация

Когда ток проходит через два одинаковых электрода и электролит, то после выключения источника тока между электродами обнаруживают разность потенциалов, которая называется *напряжением поляризации*; это напряжение направлено противоположно тому, которое было приложено к электродам, когда через них протекал ток. Если теперь соединить электроды внешней цепью, то более или менее длительное время проходит ток от положительного электрода к отрицательному, а внутри жидкости наоборот: от катода к аноду. Следовательно, получился поляризованный источник тока со своей электродвижущей силой, которая через некоторое время после внешнего соединения пропадает. Для обнаружения поляризационного напряжения соединяют два платиновых электрода,

погруженных в электролит, с источником тока (рис. 188), пускают по цепи ток в течение некоторого времени и при помощи переключателя W выключают источник тока и включают вольтметр V.

Электролитическая поляризация была открыта ученым Вольта (1792) как вывод из известного опыта Гальвани (1786) с лапкой лягушки. Она обнаруживается всегда, когда пограничные условия между электродами и жидкостью различны. В описанном опыте (рис. 188) различие заключалось в том, что при прохождении тока у обоих электродов сосредоточивались разные вещества. Если, например, электролитом является разбавленная серная кислота, то у анода сосредоточивается кислород, а у катода водород. Но можно возбудить такое напряжение без предшествующего пропускания тока, если погрузить анод в кислород, а катод в водород. Поляризационное напряжение возникает без предварительного пропускания тока и в том случае, если оба электрода состоят из разных металлов, погруженных в одну и ту же жидкость или когда электроды из одного металла погружены в жидкость, растворившую разные вещества или одно и то же вещество, но в разных концентрациях. Это можно, например, осуществить, разделив элемент при помощи пористого глиняного цилиндра на две области, наполненные разными электролитами или одним и тем же, но разной концентрации. При этом разные жидкости могут смешиваться лишь чрезвычайно медленно. Прохождению же тока пористый цилиндр не мешает.

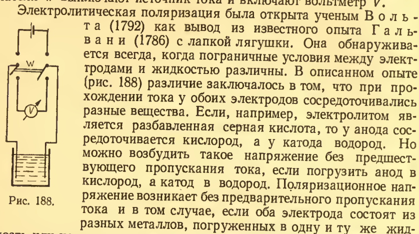


Рис. 188.

По Нернсту* возникновение поляризационного напряжения объясняется следующим образом. Если металл погружается в жидкость, то возникает процесс, подобный испарению. Как с поверхности жидкости вылетают молекулы жидкости до тех пор, пока газообразная фаза над жидкостью (пар) не достигнет определенной плотности (насыщения), так из металла выделяются в жидкость положительные ионы металла до тех пор, пока и здесь не наступит определенное состояние насыщения. Испарение металла в область жидкости протекает несравненно быстрее, чем практически, вообще, неуловимое испарение в вакуум или в газовое пространство. Причина этого заключается в том, что между жидкостью и ионами металла действуют силы, уменьшающие работу выхода. Это обозначается как сродство между ионами металла и жидкостью.

---

* Вальтер Герман Нернст (1864—1941) — немецкий физик и физико-химик, лауреат Нобелевской премии 1920 г. за работы по термохимии.

Положим, что в раствор переходят не положительные ионы металла, а незаряженные атомы металла. Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута плотность атомов металла в растворе, при которой число выходящих вследствие диффузии атомов металла в единицу времени равно числу возвращающихся, как это бывает при испарении жидкости. Достигаемое в этом случае давление соответствует определенному осмотическому давлению растворенных атомов металла и обозначается как *упругость растворения*. То же происходит в действительности и с ионами металла. Вследствие этого металл по мере убыли ионов становится отрицательно заряженным, а жидкость положительно, и возникает на границе металла и жидкости *двойной слой*, электрическое поле которого стремится вернуть назад ионы металла. Это поле тем больше, чем выше плотность ионов в жидкости. Оно усиливает действие возвратной диффузии ионов в металле. Уже при небольшой плотности ионов наступает стационарное состояние, как будто дело идет о незаряженных атомах металла. Конечное стационарное состояние наступает тогда, когда число переходящих в раствор ионов металла за единицу времени становится равным числу возвращающихся в металл ионов под действием возвращающей диффузии и возвращающего поля в пограничном двойном слое. Это состояние достигается тогда, когда напряжение между жидкостью и металлом достигает определенной величины. *В пограничном слое между металлом и жидкостью, таким образом, возникает скачок потенциала.* Этот скачок потенциала и является причиной электролитической поляризации.

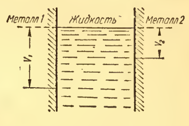


Рис. 189.

Если же в жидкости находятся два металлических электрода с различным составом пограничных слоев — будь это материал электродов или род жидкости, или то и другое вместе, — то *скачки потенциала различны по величине*. Пусть один из них V_1, другой $V_2 < V_1$ (рис. 189). Тогда второй электрод имеет по отношению к первому электроду *положительное напряжение*; первый электрод явится катодом, а второй — анодом рассматриваемого источника тока. Он обладает поэтому электродвижущей силой $\mathscr{E} = V_1 - V_2$. Она представляет собою разность двух скачков потенциала.

Если установить внешнюю связь между электродами, то через них потечет ток от анода к катоду, а через жидкость от катода к аноду. Этот ток перемещает положительные ионы металла от катода к аноду. Для выравнивания следующие ионы из вещества катода

переходят в раствор, в то время как на аноде выделяются ионы из катодного материала. Ток протекает до тех пор, пока весь катод полностью не перейдет в раствор, либо анод не покроется целиком веществом катода, так что исчезает различие между электродами.

Подобно металлам ведут себя и газы, поглощенные электродами, поскольку, во-первых, они заметно растворяются в металле электродов и, во-вторых, с заметной скоростью посылают ионы в раствор. Например, водород у платинового электрода представляет собою случай, когда он ведет себя как металлический водород. В известной степени этим условиям удовлетворяют галогены, кислород заметно хуже, а многие другие газы вообще не удовлетворяют. Газы, для которых выполняются указанные условия, могут служить электродами. *Водородный электрод* играет очень большую роль в электрохимии как нормальный электрод.

Поляризацию электролизера с одинаковым составом граничных поверхностей обоих электродов при прохождении тока теперь понять легко. Отложения на электродах вызывают различие их граничных поверхностей. Также понятно, что поляризационное напряжение должно постепенно исчезать, если поляризационный элемент используется как источник тока. Создаваемый им ток всегда направлен таким образом, чтобы различия на границах электродов выравнивались.

В электролитическом элементе с платиновыми электродами, например, погруженными в разбавленную серную кислоту, поляризация основывается на образующихся при прохождении тока на электродах оболочках из водородного и кислородного газа. Можно напряжение поляризации тотчас уничтожить, если эти оболочки механически счищать.

Изложенная в § 63 и 64 теория носит название «Классической» и хорошо выражает свойства разбавленных растворов слабых электролитов. Многие свойства электролитов в этом случае являются *аддитивными*, т. е. величина свойства электролита является суммой соответствующих свойств составляющих его ионов. Советский ученый Капустинский* использовал это положение для расчета термодинамических свойств ионов. Несогласие классической теории с опытными данными для разбавленных растворов сильных электролитов обусловлено наличием электростатического взаимодействия ионов, которое учитывается теорией сильных электролитов, разработанной Дебаем и Гюккелем (с 1923г.).

§ 66. Электрокинетические явления

Если внести в жидкость диэлектрик, то его поверхность заряжается по сравнению с жидкостью. Так например, парафиновый

---

* Анатолий Федорович Капустинский (1906 — 1960), советский ученый—химик, член—корреспондент Академии наук СССР.

шар в воде получает отрицательный заряд, а окружающий слой воды заряжается положительно. Это явление основывается на внутреннем контакте между поверхностью диэлектрика и водой и имеет ту же причину, как и так называемое электричество трения. Если заряженное таким образом тело окажется между двумя электродами противоположных знаков, то электрическое поле, возникающее между электродами, перемещает это тело к электроду противоположного знака, как ионы в электролите. Такой процесс носит название *электрофореза*. Он часто наступает у коллодиальных частиц, которые плавают в жидкости. Заряженные частицы жидкости, которые находятся у поверхности частиц, перемещаются при этом в противоположном направлении движению частиц. Заряжение может иметь место и у подходящего пористого тела, которое разделяет наполненный жидкостью объем на две части. В этом случае при прохождении тока имеет место только одно движение жидкости, которая в этом случае стоит выше на одной стороне пористой разделяющей стенки, чем на другой (электроосмос). Если стеклянные шарики будут падать в сосуде с водой, в котором вверху и внизу введены электроды, соединенные с гальванометром, то последний во время падения шариков показывает наличие тока (рис. 190). Это происходит потому, что падающие шарики в воде заряжаются и их движение в воде представляет собою электрический ток, который во внешней цепи протекает через гальванометр. Такой ток называется *конвекционным током*, а вся область подобных явлений носит название *электрокинетической*.

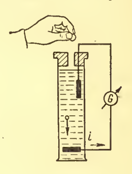


Рис. 190.

Таким образом, электрокинетическими явлениями называются электрические явления, наблюдаемые в двухфазных системах и выражающиеся в возникновении движения одной из фаз по отношению к другой под действием внешнего электрического поля, или в возникновении разности потенциалов в направлении относительного движения фаз, вызванного механическими силами. Явления электрофореза и электроосмоса открыл московский профессор Р е й с с * в 1807 г. Немецкий ученый Д о р н в 1880 г. установил потенциал оседания (рис. 190). К в и н к е ** в 1859 г. открыл возникновение разности потенциалов между концами капилляра

* Ф е р д и н а н д Ф р и д р и х о в и ч Р е й с с (1778—1852)—русский химик-аналитик.

** Г е о р г Г е р м а н К в и н к е (1834—1924) — немецкий физик, исследования по капиллярности, акустике, оптике.

или между поверхностями пористой диафрагмы, через которую продавливается жидкость (потенциал течения).

Количественную теорию электрокинетических явлений разработали: Гельмгольц в 1879 г., Смолуховский* в 1903 г., Перрен в 1904 г. и др. Эти явления играют большую роль в коллоидных и биофизико-химических процессах и используются в технике.

§ 67. Практическое применение электролиза

Электролитическое разделение веществ находит себе многочисленные и экономически важные приложения. В больших масштабах оно используется в *электрометаллургии* для получения чистых металлов. При этом существенно важен тот факт, что поляризационные напряжения для ионов разных металлов различаются по величине. Соответствующим подбором напряжения, налагаемого на электролитическую ванну (электролизер) можно добиться того, чтобы из раствора выделился только требуемый металл, но не такие примеси, поляризационное напряжение которых выше, чем напряжение электролизера.

Громадное техническое значение имеет получение *электролитической меди*, которая составляет более половины мирового производства чистой меди. В качестве анода при этом служит нечистая сырая медь, в качестве электролита — раствор сернокислой меди. Электролитическая медь чиста с точностью до 0,1—0,2%. Все возрастающее значение имеет и получение *электролитного железа*, которое получает такую же степень чистоты. Оно отличается большой магнитной проницаемостью и малым гистерезисом и поэтому представляет собою важный материал для электротехники. *Алюминий* получается в крупных масштабах путем электролитического выделения из расплавленного глинозема с примесью фтористого натрия при 920°C. Подобным же способом получаются в огромных размерах и другие легкие металлы

Получение *водорода*, который в громадных количествах требуется в химической промышленности при методах автогенной сварки, для резания металлических изделий дутьем гремучего газа, для наполнения дирижаблей и аэростатов, для атомной промышленности, осуществляется почти исключительно путем электролитического разложения воды. Используется раствор едкого натра или углекислого калия, а в качестве электродного материала служит железо.

Получение тонких покрытий другими металлами (медью, никелем и т. д.) осуществляется в технике преимущественно электро-

* Мариан Смолуховский (1872—1917) — польский физик, классические труды по теории флуктуации, броуновского движения, критической опалесценции, кинетической теории коллоидных систем.

литическим путем (*гальваностегия*). Подобным образом в *гальванопластике* создают копии форм; при этом металл электролитически осаждается толстым слоем на служащей катодом форме, сделанной проводящей путем покрытия ее тонкой угольной пылью.

В химии используется электрическое осаждение веществ в количественном анализе (*электроанализ*). Выделение различных содержащихся в растворе веществ производится путем последовательного повышения напряжения, так что каждый раз выделяется только то вещество, которое по сравнению с наложенным имеет более низкое напряжение поляризации.

В. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Глава X

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

§ 68. Постоянные магниты

Первоначально источником магнитного поля являлась руда — *магнитный железняк* (Fe_3O_4); за 500 лет до н. э. греки описали действие этого камня и знали довольно много явлений, вызываемых им в окружающем пространстве. Они дали и название этому камню по имени Магнезии, области Малой Азии, где он был впервые обнаружен. Но, по-видимому, гораздо раньше, примерно за 4000 лет до нашего времени, китайцы не только многое знали о свойствах этой руды, но умели намагничивать сталь и ввели в практику пользование магнитной стрелкой, как указателем севера и юга, иначе сказать — они изобрели *компас* и применяли его в сухопутных и морских путешествиях. В Европе, у народов Средиземного моря, компас появляется в XII в.

Искусственные магниты—стальные полосы, подковы, стрелки — первоначально получались при помощи влияния естественных магнитов, путем соприкосновения, натирания и т. д. Универсальный метод *намагничивания* — это намагничивание с помощью электрического тока; как известно, железо, введенное в катушку, обтекаемую током (рис. 191), делается магнитом, причем северный полюс появляется на том конце, глядя на который мы видим ток идущим против стрелки часов, южный там, где ток идет по стрелке часов.

Опыты Ампера, Эйхенвальда и многих других исследователей установили, что при всяком перемещении зарядов, будь то ток электронов в металлах, в проводниках, будь то конвекционный ток — перемещение зарядов вместе с заряженным телом (например, при вращении заряженного диска из диэлектрика) —

всегда возникает магнитное поле. Всякий ток служит источником магнитного поля.

Гильберт в своей книге «О магните» (1600), о которой была речь в начале этой книги, приводит описание множества магнитных явлений; отметим некоторые выводы из них.

1. Каждый магнит имеет два полюса, на его концах сосредоточивается наибольшее намагничивание, что можно обнаружить по расположению железных опилок или магнитных стрелок. Полюсы магнита называются *северным* и *южным* по тому расположению, которое всякий свободно подвешенный магнит принимает в поле Земли.

Полюсы магнита неотделимы друг от друга; если магнит переломить, то получим два магнита, у каждого будет два полюса; это

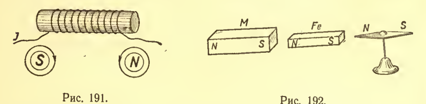


Рис. 191. Рис. 192.

деление можно выполнять сколько угодно раз — хотя бы до молекулярных размеров. Поэтому *магнит всегда диполь* — тело с двумя полюсами, с северным полюсом и южным. Необходимо от-

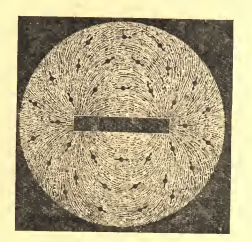


Рис. 193.

метить принципиальную разницу с электризацией проводника (рис. 53): можно иметь тело, наэлектризованное только положитель-

но; это значит — можно отделять электрические заряды одного знака; но северный и южный магнетизм неотделимы.

2. Железный брусок, помещенный около магнита M (рис. 192), намагничивается через *влияние* с обратным расположением полюсов, что можно проверить магнитной стрелкой. Этот фундаментальный опыт, так же как и поведение стрелок около магнита,

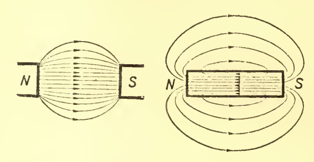


Рис. 194.

обнаруживает существование поля магнита, в котором действуют магнитные силы.

Расположение легких заряженных указателей в электрическом поле, расположение опилок (рис. 4) или магнитных стрелок (рис. 193) показывает направление линий сил в магнитном поле; общую картину их расположения дает спектр магнитных силовых линий.

Условились, что силовые линии поля снаружи имеют направление от северного полюса N к южному S (рис. 194).

Гильберт утверждал, что Земля есть «огромный магнит», направление его поля указывается подвижными магнитными стрелками в каждой точке земной поверхности. Эту гипотезу Гильберт обосновал, построив «тереллу»* — стальной шар, который он намагнитил по диаметру. Тогда расположение магнитных стрелок по меридианам этого шара обнаружило такое же наклонение их к поверхности шара, какое существует во всякой точке земного шара: магнитная стрелка в данном месте Земли образует с горизонтом HR (рис. 195) угол i, называемый *магнитным наклонением* в данной точке земной поверхности; на магнитном экваторе этот угол $i = 0$, на магнитных полюсах $i = 90°$.

Однако обширные исследования, произведенные преимущественно мореплавателями, показали, что магнитные полюсы Земли не совпадают с географическими, как полагал Гильберт. Один из первых — Колумб — во время своего знаменитого путешествия 1492 г. заметил, что стрелка компаса отклоняется от меридиа-

* «Терра» — Земля (лат.); «Терелла» — маленькая Земля.

на на заметный угол *. Этот угол, который стрелка образует с плоскостью географического меридиана в данном месте земной поверхности, называется *магнитным склонением* d (рис. 196), а вертикальная плоскость, в которой устанавливается магнитная стрелка, определяет положение *магнитного меридиана.* Таким образом, магнитное поле Земли имеет такой вид, как на рис. 197: n и s географические полюсы, S и N — магнитные полюсы; в северном полушарии находится *южный* магнитный полюс (к северу от Гренландии) и в *южном* полушарии — *северный* магнитный полюс (к югу от Австралии, в Антарктике); в настоящее время координаты магнитных полюсов: южный — 70°30′ северной широты и 95°30′ западной долготы, северный — 74° южной широты и 155° восточной долготы (от Гринвича). Как значения i и d для данного

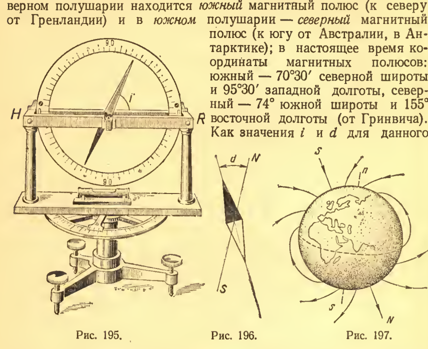


Рис. 195. Рис. 196. Рис. 197.

места, так и положения магнитных полюсов с течением времени медленно изменяются.

Заметим, что на достаточном удалении от магнитных полюсов поле Земли можно считать *однородным.*

§ 69. Закон магнитных взаимодействий

При помощи крутильных весов Кулон установил одновременно с законом взаимодействия электрических зарядов и *закон магнитных взаимодействий.* Для этого вместо стержня AC (рис. 9)

* Так, 14 сентября 1492 г. в 200 милях от Ферро Колумб определил отклонения северного конца стрелки от плоскости меридиана на 5,5° к западу.

подвешивалась намагниченная игла (длиной около 25 *см*), вместо шарика помещался магнит; игла располагалась в магнитном меридиане. Процесс опыта тот же, как и при электрических явлениях; при подсчетах было необходимо принять во внимание влияние земного магнитного поля.

Исследуя взаимодействия магнитных полюсов, Кулон пришел к следующему закону:

$$f = \frac{1}{\mu} \frac{mm_1}{r^2}. \qquad (69\text{-}1)$$

Здесь величины m и m_1 получили разные названия; их называли и «количества магнетизма», и «магнитные массы», и «магнитные заряды», и «напряженности магнитных полюсов».

Как увидим из § 70, ни в одном из этих названий нет в настоящее время никакой надобности. Пока же мы будем употреблять только одно название: «количество магнетизма», но будем помнить, что в действительности никакой «магнитной невесомой жидкости» нет.

В формуле (69-1) под μ понимают магнитную проницаемость среды, в которой находится магнитное поле; для вакуума в рационализованной системе МКСА закон Кулона принимает вид:

$$f = \frac{mm_1}{\mu_0 r^2}. \qquad (69\text{-}2)$$

Здесь μ_0 носит название *магнитная постоянная*. Она равна в системе МКСА:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ генри на метр * } (гн/м).$$

На законе Кулона для магнитных взаимодействий основана абсолютная *электромагнитная система единиц*. Эту систему мы будем обозначать СГСМ в отличие от абсолютной электростатической системы СГСЭ. Ясно, что все механические единицы в обеих системах одни и те же.

По отношению к измерению в системе СГСМ принимают для вакуума $\mu = 1$. *За единицу «количества магнетизма» в системе СГСМ принято такое «количество магнетизма», которое на равное ему «количество магнетизма», помещенное на расстоянии* $r = 1$ *см*, *действует в вакууме с силой, равной* 1 *дин*. Эта единица называется *электромагнитной единицей «количества магнетизма»*.

Внешнее тождество законов Кулона для электрических и магнитных сил и некоторый параллелизм вводимых ими понятий «количество электричества» q и «количество магнетизма» m скрывают, однако, в себе глубокое внутреннее различие этих понятий.

Электрические заряды q объективно существуют, мы можем их измерять и управлять их движением. Существования «магнитных

* См. § 97.

зарядов» не обнаружено; магнитное поле существует, это явление мы наблюдаем и можем характеризовать численно, как и поле электрическое. Трудами многих исследователей было постепенно выяснено, что магнитное поле возникает при движении электрических зарядов и при изменении электрического поля; вообще, появление магнитного поля всегда связано с процессом изменения электрического состояния тел и частиц. Исторически так произошло, что К у л о н ввел по аналогии с электрическими зарядами q «количества магнетизма» m. В свое время это была прогрессивная гипотеза; на ее основе в XIX в. развилось обширное учение о магнетизме, в частности, о магнетизме Земли. В наше время мы знаем, что «магнитных зарядов» как особого вида вещества не существует и что их появление есть результат электрических изменений, но там, где требуется введение числовых величин m и m_1, характеризующих магнитные полюсы как области магнитов, где наиболее сильно проявляются магнитные свойства вещества, облегчается выражение их законов.

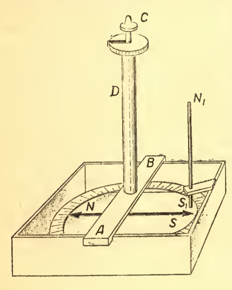


Рис. 198.

К у л о н о м были разработаны два метода, которые с тех пор (1785) уже не исчезают из практики магнитных измерений: метод крутильных весов и метод колебаний.

Метод *крутильных весов* нами изучен для взаимодействия электрических зарядов. Для его применения в случае магнитных взаимодействий К у л о н брал (рис. 198) два длинных магнита: 1) NS (64,57 *см*), подвешенный на тонкой медной проволоке, проходящей в трубе D, к вращающейся головке C с указателем; 2) N_1S_1 (68,68 *см*) — вертикальный отклоняющий магнит, полюс которого S_1 находился в одной горизонтальной плоскости с полюсом S и отталкивал его.

Разработанная методика исследования позволила К у л о н у при помощи такой установки учитывать действие удаленных полюсов, возмущающее действие земного магнетизма и взаимное влияние магнитов.

Продолжительные, кропотливые и тщательные наблюдения дали, наконец, результаты, расходящиеся не более чем на 4%. На

основании этих экспериментальных данных К у л о н и сформулировал свой закон магнитных взаимодействий.

Множество исследователей в разных странах повторяли и продолжали работу К у л о н а; из них особенно надо отметить Г а н с т е н а (1819) в Христиании (ныне — Осло) и Г а у с с а * (1832) в Геттингене; эти исследования не только подтвердили магнитный закон К у л о н а, но и повысили точность результатов, сведя ошибки к 1%.

В 1910—1916 гг. обширные работы по всестороннему исследованию методов наблюдений, обосновывающих закон К у л о н а, были проведены в Киевском университете профессором Г. Г. Д е - М е т ц е м. Эта работа была выполнена с усовершенствованными приборами, с применением всех достижений тогдашней техники и позволила снизить расхождение результатов до 0,5%.

Итак, второй закон К у л о н а выражался формулой:

$$f = \frac{1}{\mu} \frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (69\text{-}3)$$

где f — сила взаимодействия полюсов, μ — магнитная проницаемость, m_1 и m_2 — «количества магнетизма» двух взаимодействующих полюсов, r — расстояние между полюсами.

Мы уже указали, что в системе МКСА для вакуума магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *гн/м*.

В системе СГСМ принимается для вакуума $\mu_0 = 1$. Тогда относительная магнитная проницаемость μ представляет собою отвлеченное число, показывающее, во сколько раз магнитная проницаемость данного вещества больше магнитной постоянной вакуума μ_0. Если же применяется система МКСА, то в этом случае на место μ следует ввести

$$\mu^* = \mu_0 \mu.$$

Единицей «количества магнетизма» в системе МКСА служит, как будет показано в § 92:

1 вебер = 1 *вб* = (1 *в*) · (1 *сек*) = (1 *к*) · (1 *ом*).

§ 70. Напряженность и индукция магнитного поля

Всякий магнит есть диполь; поэтому на полюс +1 действуют со стороны магнита две силы H_1 и H_2 (рис. 199, *а*), дающие равнодействующую H, которая по величине и направлению оценивает поле в этой точке. Действие магнита на другой магнит, например

---

* К а р л Ф р и д р и х Г а у с с (1777—1855) — великий немецкий математик, астроном и геодезист. Своими трудами он участвовал в создании осив современной математики и геодезии. Он опасался открыто выступать в защиту открытия Н. И. Лобачевского, но был инициатором его избрания чл.-корр. Геттингенского научного общества.

9*

на стрелку (рис. 199, *б*) приводит к четырем взаимодействиям и восьми силам. Если прибавить сюда действие земного поля, которое везде существует, и взаимное влияние магнитов, то взаимодействие магнитов следует признать очень сложным явлением.

Два закона Кулона формально тождественны для электрического и магнитного полей:

$$f = \frac{1}{\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}; \quad f = \frac{1}{\mu}\frac{m_1 m_2}{r^2}. \tag{70-1}$$

Поэтому подобно электростатике существует и магнитостатика, в которой те же характеристики, введенные для электрического поля (§ 4, 5, 12, 13, 14), переносятся с некоторыми оговорками и

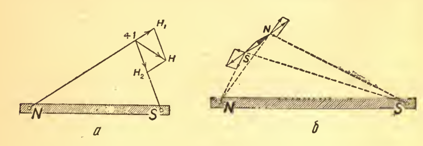


Рис. 199.

на магнитное поле. Существенная оговорка касается самой природы величин m_1 и m_2; так как раздельные магнитные полюсы не обнаружены, то под m_1 и m_2 в законе Кулона мы будем разуметь величины, характеризующие полюсы магнитов по силам их реально существующих взаимодействий; «количества магнетизма» двух магнитов различны, если они на одном и том же расстоянии различно действуют на третий магнит.

Такое условие для определения величины m_1 и m_2 в законе Кулона может служить для описания явлений в магнитном поле и для количественной оценки магнитных действий. Как увидим, введение величин m_1 и m_2 в выражения элементарных законов электромагнетизма вполне оправдывается опытами. Служебная роль их закончится, когда будет установлена эквивалентность магнита и электрического тока.

Придерживаясь ранее установленной терминологии, имеем следующий ряд величин и соотношений, характеризующих магнитное поле.

1. *Вектор напряженности поля H* в данной точке его на расстоянии r от полюса m, который создает это поле в вакууме:

$$H = \frac{f_1}{m_1}; \quad H = \frac{m}{r^2}. \tag{70-2}$$

Единица напряженности магнитного поля в системе СГСМ носит особое название *эрстед*; *это напряженность в такой точке магнитного поля, в которой на полюс в 1 СГСМ «количества магнетизма» действует сила в 1 дин.*

В системе МКСА единицей напряженности магнитного поля служит 1 ампер-виток на метр (будем обозначать $\frac{ав}{м}$, см. § 81).

Представим себе, что магнит NS (рис. 200) находится в неоднородном поле другого магнита; тогда силы, действующие на полюсы $+m$ и $-m$ магнита NS, выразятся так:

$$f_1 = mH_1; \quad f_2 = -mH_2,$$

где H_1 и H_2 — напряженности поля в точках N и S. Так как поле неоднородно, то силы эти неравны, поэтому в результате сложения они дают некоторую равнодействующую f:

$$\vec{f} = \vec{f_1} + \vec{f_2}$$

и пару сил, так что магнит в неоднородном поле будет иметь и поступательное и вращательное движение.

Если же поле однородно, то напряженность во всех его точках одна и та же $H_1 = H_2$, и потому $f_1 = f_2$ (рис. 201), силы параллельны и направлены противоположно; под действием этой пары магнит имеет только вращательное движение.

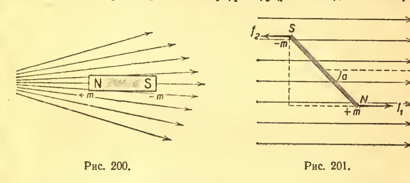


Рис. 200. Рис. 201.

Если длину магнита (точнее — расстояние между полюсами) обозначим через $2l$ и если ось магнита образует с направлением поля угол α, то вращающий момент пары определится формулой:

$$M = mH \cdot 2l \sin \alpha. \qquad (70\text{-}3)$$

Входящая в эту формулу величина:

$$P = 2ml, \qquad (70\text{-}4)$$

т. е. произведение «количества магнетизма» на расстояние между полюсами, называется *магнитным моментом диполя*; это есть важнейшая характеристика каждого магнита. Как увидим дальше,

магнитный момент магнита — экспериментально определяемая характеристика каждого магнита.

Магнитный момент магнита есть *вектор*, направление которого совпадает с направлением длины (или оси) магнита от южного полюса к северному.

Для вращающего момента пары сил имеем:

$$M = PH \sin\alpha,$$

или

$$\overrightarrow{M} = [\overrightarrow{P} \cdot \overrightarrow{H}]^*.$$

Этот вектор вращающего момента приложен к центру магнита, перпендикулярен к длине магнита и к направлению внешнего поля; его направление определится общим правилом векторного произведения.

2. Сохраняя для счета магнитных силовых линий те условия, которые были установлены для линий электрического поля, можем *оценивать напряженность в данной области поля числом силовых линий, приходящихся на 1 см²*. Аналогично поток магнитных линий через площадку dS в поле выразится так:

$$d\Phi = HdS\cos\alpha; \qquad (70\text{-}5)$$

поток в *однородном поле* — через площадь S:

$$\Phi = HS\cos\alpha; \qquad (70\text{-}6)$$

при нормальном направлении линий в однородном магнитном поле:

$$\Phi_0 = HS;$$

поэтому:

$$\Phi = \Phi_0 \cos\alpha. \qquad (70\text{-}7)$$

В магнитостатике выводится теорема Гаусса — Остроградского совершенно аналогично электростатике. Она выражается формулой:

$$\Phi = 4\pi m,$$

где Φ — магнитный поток, а m — «количества магнетизма».

Как видим, «количеством магнетизма» и была названа величина, являющаяся мерой магнитного потока.

3. *Магнит есть всегда диполь*, ни при каких условиях нельзя отделить северный полюс от южного; при изломе магнита всегда получаются магниты с двумя полюсами.

Исходя из этого факта и опираясь на свои другие исследования, Фарадей утверждал, что магнитное поле простирается и внутри магнита: «Внутри магнита существуют силовые линии такой же природы, как и внешние. Больше того — они совершенно одинаковы с наружными и составляют с ними одно целое. Они связаны

---

* См. т. I, стр. 163.

в своем направлении с внешними силовыми линиями. В действительности они являются продолжением внешних линий и их тождество идет так далеко, насколько можно проследить экспериментальным их изучением. Следовательно, каждая силовая линия, на каком бы расстоянии от магнита она ни была взята, должна рассматриваться как замкнутая кривая, проходящая в некоторой части потока сквозь магнит и имеющая одинаковое значение по силе в каждой части потока» *.

Это важное положение, высказанное Ф а р а д е е м и затем доказанное М а к с в е л л о м, влечет за собой утверждение, что все линии *магнитного потока замкнуты* (рис. 194), все линии поля около магнита продолжаются внутри его, обусловливая поле внутри магнита.



Рис. 202.

Отметим резкое различие с линиями электрического поля: электрические линии начинаются на поверхности положительно заряженного проводника и заканчиваются на поверхности отрицательно заряженного проводника, это *линии разомкнутые*, имеющие начало и конец; поле внутри проводника не существует: напряженность $E = 0$. Отсюда можно сделать заключение, что проводников магнетизма не существует.

Магнитный поток через замкнутую около полюса поверхность S равен нулю (рис. 202), так как всякая замкнутая линия дважды проходит через поверхность: в A входит и в B выходит из нее. Это можно символически изобразить так:

$$\Phi = 4\pi m = 0; \; m = 0; \qquad (70\text{-}8)$$

нет магнитных зарядов, которые могли бы служить началом и концом силовых линий.

В формуле закона К у л о н а мы можем заменить m через магнитный поток Ф. Тогда второй закон (70-1) К у л о н а примет вид:

$$f_1 = \text{const} \cdot \frac{\Phi \Phi_1}{r_1^2}. \qquad (70\text{-}1')$$

Однако у самых полюсов магнита, где силовые линии еще имеют радиальное направление, можно сохранить соотношение:

$$H = 4\pi\sigma, \qquad (70\text{-}9)$$

где $\sigma = \frac{m}{S}$ — *поверхностная плотность магнетизма полюса.*

4. *Магнитная индукция B есть вектор*, числовое значение которого выражается формулой:

$$B = \mu H. \qquad (70\text{-}10)$$

---

* Ф а р а д е й. Экспериментальные исследования. Серия XXIX, 3117.

Единица магнитной индукции в системе СГСМ — гаусс (*гс*).

В системе МКСА единица индукции $1\frac{вб}{м^2} = 1$ тесла(*тл*).

Подобно электрической проницаемости ε и магнитная проницаемость μ появляется в законе Кулона и в выражении напряженности:

$$H = \frac{m}{\mu r^2} \qquad (70\text{-}11)$$

как характеристика среды, в которой образовано поле. Но величина μ обладает по сравнению с постоянной ε рядом особенностей, которые теперь уже необходимо отметить:

1) Для вакуума $\mu = 1$ в системе СГСМ.

2) Для огромного большинства тел μ постоянно и очень близко к единице; так, для воздуха $\mu = 1{,}00004$, т. е. $\mu \approx 1$.

Есть многочисленный класс веществ, для которых $\mu < 1$, это так называемые *диамагнитные тела*, но и для этих тел μ близко к единице, так, для висмута $\mu = 0{,}9998$.

3) Для железа, никеля, кобальта и их сплавов (сталь, чугун, пермаллой, содержащий 78,5% Ni и 21,5% Fe), называемых телами *ферромагнитными* *, μ может иметь очень большое значение. Так, для некоторого определенного сорта железа функция $\mu = f(B)$ выражается кривой (рис. 203) с максимумом $\mu = 2700$ при $B = 500$ *гс*, затем μ убывает и при больших индукциях стремится к единице. Вопрос о функции намагничивания железа был впервые изучен проф. А. Г. Столетовым (1872).

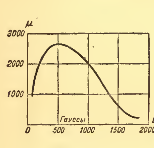


Рис. 203.

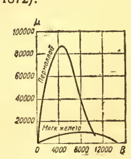


Рис. 204.

На рис. 204 изображена сравнительная диаграмма для мягкого железа и пермаллоя, который обладает высокой магнитной проницаемостью μ (магнитная проницаемость пермаллоя достигает 90 000); на рис. 205 зависимость B от H показывает, насколько легче намагничивается пермаллой по сравнению с железом; уже

* От латинского «феррум» — железо.

при поле $H = 0{,}05$ *э* индукция B в пермаллое равна 4000 *гс*, эта же индукция в железе достигается лишь при $H = 1$ *э*; но после перехода через максимум μ (рис. 204) индукция в пермаллое быстро падает. На рис. 206 изображены кривые, дающие зависимость индукции B от напряженности H для разных ферромагнитных тел. Из графиков видно, что при возрастании напряженности в области небольших значений H индукция B очень быстро возрастает до некоторого значения, разного для различных тел; дальнейшее возрастание B идет очень медленно, что и надо ожидать, если обратить внимание на характер изменения. Изучение таких экспериментальных кривых важно в технике при оценке годности материалов для динамомашин, электромоторов, трансформаторов и т. д.

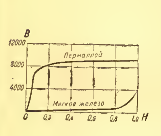


Рис. 205.

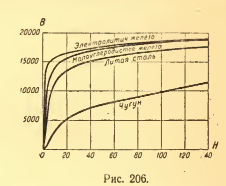


Рис. 206.

Общий закон: магнитная проницаемость для ферромагнитных тел

$$\mu = \frac{B}{H} \qquad (70\text{-}11')$$

есть величина переменная и может получать огромные значения, обусловливая возможность сильнейшего намагничивания этих тел и возможность осуществления мощных магнитных полей.

Еще раз отметим, что для не ферромагнитных тел магнитная проницаемость μ имеет значения, очень близкие к единице.

Аналогично потоку силовых линий вводим понятие о *потоке линий индукции*:

$$\Phi = BS. \qquad (70\text{-}12)$$

Единица потока магнитной индукции в системе СГСМ *максвелл* (*мкс*):

$$\Phi = (1\ гс) \cdot (1\ см)^2 = 1\ мкс.$$

В системе МКСА единицей потока магнитной индукции служит (см. § 92):

$$1\ вб = (1\ к) \cdot (1\ ом) = 10^8\ мкс.$$

§ 71. Магнитные измерения. Энергия магнитного поля

Теория и практика основных магнитных измерений — измерения напряженности поля и магнитного момента — были даны Гауссом (1841). Он исследовал поле магнитного диполя (рис. 207), так как это исследование было затем воспроизведено при исследовании электрического диполя (§ 9), то здесь мы приведем только результаты.

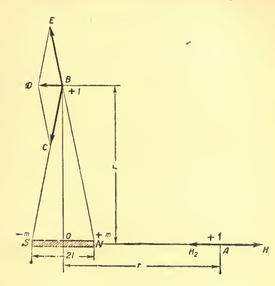


Рис. 207.

1. Точку поля A на оси магнита и точку поля B на перпендикуляре в точке O называют I и II *положениями Гаусса*; напряженность поля диполя в этих точках имеет значения:

$$H_A = \frac{2P}{r^3}; \quad H_B = \frac{P}{r^3}. \tag{71-1}$$

Здесь P — магнитный момент.

2. Напряженность в любой точке поля диполя C равна

$$H_C = \frac{P}{r^3}\sqrt{3\cos^2\alpha + 1}. \tag{71-2}$$

Гаусс и другие исследователи приложили эти формулы для более точного изучения магнитных взаимодействий, и главное, к исследованию магнитного поля Земли.

Магнитное поле Земли ставит всякий подвижной магнит по линиям сил в данном месте поля. Таким образом, всякий свобод-

ный магнит (рис. 208), могущий вращаться около вертикальной оси OO_1 и горизонтальной AB, находясь под действием пары сил земного поля H_0 и $-H_0$, вращается около этих осей, пока не будет достигнуто равновесие, когда направление сил поля H_0 совпадает с осью магнита NS (рис. 209). Как было упомянуто, опыт показывает, что: 1) магнит (стрелка NS) находится в вертикальной плоскости, которая образует угол с плоскостью географического меридиана места наблюдения; этот угол d называется *углом склонения*; 2) ось магнита образует с горизонтом угол i, который называется *углом наклонения*.

Разложим вектор напряженности земного поля H_0 на два слагающие вектора: горизонтальный H и вертикальный V; если мы

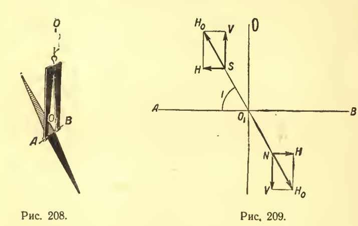


Рис. 208.

Рис. 209.

определим *горизонтальную слагающую* поля H и угол i, то будем знать и полную напряженность земного поля H_0:

$$H_0 = \frac{H}{\cos i}. \tag{71-3}$$

Величины H, i, d, определяющие земное магнитное поле по величине и направлению в данной точке земной поверхности, называются *элементами земного магнитного поля* в данном месте. Все эти элементы подвержены постоянным, хотя медленным и небольшим, изменениям; для Москвы в настоящее время принимают: $H = 0{,}1732$ *э*, $d = +5°42'$, $i = 69°39'$.

Для измерения элементов земного магнетизма и для наблюдения за их изменениями построены специальные обсерватории. В результате работ составлены магнитные карты Земли, на которых нанесены *изогоны* — линии равных склонений d, *изоклины* — линии равных наклонений i и *изодинамы* — линии равных значений H.

Общая магнитная съемка производится для изучения магнитных свойств Земли, знание которых имеет практическое значение

для мореплавания, авиации и т. д.; детальная съемка необходима при разведке полезных ископаемых.

Гаусс сперва нашел общие формулы, которые дали возможность определить H — напряженность поля и P — магнитный момент, а затем приложил их к определению напряженности земного поля.

Поставим буссоль — прибор с вращающимися магнитом и разделенным кругом (магнитометр) по середине линейки (рис. 210),

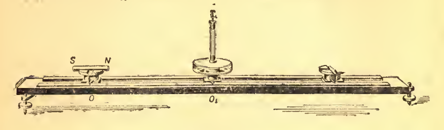


Рис. 210.

повернем ее так, чтобы магнит N_1S_1 (на рисунке не показано), находясь в магнитном меридиане, стал перпендикулярно к линейке, тогда указатель (стрелка) расположится вдоль линейки.

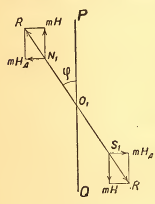


Рис. 211.

1. Магнит NS ставим в первое положение (рис. 210) на конце линейки; расстояние середины его O от оси компаса O_1 обозначим через r. При действии поля магнита NS магнит N_1S_1 с указателем выходит из своего равновесия в магнитном меридиане и устанавливается, отклонившись от магнитного меридиана PQ на угол φ (рис. 211).

Рассмотрим, какие силы действуют на магнит N_1S_1 с указателем в новом его положении равновесия: 1) пара сил горизонтальной слагающей земного магнетизма (mH, mH), где m — «количество магнетизма» полюса N_1S_1; эта пара параллельна магнитному меридиану PQ и вращает магнит в прежнее положение равновесия в меридиане PQ; 2) пара сил (mH_A, mH_A), отклоняющая силы магнита NS в первое положение, которая вращает магнит N_1S_1 так, чтобы его ось стала на одной прямой с осью магнита NS; эта пара перпендикулярна к меридиану PQ.

Если магнит N_1S_1 отклонившись на угол φ, находится в новом положении равновесия, то это значит, что равнодействующие R и

R отклоняющих сил проходят через неподвижную ось O. Тогда имеем соотношение:

$$mH_A = mH \operatorname{tg} \varphi; \quad H_A = H \operatorname{tg} \varphi.$$

Подставив вместо H_A его значение, имеем:

$$\frac{2P}{r^3} = H \operatorname{tg} \varphi; \quad r^3 \operatorname{tg} \varphi = \frac{2P}{H};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2P}{H} \frac{1}{r^3}. \tag{71-4}$$

Из этого соотношения вытекают два вывода:

а) если горизонтальная слагающая земного поля H известна для данного места, то из формулы для $\operatorname{tg} \varphi$ определяется магнитный момент отклоняющего магнита NS:

$$P = \frac{1}{2} r^3 H \operatorname{tg} \varphi; \tag{71-5}$$

б) P и H для данного магнита и для данного пункта Земли постоянны, поэтому $r^3 \operatorname{tg} \varphi$ для первого положения должно быть постоянно. Этот вывод является следствием закона Кулона, и, как видим, это следствие может быть проверено опытом: надо экспериментально показать, что при разных расстояниях магнита NS от N_1S_1 всегда $\operatorname{tg} \varphi$ обратно пропорционален r^3. Проверка этого утверждения является косвенной проверкой закона Кулона.

2. Расположив магнит NS во втором положении (перпендикулярно к линейке), при помощи подобного рассуждения приходим к соотношению:

$$H_B = H \operatorname{tg} \psi;$$

$$r^3 \operatorname{tg} \psi = \frac{P}{H}; \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{P}{H} \frac{1}{r^3}. \tag{71-6}$$

Здесь ψ — угол отклонения магнита N_1S_1 при втором положении.

При одном и том же r имеем:

$$\operatorname{tg} \varphi = 2 \operatorname{tg} \psi,$$

при малых дугах можно положить

$$\varphi = 2\psi.$$

Опытная проверка этих соотношений тоже служит подтверждением закона Кулона; из выведенных соотношений можно определить магнитный момент магнита P.

Эти общие соображения об измерении напряженности магнитного поля Гаусс приложил к определению напряженности земного магнетизма; он установил *метод измерения горизонтальной слагающей H.*

По наблюдаемым отклонениям буссоли в I или во II положениях:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2P}{H}\frac{1}{r^3}; \quad \operatorname{tg}\psi = \frac{P}{H}\frac{1}{r^3} \tag{71-7}$$

можно определить отношение $\frac{P}{H}$. Такого рода наблюдения называются *статическими*, так как измерения ведутся при данных условиях отклонения φ или ψ.

Второй метод наблюдений — динамический — метод наблюдений небольших колебаний магнитной стрелки в поле Земли после того, как ее слегка вывели из равновесия. Наблюдаемая стрелка — это или обычная стрелка компаса на острие или стрелка (иногда просто небольшой магнит), подвешенная на двух нитях (*бифилярно*).

При помощи указанных наблюдений и их обработки значение горизонтальной слагающей земного магнетизма может быть установлено для всякого места Земли.

Определяя при помощи вертикальной и горизонтальной буссоли более или менее сложного устройства углы наклонения i по вертикальному кругу, а склонения d по горизонтальному кругу и вычисляя на основании указанного метода H, будем иметь все элементы земного магнетизма на данном пункте Земли в данное время. Как было уже упомянуто, все эти элементы подвержены постоянным изменениям. Вот данные для Павловской обсерватории (близ Ленинграда):

1886 г. $d = +0°28',10$; $i = 70°45',81$; $H = 0{,}16392$.
1896 г. $d = -0°21',29$; $i = 70°41',58$; $H = 0{,}16495$.
1906 г. $d = -0°64',18$; $i = 70°36',65$; $H = 0{,}16528$.

Склонение $+d$ — *западное*, — это значит, что плоскость, проведенная через ось магнитной стрелки, свободно вращающейся около вертикальной оси, и плоскость географического меридиана образуют между собой угол d и притом северный конец стрелки оказывается отклоненным к западу от географического меридиана; $-d$ — склонение *восточное*.

Работы Гаусса в области земного магнетизма были существенно дополнены в работе профессора Умова *: «Построение геометрического образа потенциала Гаусса как прием изыскания земного магнетизма» (1904 г.).

Много новых данных о магнитном поле Земли и его распределении в верхних слоях атмосферы и еще выше было получено в результате запуска в СССР спутников, баллистических ракет и космических кораблей.

---

* Николай Алексеевич Умов (1846—1915) — физик-материалист, заложил основу учения о движении энергии; ввел понятие о потоке энергии.

Перейдем к рассмотрению вопроса об энергии магнитного поля.

Силы в магнитном поле совершают работу, перемещая в нем намагниченные тела, например, вращая стрелку компаса или притягивая якорь к концам магнита и т. д. Общее выражение этой работы на пути ds дает формула:

$$dW = f ds \cos\alpha = mH ds \cos\alpha. \qquad (71\text{-}8)$$

Если сам магнит выделить из поля и рассматривать только *внешнее* магнитное поле (рис. 194), заканчивающееся на поверхности магнита, то силовые линии можно считать разомкнутыми; каждая из них имеет начало и конец на поверхностях полюсов. Так рассматриваемое магнитное поле становится подобным электрическому *потенциальному* полю и при вычислении работы в нем может быть введено понятие *о скалярном потенциале* V и могут быть развиты те следствия, какие имели место по отношению к электрическому полю. Из них здесь отметим:

1) Выражение работы перемещения полюса в поле:

$$W = m\,(V_1 - V_2) = m\,\Delta V. \qquad (71\text{-}9)$$

2) Соотношение напряженности поля и градиента потенциала:

$$H = -\frac{dV}{dl}; \quad -dV = H dl;$$

$$\Delta V = \int H dl. \qquad (71\text{-}10)$$

Эта формула имеет, как увидим, большее значение в теории электромагнитного поля.

3) Было установлено, что *плотность энергии электрического поля* вычисляется по формуле:

$$w_e = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon}. \qquad (71\text{-}11)$$

Аналогично для *плотности энергии магнитного поля* может быть выведено выражение:

$$w_m = \frac{\mu H^2}{8\pi} = \frac{B^2}{8\pi\mu}, \qquad (71\text{-}12)$$

а энергия в элементе объема dv:

$$dW = \frac{\mu H^2}{8\pi}\, dv. \qquad (71\text{-}13)$$

Вопрос о затрате энергии на процесс намагничивания мы рассмотрим в связи с изучением основного процесса, при котором происходит появление магнитного поля, именно процесса электрического тока. Единицей энергии магнитного поля в системе СГСМ служит *эрг*, как и в системе СГСЭ. В системе МКСА единицей работы и энергии является джоуль (*дж*):

$$1\ дж = 10^7\ эрг.$$

Глава XI

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ

§ 72. Электромагнитные явления

Явления в электрическом и магнитном полях обнаруживают некоторую аналогию, но происхождение этих полей и их физическая сущность *глубоко различны.*

До сих пор электрические заряды и электрические поля, магниты и магнитные поля изучались нами раздельно как два самостоятельных и разнородных явления природы; теперь нам предстоит показать, что они тесно связаны между собой и возникают совместно.

Рассмотрим ряд основных явлений, давших повод Амперу * установить закономерности, которые преобразовали все учение об электричестве и обусловили возможность развития электротехники. Эрстед ** первый установил (1820), что электрический ток действует на магнитную стрелку, помещенную около проводника с током (рис. 212).

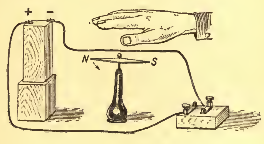


Рис. 212.

Ампер ввел термин *«электрический ток»* и дал правило отклонения стрелки током. Его можно сформулировать так: *расположив правую руку пальцами по направлению тока, а ладонью к стрелке, увидим, что северный конец стрелки отклонится по направлению отогнутого большого пальца.*

Сделаем обзор экспериментальных исследований, которые связали электрические и магнитные взаимодействия и привели Ампера к гипотезе о сущности магнетизма.

---

* Андре Мари Ампер (1775—1836) — французский физик и математик. В области учения об электричестве ему принадлежат основные исследования, выяснившие связь между электричеством и магнетизмом; он ввел понятие об электрическом токе.

** Ханс Кристиан Эрстед (1777—1851) — датский физик, первый установил связь между электричеством и магнетизмом.

Введем в цепь через коммутатор легкий проводник AB (рис. 213), например, пучок канители или несколько тонких проволочек; поднесем к AB магнит NS и замкнем ток; увидим, что проводник отклонится в сторону от магнита; переключив направление тока, обнаружим отклонение проводника в другую сторону. Эти движения тока в магнитном поле определяются *правилом трех пальцев левой руки*: расположим взаимно перпендикулярно большой, средний и указательный пальцы левой руки (рис. 214), если указательный палец направить по линиям сил магнитного поля (от N к S), средний — по направлению тока, то большой укажет направление движения проводника. Таким образом, если ток по проводнику AB идет сверху вниз, то при указанном расположении магнита отклонение будет направо, если снизу вверх — то налево *.



Рис. 213.

Рис. 214.

Электромагнит (рис. 215) выталкивает проводник AB в ту или другую сторону, смотря по тому, как идет ток; направление движения проводника определится упомянутым правилом левой руки.

При наблюдении всех этих явлений мы видим, что проводник с током при движении в магнитном поле пересекает силовые линии поля.

Прямолинейный контур $ABCD$ (рамка рис. 216), обтекаемый током и помещенный в магнитное поле, будет вращаться так, чтобы движение его сторон DC и BA определялось по правилу левой

* Часто вместо правила трех пальцев левой руки применяют *правило левой ладони* в такой форме: расположим пальцы левой рукн по направленню тока и повернем ее так, чтобы линии снл магнитного поля входили в ладонь; тогда большой палец укажет направление движения проводника.

руки; в случае, изображенном на рисунке, вращение будет таково, что DC уйдет за плоскость рисунка, а BA — выйдет из нее; в результате этого вращения контур тока $ABCD$ станет перпендикулярно к силовым линиям поля NS и притом так, что, если смотреть

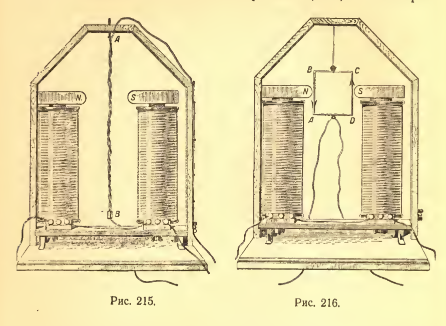


Рис. 215. Рис. 216.

на северный полюс магнита N, то мы будем видеть ток идущим по контуру $ABCD$ против часовой стрелки (рис. 217). Вращение рамки с током происходит под действием пары сил, возникающей в результате действия магнитного поля H на ток; момент этой пары определится для положения рамки под углом φ (рис. 218 и 219) к направлению силовых линий поля так:

$$M = 2fl \cos \varphi.$$

Здесь $2l = BC = AD$. Вращающие силы поля действуют лишь на стороны тока $AB = CD = 2l$, к ним приложена вращающая пара; силы же, действующие на BC и AD, по правилу трех пальцев левой руки направлены так, что сжимают или растягивают рамку; этому препятствует ее жесткость; они не дают вращающего момента.

Отсюда видим, что вращающий момент имеет наибольшее значение при $\varphi = 0$, т. е. когда плоскость рамки параллельна силовым линиям поля, а при $\varphi = 90°$, когда рамка стала перпендикулярно силовым линиям поля, $M = 0$. Это значит, что в таком положении рамка, обтекаемая током, находится под действием магнитного поля в равновесии.

В этом положении плоскость рамки пронизывается максимальным потоком магнитной индукции Φ_0:

$$\Phi = \Phi_0 \cos \alpha = \Phi_0 \sin \varphi;$$

при $\varphi = 90°$ имеем: $\Phi = \Phi_0$.

Вектор M отложим на нормали к плоскости рамки (вообще контура, обтекаемого током, рис. 219) так, что с конца вектора ток представляется идущим против часовой стрелки. Описанные опыты показывают, что поле так поворачивает рамку, чтобы направление M совпало или, по крайней мере, приближалось к направлению H.

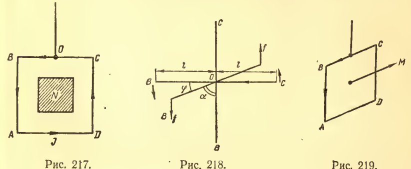


Рис. 217. Рис. 218. Рис. 219.

При всяком угле отклонения рамки φ момент вращающей пары M уравновешивается моментом кручения нити (проволоки) подвеса рамки. Естественно предположить, что вращающий момент пропорционален силе тока I при данных условиях; как увидим, это предположение оказывается правильным.

Если вместо контура поместим катушку, по которой идет ток, то будем наблюдать такое же вращение. Если витки катушки были расположены параллельно силовым линиям, то она повернется так, что витки ее установятся перпендикулярно к силовым линиям поля; смотря на северный полюс N, будем видеть ток идущим по виткам катушки против часовой стрелки.

Это вращение катушек с током в магнитном поле лежит в основе двух важнейших электротехнических применений, на которые указал Ампер как на следствия его опытов: 1) очень чувствительные приборы для электрических измерений — *зеркальные гальванометры* (рис. 220), гальванометры, амперметры и вольтметры со стрелкой (рис. 221) системы Депре и Д'Арсонваля — основаны на явлении вращения катушки с током в поле сильного магнита; на рис. 220 видна катушка, подвешенная на тонкой проволоке; по углу, на который она отклоняется от своего начального положения и который оценивается при помощи движения «зайчика» от зеркала, определяется сила тока; 2) непрерывное вращение нескольких катушек, насаженных на одной оси, в магнитном поле

есть явление, которое лежит в основе устройства *электромоторов.*

Все описанные явления — действие тока на магнитную стрелку, намагничивание током, действие магнита на ток — приводят к основному заключению: *электрический ток образует вокруг себя магнитное поле.*

Чтобы демонстрировать наглядно самое явление магнитного поля тока и подробнее изучить его свойства, сделаем обзор про-

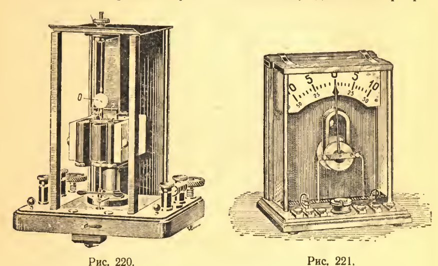


Рис. 220. Рис. 221.

стых и элементарных опытов; обратимся к спектрам железных опилок, рассмотрим, как ведут себя около тока железные опилки, маленькие магнитные стрелки и подвижные магниты и т. п.

Если прямолинейный проводник CC_1 (рис. 222) пропустить сквозь картонную или стеклянную пластинку Q и, включая через него ток, посыпать пластинку мелкими железными опилками, то последние располагаются около проводника по концентрическим окружностям.

Чтобы определить направление этого магнитного поля тока, поместим на эту же пластинку вращающуюся магнитную стрелку или несколько стрелок (рис. 223); их расположение покажет, что силовые линии поля и направление тока связаны между собой *правилом буравчика* (*или винта*): если ввинчивать или вывинчивать буравчик по направлению тока, то направление движения ручки определит направление силовых линий поля; при перемене направления тока меняется направление силовых линий магнитного поля.

Еще более наглядным сделаем направление силовых линий магнитного поля тока, если подвесим на длинной нити намагниченную спицу или проволоку (NS, рис. 224) около вертикального мед-

ного стержня OO_1 и замкнем цепь, часть которой составляет стержень OO_1; тогда увидим, что начнется вращение магнита по правилу буравчика. Чтобы полюс N мог сделать полный оборот вокруг OO_1, в O контакт цепи делаем подвижным; размыкая на мгновение цепь в O, открываем путь магниту для вращения.

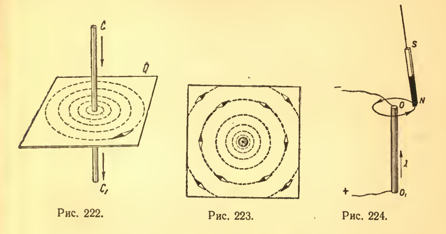


Рис. 222. Рис. 223. Рис. 224.

Из всех описанных опытов заключаем, что магнитное поле прямолинейного тока имеет круговые силовые линии, именно, эти линии есть концентрические окружности с общим центром на линии тока. Они располагаются в плоскостях, перпендикулярных

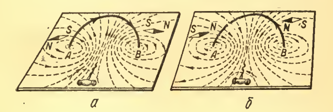


Рис. 225.

к направлению тока, причем их направление определяется по правилу буравчика.

Применяя это правило к круговому току, обтекающему круговой проводник (рис. 225, *а*), мы видим, что если смотреть на этот круговой проводник так, чтобы ток шел против часовой стрелки (рис. 225, *б*), то силовые линии выходят из этого круга к нам; если же смотреть с той стороны, где ток идет по часовой стрелке, то силовые линии входят в плоскость этого кругового проводника (рис. 225, *а*).

Возникает представление, что такой плоский круговой проводник можно уподобить магниту очень малой длины с поперечным сечением πR^2, где R — радиус обтекаемого током круга (рис. 226), северный полюс этого плоского и очень короткого магнита, называемого *«магнитным листком»*, находится с той стороны, откуда ток виден идущим против часовой стрелки (рис. 225, *б*).

Это представление подкрепляется следующими опытами. Введем в цепь два плоские изолированные друг от друга сосуда с ртутью (рис. 227); в ртуть погрузим острия, которыми заканчиваются

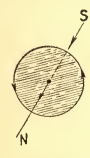


Рис. 226.

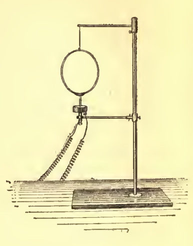


Рис. 227.

концы подвешенного, легко подвижного кругового проводника. При замыкании тока круговой проводник поворачивается под действием магнитного поля Земли, ориентируясь так, чтобы стать к

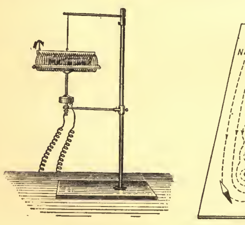


Рис. 228.

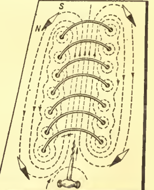


Рис. 229.

северу той стороной, где ток видим идущим против часовой стрелки, т. е. северной стороной магнитного листка.

Установив это важное свойство кругового проводника, сближающее его с магнитом, А м п е р перешел к исследованию соленоидов, т. е. спирально свернутых проводников, образующих одну катушку (рис. 228), состоящую из ряда круговых проводников.

Поле такого проводника, исследуемое при помощи железных опилок или магнитных стрелок, во всем подобно полю магнита и имеет направление, определяемое по правилу буравчика (рис. 229).

Поэтому возможно уподобить соленоид длинному магниту, северный полюс которого находится на том конце соленоида, где ток виден идущим против часовой стрелки; силовые линии выходят из этого конца и входят в другой конец, где находится южный полюс. Внутри длинного соленоида поле можно считать однородным (рис. 229), магнитная стрелка внутри соленоида устанавливается по его внутренним силовым линиям с севера на юг.

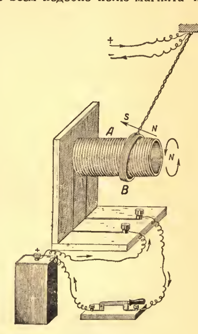


Рис. 230.

Законность этого уподобления подтверждается опытом при помощи установки (рис. 228): подвижной соленоид, включаемый в цепь тока, стремится повернуться под действием магнитного поля Земли и стать по направлению магнитного меридиана так, чтобы к северу был обращен тот его конец, глядя на который видим ток идущим против часовой стрелки, т. е. северный конец.

Все рассмотренные вращения в магнитном поле — вращение рамки (контура), катушки, магнитного листка, соленоида и т. п., можно обобщить: во всех случаях вращение происходит так, что в результате его направление собственного магнитного поля тока (рис. 225, *а*) совпадает с направлением внешнего магнитного поля.

Если вследствие внешних причин (например, закручивание проволоки подвеса) не осуществляется полного совпадения полей, то все же вращение направлено к совпадению.

Дальнейшие исследования А м п е р а показали, что подвижная катушка (соленоид *B*, рис. 230) сама перевертывается так, чтобы сблизиться с другой катушкой *A* разноименными концами. Так же становятся друг к другу одиночные круговые и прямоугольные

контуры; если будем сближать их теми частями, где ток идет в разные стороны (например, вверх и вниз, рис. 231), то они отталкиваются; притягиваться будут такие прямолинейные проводники, по которым ток идет в одну и ту же сторону; это следует из предыдущих соображений, если определить полюсы этих магнитных листков. Можно наблюдать также взаимодействие соленоидов и магнитов, а также магнитов и магнитных листков; если северный полюс магнита приближать к тому концу соленоида, где видим ток, идущим против часовой стрелки (рис. 232), то соленоид и магнит

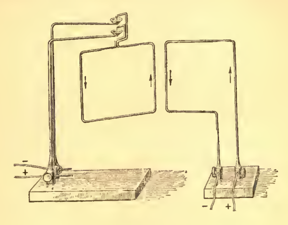


Рис. 231.

отталкиваются; тут сближены как бы одноименные полюсы двух магнитов. Если повернем магнит к этому концу соленоида полюсом S, то увидим притяжение соленоида. Таким образом, можем заключить, что взаимодействия токов (*электродинамические действия*), взаимодействия токов и магнитов (*электромагнитные действия*) и, наконец, *взаимодействия двух магнитов* аналогичны друг другу.

Рис. 232.

Глубокие и всесторонние исследования этих явлений привели А м п е р а к его знаменитой гипотезе об элементарных магнитах (1822).

А м п е р высказал гипотезу, что во всяком теле (например, в стальной полосе) внутри мельчайших частиц его (атомов или

молекул) непрерывно текут электрические круговые токи, образующие элементарные магнитные листки. В обычных, ненамагниченных телах эти магнитные листки имеют всевозможные, хаотически меняющиеся при тепловом движении направления (рис. 233, *а*); в намагничиваемых телах под влиянием внешнего поля эти орбиты молекулярных токов внутри тела стремятся повернуться так, чтобы стать перпендикулярно внешнему полю, т. е. так, чтобы их вращательные моменты стали параллельны полю. Этот статистический порядок в расположении моментов (рис. 233, *б*) и направлений

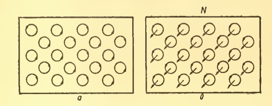


Рис. 233.

вращения зарядов воспринимается как появление магнитных полюсов у намагничиваемого образца.

Развиваясь в течение ста лет, гипотеза А м п е р а в настоящее время нашла себе прочное обоснование в представлениях о движении электронов в атоме вокруг положительного ядра.

Значение гипотезы А м п е р а заключается в том, что она приводит к замечательному обобщению: *нет магнитных зарядов как таковых; все магнитные явления суть явления, вызываемые и обусловливаемые движением электрических зарядов, т. е. явлением тока.*

Дальнейшее обоснование и развитие этой гипотезы дано при обзоре современных гипотез о строении атома.

§ 73. Магнитное взаимодействие токов. Закон Ампера.

11 сентября 1820 г. А р а г о доложил об открытии Э р с т е д а во французской Академии; а с 18 сентября того же года А м п е р начал серию своих знаменитых докладов Академии по электромагнетизму. В первом из этих докладов он установил фундаментальный факт, что два параллельных прямолинейных тока притягиваются друг к другу (рис. 234), если они направлены одинаково, и отталкиваются, если их направления противоположны. Это явление вводит мысль о взаимодействии магнитов и токов. А м п е р изобрел остроумные приборы, которые позволяют сделать проводники с током подвижными и наблюдать их взаимодействие; эти приборы с тех пор вошли в практику всех школ и лабораторий. Затем он построил математическую теорию явления и дал общую

формулу, определяющую силу взаимодействия токов при всех их положениях.

Этот закон А м п е р а представляет собою в самом общем виде дифференциальное векторное уравнение, которое нельзя проверить экспериментально, но интегралы его в частных случаях оправдываются на практике. Если обозначим элементы двух как угодно расположенных проводов через dl_1 и dl_2, силу тока в каждом из них через I_1 и I_2, вектор, определяющий расстояние между этими двумя элементами проводов через $\vec{r}$, длину этого расстояния через r, то закон А м п е р а (1825) имеет следующий вид:

$$\overrightarrow{df} = K\frac{I_1 I_2}{4\pi r^2}\left[\overrightarrow{dl_1}\left[\overrightarrow{dl_2}\,\frac{\vec{r}}{r}\right]\right]. \qquad (73\text{-}1)$$

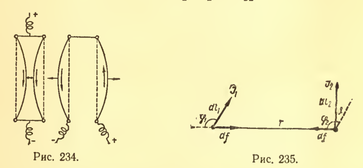

Рис. 234.

Рис. 235.

Здесь внутренние квадратные скобки заключают векторное произведение (см. т. I, стр. 163) вектора $\overrightarrow{dl_2}$ на вектор $\frac{\vec{r}}{r}$; внешние квадратные скобки — векторное произведение вектора $\overrightarrow{dl_1}$ на вектор, получившийся в результате умножения $\overrightarrow{dl_2}$ на $\frac{\vec{r}}{r}$; $\overrightarrow{df}$ — вектор элементарной силы, действующей на $\overrightarrow{dl_1}$. Слева — вектор силы $\overrightarrow{df}$, справа — векторное произведение в квадратных скобках, — устанавливают векторный характер этого общего дифференциального выражения *закона Ампера*. Как будет показано дальше, взаимодействие токов зависит от магнитной проницаемости среды, в которой имеет место это взаимодействие.

Перейдя от векторной формы закона А м п е р а к числовому соотношению величины, получили:

$$df = -K\frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{4\pi r^2}\left(\cos\vartheta - \frac{3}{2}\cos\varphi_1\cos\varphi_2\right). \qquad (73\text{-}2)$$

Здесь (рис. 235) df — числовая величина элемента силы, r — расстояние между элементами проводов dl_1 и dl_2, по которым

проходят токи I_1 и I_2, ϑ — угол между dl_1 и dl_2, φ_1 — угол между dl_1 и r, φ_2 — угол между dl_2 и r. Если токи параллельны или антипараллельны, то угол $\vartheta = 0$ или 180°, а $\varphi_1 = \varphi_2$. *Закон Ампера* принимает более простой вид:

$$df = \mp K \frac{I_1 dl_1 I_2 dl_2}{4\pi r^2}\left(1 - \frac{3}{2}\cos^2\varphi\right). \qquad (73\text{-}3)$$

Здесь *знак «—» для взаимодействия параллельных токов* (*притяжения*), *знак «+» для взаимодействия антипараллельных токов* (*отталкивания*).

Интегрирование закона Ампера для двух параллельных токов, находящихся на расстоянии R друг от друга, дает величину силы F, действующей на длину l одного из проводов:

$$F = K \frac{2I_1 I_2}{4\pi R} l. \qquad (73\text{-}4)$$

Если опыт, подтверждающий данный закон Ампера, производится в вакууме (или в воздухе), то вместо K становится μ_0. Как мы знаем, в системе *МКСА* величина $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$. Пусть сила F измеряется в ньютонах, расстояния $l = R = 1$ *м*. Тогда, при $I_1 = I_2 = 1$, сила $F = 2 \cdot 10^{-7}$*н*. Отсюда вытекает *стандартное определение единицы силы тока — ампера в системе единиц МКСА*.

Ампер есть сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ *единицы силы в системе МКСА на каждый метр длины провода с током.*

Если мы примем $l = R = 1$ *см*, $F = \frac{\mu_0}{2\pi}$ *дин*, то $I_1 = I_2 = 1$. Эта единица носит название *абсолютной электромагнитной единицы силы тока СГСМ*. Так как 1 *н* $= 10^5$ *дин*, то очевидно, что 1 *а* = 0,1 ед. СГСМ, а 1 единица силы тока в системе СГСМ равна 10 *а*.

Вспомним, что 1 единица силы тока в системе СГСЭ равна $\frac{10}{c}$ *а*, где c — скорость света в вакууме. Отсюда нетрудно видеть, что единица силы тока в системе СГСМ в $3 \cdot 10^{10}$ раз больше единицы силы тока в системе СГСЭ. Итак, единица силы тока в системе МКСА:

$$1a = 0{,}1\text{СГСМ} = \frac{c}{10}\text{СГСЭ}.$$

Ясно, что единица силы тока в системе СГСМ равна $3 \cdot 10^{10}$ единиц силы тока в системе СГСЭ.

§ 74. Закон Био—Савара—Лапласа для элемента тока

Появление в начале XIX в. учения об электромагнетизме представляет собой яркий пример того, как в течение короткого времени (1820—1824 гг.) трудами немногих выдающихся ученых возникла и была обоснована совершенно новая область знания, оказавшаяся важнейшим устоем технической культуры. Эрстед открыл явление, которое дало в руки других исследователей нить для огромного числа новых открытий.

Ампер не только экспериментально установил новые явления, но дал их теорию и предложил гипотезу об их сущности. Био * и Савар ** точнейшими по тому времени измерениями выяснили количественную зависимость величин, характеризующих эти новые явления, и сформулировали общий закон связи между ними; Лаплас*** произвел его математическую обработку.

Позже Фарадей обогатил эти исследования идеей близкодействия и учением о поле.

Многочисленные опыты и измерения Био и Савара для изучения действия тока на магнитные стрелки при проводниках различной формы и размеров, помещаемых на различных расстояниях, позволили им и Лапласу высказать предположение о том, что напряженность магнитного поля тока в любой точке есть результат суперпозиции напряженности, иначе — есть векторная сумма всех напряженностей, которые обусловлены в этой точке поля действием всех элементарных участков dl замкнутого контура тока.

Тщательный анализ всего огромного опытного материала позволил утверждать, что элемент проводника dl с током I создает в некоторой точке A магнитного поля этого тока напряженность dH (рис. 236), выражаемую формулой:

$$dH = k\frac{I\,dl\sin\alpha}{r^2}; \qquad (74\text{-}1)$$

---

* Жан Батист Био (1774—1862)—воспитанник знаменитой Политехнической школы в Париже; деятельность его чрезвычайно обширна и разнообразна; он участвовал вместе с Араго в экспедиции для градусных измерений в Испании; глубоко исследовал явления поляризации и двойного преломления; создал несколько курсов физики; наконец, вместе с Саваром и Ампером установил основной закон электромагнитных взаимодействий. Всего Био написал около 300 научных мемуаров.

** Феликс Савар (1791—1841)—французский врач, затем стал преподавать физику и вести физические исследования. Его работы главным образом касаются акустики; он сделал ряд открытий в учении о резонансе, о звучании труб и струн, в музыкальной акустике. Сотрудничал с Био в экспериментальных работах по выяснению закона электромагнитных взаимодействий.

*** Пьер Симон Лаплас (1749—1827)—французский астроном, математик и физик, один из создателей небесной механики, теории вероятностей, автор космогонической системы.

здесь r — расстояние от dl до A, α — угол между dl и r, I — сила постоянного тока, k — коэффициент пропорциональности, значение которого зависит от системы единиц, которая принята для вычисления формулы (74-1).

Эта формула выражает *закон Био — Савара — Лапласа для элемента тока.*

Представив закон Био—Савара в векторной форме:

$$\overrightarrow{dH} = k\frac{I}{r^3}\left[\overrightarrow{dl}\cdot\vec{r}\right], \tag{74-2}$$

находим направление вектора напряженности H с помощью векторного произведения $\left[\overrightarrow{dl}\cdot\vec{r}\right]$: 1) вектор H перпендикулярен пло-

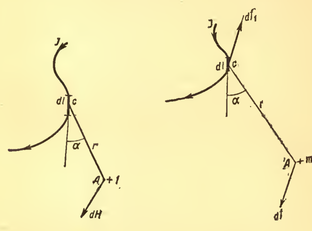


Рис. 236. Рис. 237.

скости, проходящей через dl и r; 2) имеет направление, определяемое вращением от dl к r, т. е. если dl и r лежат в плоскости чертежа, то H выходит из плоскости чертежа (при указанном направлении I).

Тот же результат получим, если будем ввинчивать буравчик по направлению I, вращение его ручки дает направление H.

Следует отметить соответствие этого результата всем описанным опытам: все стрелки и магниты в § 72 неизменно располагались перпендикулярно ближайшему участку тока, который на них действовал.

В опытах взаимодействия тока и магнита мы имеем два магнитных поля:

I. *Поле тока I*; сила, действующая на полюс m (магнитной стрелки), находящейся в точке A поля элемента тока dl, имеет значение (рис. 237):

$$df = m\,dH; \quad df = k\frac{Im\,dl\sin\alpha}{r^2}. \tag{74-3}$$

О направлении ее сказано выше.

II. *Поле магнитного полюса m*, находящегося в точке A. В этом магнитном поле находится элемент тока dl в точке C (рис. 237). Ампер при помощи серии остроумных опытов обосновал распространение III закона Ньютона на явления электродинамики. Поэтому сила df_1, действующая на элемент тока dl в точке C, равна и противоположна силе df, действующей на полюс m:

$$df_1 = -k\frac{Im\,dl\sin\alpha}{r^2};$$

она направлена за чертеж, перпендикулярно к плоскости, проходящей через dl и r (рис. 237).

Напряженность магнитного поля полюса m в точке C имеет значение:

$$H = \frac{m}{r^2};$$

поэтому

$$df_1 = -kIH\,dl\sin\alpha; \tag{74-4}$$

в векторной форме:

$$\overrightarrow{df_1} = kI[\overrightarrow{dl}\cdot\overrightarrow{H}]. \tag{74-5}$$

Этим векторным произведением определяется и направление силы df_1.

Эта формула, называемая *формулой Ампера*, определяет силу, которая действует на элемент тока dl, находящийся в магнитном поле, причем безразлично — образовано поле магнитом или током. Эту силу поля, действующую на проводник с током, называют *электродинамической или пондеромоторной* * силой поля, так как она механически действует на помещенный в ней проводник. Конечно, вместо H в надлежащих случаях в законе Ампера появляется индукция $B = \mu H$.

Направление сил df и df_1 выяснено, но в виду важности вопроса приведем иной, более наглядный способ определения этих направлений.

Как было указано, сила df_1, действующая со стороны поля на ток, по направлению определяется *правилом левой руки*, полагая, что в нашем случае ток I идет сверху вниз и что магнитный полюс m северный («+»), найдем, что на элемент тока dl будет действовать сила df_1, направленная за чертеж, если dl и r лежат в плоскости чертежа; по этому направлению будет перемещаться проводник с

* «Пондус» — вес, весомость (лат.).

током, если он может двигаться. Поэтому сила df, действующая на полюс m при указанном направлении тока (рис. 237), будет перпендикулярна к плоскости, проходящей через dl и r, и направлена к нам (из чертежа); по этому направлению будет перемещаться полюс m, если он свободен. Применение *правила буравчика* тоже может указать направление dH и df.

Итак, закон Био—Савара—Лапласа устанавливает следующие количественные определения: 1) напряженность в любой точке магнитного поля тока; 2) силу, действующую на полюс в этом поле; 3) силу, действующую на ток в магнитном поле.

Закон Био—Савара не может быть проверен непосредственным опытом, так как это закон дифференциальный о взаимодействии полюса и бесконечно малого элемента тока, между тем как на опыте мы всегда имеем дело с замкнутой цепью тока той или другой формы и конечной величины. Но этот закон дает чрезвычайно важные общие соотношения, исходя из которых, мы приходим к правильным заключениям о частных, опытно исследуемых и технически применяемых случаях, одинаково важных как в общем учении об электричестве, так и в электротехнике. Рассмотрим эти частные случаи, проверяемые опытом,—следствия из закона Био—Савара; их соответствие действительности является доказательством этого закона. Заметим, что усложненные расчеты, в основе которых лежит закон Био—Савара, постоянно служат в электротехнике при постройке и эксплуатации электромоторов, генераторов постоянного тока и других устройств.

§ 75. Поле прямолинейного тока

Прямолинейный ток образует около себя магнитное поле, которое при помощи железных опилок изображается концентрическими кругами (рис. 222, 223). Вычислим напряженность поля в точке A (рис. 238) на расстоянии $OA = R$ от прямолинейного проводника, который мы представляем себе бесконечным; по нему идет ток I вверх. Закон Био—Савара определяет напряженность в точке A, обусловленную элементом dl:

$$dH = k\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}. \qquad (75\text{-}1)$$

Пусть φ — угол, образованный с R направлением r, определяющим начало рассматриваемого элемента dl; $d\varphi$ — приращение этого угла, соответствующее элементу тока dl. Преобразуем предыдущую формулу, введя в нее как основное переменное φ (рис. 238):

$$dl\sin\alpha = r\,d\varphi;$$

$$R = r\cos\varphi;\quad \frac{1}{r} = \frac{\cos\varphi}{R};$$

$$dH = k\,\frac{I\cos\varphi\,d\varphi}{R}.$$

Такова напряженность поля в точке A, обусловливаемая элементом тока dl, положение которого по отношению к A определяется углом φ. Для того чтобы вычислить напряженность поля, созданного в точке A *конечным* отрезком тока LM (рис. 239), надо интегрировать полученное выражение в пределах от $-\varphi_2$ до $+\varphi_1$:

$$H_{LM} = \frac{kI}{R} \int_{-\varphi_2}^{+\varphi_1} \cos\varphi \cdot d\varphi = \frac{kI}{R}(\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2).$$

Для того чтобы учесть влияние всего бесконечно длинного прямолинейного тока и вычислить напряженность, создаваемую

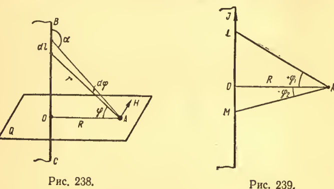


Рис. 238. Рис. 239.

им в точке A, надо интегрировать предыдущее выражение в пределах изменений φ от $-\frac{\pi}{2}$ до $+\frac{\pi}{2}$, т. е. в пределах поворота направления r на 180°:

$$H = \frac{kI}{R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos\varphi\, d\varphi = \frac{kI}{R} \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin\varphi;$$

$$H = k\frac{2I}{R}. \qquad (75\text{-}2)$$

Такова напряженность магнитного поля прямолинейного тока в точке A.

Из этого определения напряженности H вытекают следствия:

1) При данной силе тока I напряженность магнитного поля прямолинейного тока обратно пропорциональна первой степени расстояния от проводника. Следовательно, напряженность поля на окружности данного радиуса при данном токе постоянна.

2) Силовые линии около всякой точки тока O располагаются в плоскости, перпендикулярной к току, в виде концентрических окружностей (рис. 222 и 223); направление их определяется правилом буравчика. Так как число силовых линий на 1 $см^2$ служит мерой напряженности поля, то они гуще ложатся у точки O и реже на бо́льших расстояниях от нее (рис. 222).

3) В направлении, параллельном оси прямолинейного тока, составляющая напряженности магнитного поля равна нулю.

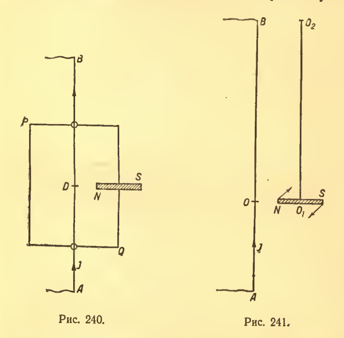


Рис. 240. Рис. 241.

Все эти следствия соответствуют опыту и им проверяются.

Закон электромагнитных взаимодействий был установлен Био и Саваром сперва опытным путем, а затем они и Лаплас на основании этих опытов математически вывели общий закон в виде приведенных выше формул: мы шли обратным путем.

Первое следствие может быть на опыте проверено так: на длинном прямолинейном проводнике AB, по которому идет ток I, укреплена рама PQ могущая вращаться около оси AB (рис. 240).

Если в отверстие рамы вложим магнит NS, то после того, как ток будет замкнут, никакого вращения магнита не заметим. Пусть на северный полюс магнита действует сила поля $f_1 = mH_1$; на южный $f_2 = mH_2$; эти силы имеют противоположные направления. Вращающие моменты этих сил выразятся так:

$$M_1 = mH_1R_1;\ M_2 = mH_2R_2,$$

где $R_1 = ON$, $R_2 = OS$. Опыт устанавливает, что магнит не вращается; следовательно, эти моменты равны и противоположны:

$$H_1R_1 = H_2R_2;\ \frac{H_1}{H_2} = \frac{R_2}{R_1},$$

т. е. напряженность в поле прямого тока изменяется обратно пропорционально первой степени расстояния, что и утверждает формула напряженности поля прямолинейного тока.

Раму в этом опыте можно сделать цилиндрической и расположить в ней несколько магнитов (например, спиц); результат будет тот же.

Если расположить магнит (стрелку) опять перпендикулярно к току, но так, чтобы он мог вращаться около оси O_2O_1, параллельной току (рис. 241), то моменты M_1 и M_2 относительно O_2O_1 не будут равны, и магнит будет поворачиваться:

$$M_1 = \frac{km\cdot 2I}{R-l}l; \qquad M_2 = \frac{km\cdot 2I}{R+l}l, \tag{75-3}$$

здесь $R = OO_1$; $2l = NS$.

Точно так же наблюдаем вращение магнита (стрелки), расположенного параллельно току и могущего вращаться около оси O_1O_2, перпендикулярной току (расположение опыта, изображенного на рис. 212); стрелка становится перпендикулярно току и из этого положения больше не выходит.

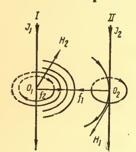


Рис. 242.

Все эти опыты указывают, что в плоскости проводника с током нет магнитной силы, что магнитное поле прямолинейного тока к нему перпендикулярно.

После изучения поля прямолинейного тока становятся понятны электродинамические взаимодействия параллельных токов. По двум параллельным проводникам (рис. 242) идут токи I_1 и I_2 одного направления; каждый из этих проводников находится в магнитном поле другого.

1) Концентрические круговые линии поля тока I_1 направлены, согласно правилу буравчика, по часовой стрелке; одна из них пройдет через точку O_2 и касательная к ней в этой точке определит напряженность H_1 поля тока I_1 в точке O_2, т. е. в той точке поля, через которую проходит ток I_2. Как видно из этого построения, H_1 будет направлено к нам от плоскости чертежа и значение ее определится по формуле:

$$H_1 = k\frac{2I_1}{O_1O_2} = k\frac{2I_1}{r}.$$

Магнитное поле тока I_1 будет механически действовать на ток I_2 и сила этого действия определится *формулой Ампера*, которая в этом случае запишется так:

$$f_1 = kI_2lH_1;$$

полагаем длину участка тока $l = 1$ *см*:

$$f_1 = kI_2H_1.$$

Подставив сюда найденное значение H_1, находим:

$$f_1 = 2k^2 \frac{I_1I_2}{r}. \qquad (75\text{-}4)$$

Направление этой силы определится по правилу левой руки; она действует по линии O_2O_1 от O_2 к O_1.

2) Выполнив такое же рассуждение о поле II тока I_2, в котором находится проводник I с током I_1, также найдем силу $f_2 = f_1$, с которой действует на ток I_1 в точке O_1 магнитное поле тока I_2; по правилу левой руки определим направление силы по линии O_1O_2 от O_1 к O_2.

Итак, в этой теории, развитой на основе закона Био — Савара, приходим к заключению, которое было установлено опытом: *два параллельных тока, направленные в одну сторону, взаимно притягиваются. Сила их взаимодействия пропорциональна произведению сил токов I_1 и I_2.*

3) Применив это рассуждение к двум параллельным токам I и II, *направленным в разные стороны*, найдем, что напряженности их полей, которыми определяется их механическое взаимодействие, таковы, что *эти токи взаимно отталкиваются*; это было установлено опытом.

§ 76. Поле кругового тока

Круговой ток образует около себя магнитное поле (рис. 225, *а*), вид которого заставил нас уподобить этот ток очень короткому магниту («*магнитный листок*»); каждый элемент кругового тока dl (рис. 243) можно принять за часть прямолинейного тока, около которого силовые линии идут по концентрическим окружностям в плоскости, перпендикулярной к данному элементу; направление поля около dl определяется по правилу буравчика.

I. Вычислим напряженность поля кругового тока в некоторой точке A (рис. 244), лежащей на перпендикуляре, восставленном к его плоскости в центре круга O.

Напряженность поля, обусловливаемая в точке A элементом тока dl, выразится по закону Био — Савара так:

$$dH_0 = k\frac{Idl}{r^2}, \qquad (76\text{-}1)$$

здесь $\sin \alpha = 1$, так как все образующие r конуса с вершиной в A пересекаются с соответствующими элементами dl под прямыми углами; $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Направление поля dH_0 образует прямой угол с направлением r; это видно из следующего построения. Элемент тока dl можем считать прямолинейным; около него нанизываются круговые силовые линии (рис. 225, *а*) с увеличивающимися радиу-

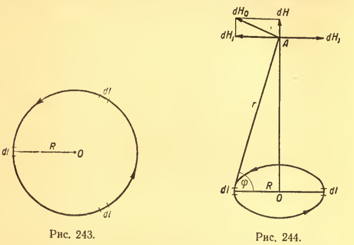


Рис. 243. Рис. 244.

сами в плоскости, перпендикулярной к dl; одна из этих окружностей пройдет через точку A и будет иметь радиус r (рис. 245); определив по правилу буравчика направление силовых линий около

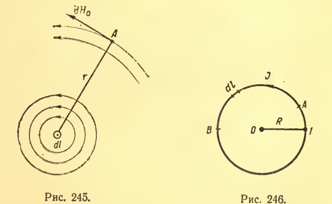


Рис. 245. Рис. 246.

элемента тока dl, находим направление dH_0 как касательной к окружности радиуса r в точке A.

Разложим этот вектор dH_0 (рис. 244) по двум взаимно перпендикулярным направлениям, одно из которых будет OA; находим два вектора dH и dH_1. Из них имеет значение лишь вектор dH, так как dH_1 уравновешивается таким же вектором dH_1, но противоположного направления, который возникает вследствие существования симметричного элемента тока dl на другом конце диаметра.

Это построение дает возможность искомую напряженность в точке A выразить так:

$$dH = dH_0 \cos\varphi = dH_0 \frac{R}{r} = k \frac{IR\,dl}{r^3}.$$

Распространим это вычисление на всю окружность, считая l переменным:

$$H = k \frac{IR}{r^3} \int_0^{2\pi R} dl = k \frac{2\pi IR^2}{r^3}. \qquad (76\text{-}2)$$

Так характеризуется *напряженность поля кругового тока*, обтекающего площадь $S = \pi R^2$; введя площадь S, находим:

$$H = k \frac{2IS}{r^3}. \qquad (76\text{-}3)$$

II. Вычислим напряженность поля в точке O — *центре окружности*, обтекаемой током I (рис. 246). Для точки O полагаем $r = R$ и сразу находим:

$$H = k \frac{2\pi I}{R}. \qquad (76\text{-}4)$$

Направление этого вектора определится по *правилу буравчика*; в нашем случае, когда ток идет против стрелки часов, H направлено к нам (от чертежа) перпендикулярно к плоскости круга.

Выражение для H можно получить иначе. Для напряженности в центре O (рис. 246) в формуле закона Био-Савара положим: 1) $\alpha = \frac{\pi}{2}$; $\sin\alpha = 1$; 2) $\Sigma\,dl = 2\pi R$: сумма всех элементов dl равна длине окружности; имеем:

$$H = k \frac{2\pi I}{R}. \qquad (76\text{-}5)$$

Следствия:

1) Если имеем короткую катушку с небольшим числом витков n, то приближенно напряженность поля в центре витков можно считать в n раз больше, чем при одном витке:

$$H_n = k \frac{2\pi}{R} In. \qquad (76\text{-}6)$$

Произведение силы тока I в амперах на число витков n называется числом ампер-витков. Эта величина, как увидим, играет большую роль в электротехнических расчетах.

2) Если в центре находится магнитный полюс m (магнитная стрелка), то сила f, действующая на него со стороны поля, созданного током U, выразится так:

$$f = mH = k\frac{2\pi Im}{R}. \qquad (76\text{-}7)$$

Эти соотношения позволяют выяснить значение коэффициента k в законе Био — Савара — Лапласа, которое до сих пор оставалось неопределенным.

§ 77. Абсолютная электромагнитная система единиц

Рассмотрим, при какой комбинации значений I, R, f в формуле

$$H = k\frac{2\pi I}{R}, \qquad (77\text{-}1)$$

коэффициент k в законе Био — Савара можно считать равным единице.

Положим, что ток I течет по круговому проводнику, радиус которого $R = 1$ *см*; тогда напряженность магнитного поля в центре этого круга

$$H = k \cdot 2\pi I; \qquad (77\text{-}2)$$

допустим далее, что при этих условиях H оказывается равна 2π эрстед (*э*):

$$H = 2\pi \text{ (э)};$$

формула принимает вид:

$$1 = kI.$$

Следовательно, $k = 1$, если при всех перечисленных условиях положим $I = 1$. Это значит, что k в предыдущих формулах получает значение единицы при условии введения новой единицы для силы тока; так как эта единица устанавливается при помощи электромагнитных явлений, то она называется *электромагнитной единицей силы тока.*

Итак, *электромагнитной единицей силы тока* $I = 1$ СГСМ *называется ток такой силы, который, протекая по окружности с радиусом* 1 *см*, *обусловливает напряженность магнитного поля* 2π *э* в центре этой окружности.

Очевидно, что каждый сантиметр такого проводника обусловливает в центре окружности поле в 1 *э*.

Если во всех предыдущих формулах силу тока I будем выражать в электромагнитных единицах, то k везде надо положить рав-

ным единице, так что основная формула закона Био — Савара получает вид:

$$H = \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}. \quad (77\text{-}3)$$

Все измерительные приборы — амперметры, вольтметры и т. п. имеют шкалы, градуированные в единицах системы МКСА. Поэтому, чтобы пользоваться в физической и электротехнической практике уравнением Био — Савара при $k=1$, необходимо установить соотношение между ампером и электромагнитной единицей силы тока, т. е. определить, скольким амперам равна электромагнитная единица силы тока.

Этот вопрос входит в общую задачу об установлении международной системы электрических и магнитных единиц.

Впервые он был поставлен в международном масштабе почти сто лет тому назад Британской ассоциацией для развития наук в 1861 г. и с тех пор до наших дней этот вопрос является предметом обсуждения на длинном ряде международных съездов и конференций, в которых участвуют выдающиеся ученые всех стран.

Из этих съездов особенно надо отметить *Первый международный конгресс электриков в Париже* 1881 г., *Второй конгресс в Париже* 1889 г. (Россия была представлена на нем профессором А. Г. Столетовым, который был избран вице-президентом конгресса *) и *Международную конференцию в Лондоне* 1908 *г*; на них были выработаны международные определения ампера, ома и вольта и их соотношения с электромагнитной системой.

После всесторонних экспериментальных исследований и измерений было принято:

$$1a = 0{,}1 \text{ СГСМ}.$$

Этот ампер назван был *«абсолютный ампер»*.

Для обоснования этого и других подобных решений в Международном бюро мер и весов и в национальных лабораториях проделана большая экспериментальная работа по измерению, построению и сравнению эталонов. Для этих работ созданы установки и измерительные приборы особой точности. Работы этого рода производились на так называемых *«ампер-весах»*, в которых силы взаимодействия введенных в цепь проводников или катушек измеряются при помощи аналитических весов, т. е. *электродинамические силы* прямо выражаются в граммах и динах с той точностью, какая достижима на данных весах. Так этими измерениями установлено:

1 междунар. ампер = 0,99985 абс. ампера.

Задолго до этих точнейших измерений основную роль при установлении единиц силы тока и других электрических единиц играл измерительный прибор, называемый *«тангенс-гальвано-*

* Президентом был знаменитый У. Томсон, впоследствии лорд Кельвин.

метром», он был предложен французским физиком П у л ь е (1837 *г.*). В виду того что этот прибор находил свое место в разнообразных измерениях и в частности — при выяснении соотношения между ампером и электромагнитной единицей тока, рассмотрим его теорию и применение.

§ 78. Тангенс-гальванометр. Связь между единицами разных систем

Маленький магнит (2— 3 *см*) с указателем вращается на острие, укрепленном в центре кругового проводника (рис. 247). Пока ток не идет по круговому проводнику гальванометра, расположим витки его в плоскости магнитного меридиана. В плоскости PQ (рис. 248) находится в равновесии и магнит NS под действием силы магнитного поля Земли $f_0 = mH$. Как только замкнем цепь, в которую входит круговой проводник гальванометра, появляется магнитное поле тока и возникает сила, действующая на стрелку; сила действия по закону Б и о — С а в а р а выразится так:

$$f = k\frac{2\pi}{R}\,mnI. \qquad (78\text{-}1)$$

Такая сила действует на каждый полюс магнита NS перпендикулярно к плоскости круга гальванометра. Эта пара отклонит магнит на некоторый угол φ от магнитного меридиана PQ (рис. 248).

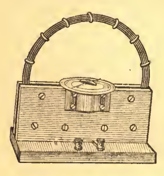


Рис. 247.

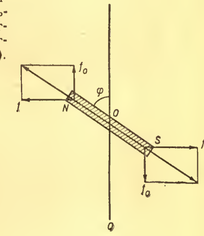


Рис. 248.

Когда равнодействующая сила f и f_0 проходит через точку O, осуществляется равновесие; соотношение между f_0 и f в этом случае:

$$f = f_0 \operatorname{tg}\varphi,$$

$$mH \operatorname{tg}\varphi = k\frac{2\pi}{R} nIm,$$

отсюда

$$H \operatorname{tg} \varphi = k \frac{2\pi}{R} nI;$$

$$I = \frac{HR}{k \cdot 2\pi n} \operatorname{tg} \varphi. \tag{78-2}$$

Значение H — *горизонтальной составляющей земного магнетизма* постоянно в данное время для данного места, R и n — постоянны для данного гальванометра; поэтому

$$I = C \operatorname{tg} \varphi, \tag{78-3}$$

где C есть число постоянное, называемое переводным множителем или *постоянной гальванометра*. Таким образом, сила тока пропорциональна тангенсу угла отклонения магнита от магнитного меридиана; отсюда и самое название «*тангенс-гальванометр*»; зная C и наблюдая отклонение φ, по тангенсу φ определяем силу тока I. Если I выражена в амперах, то:

$$I_a = C_1 \operatorname{tg} \varphi; \text{ где } C_1 = \frac{HR}{k \cdot 2\pi n}. \tag{78-4}$$

Значение k пока неизвестно; если же I выражаем в электромагнитных единицах, то $k = 1$:

$$I_{\text{СГСМ}} = I_m = C_0 \operatorname{tg} \varphi;$$

здесь

$$C_0 = \frac{HR}{2\pi n}. \tag{78-5}$$

Если известна конструкция гальванометра, то C_0 можно вычислить. Для этого надо знать радиус R (или диаметр) кругового проводника и n — число оборотов; если эти числа не даны, то их можно измерить *; значение H дается в таблицах земного магнетизма для определенного пункта и для определенной эпохи; там же приводятся годичные вариации напряженности земного магнетизма**, при помощи которых можно найти значение H для данного времени и места с достаточной точностью.

Зная C_0, можно определить при помощи тангенс-гальванометра силу тока I_m в единицах СГСМ:

$$I_m = C_0 \operatorname{tg} \varphi.$$

Вопрос об определении k сводится к экспериментальному определению C_1, когда ток выражен в *амперах*.

Составим цепь, вводя в нее постоянный источник электродвижущей силы $\mathscr{E}$ (например, батарею аккумуляторов), тангенс-галь-

* Так, для упрощенного гальванометра (рис. 247) $n = 15$, $R = 10$ *см*.
** Для Москвы $H = 0{,}17$ *э*.

ванометр G, точный амперметр A или вольтаметр (медный или газовый), реостат R и ключ K (рис. 249).

Замыкая цепь, определяем при помощи амперметра A силу тока в амперах и при помощи тангенс-гальванометра — силу того же тока в системе СГСМ. Из этих наблюдений находим для данного гальванометра переводный множитель C_1:

$$I_a = C_1 \operatorname{tg} \varphi; \; C_1 = \frac{I_a}{\operatorname{tg} \varphi}. \qquad (78\text{-}6)$$

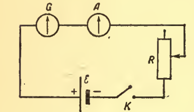


Рис. 249.

Так как C_0 известно из вычислений, то из тех же экспериментов определяем I_m:

$$I_m = C_0 \operatorname{tg} \varphi \qquad (78\text{-}7)$$

и можем сравнить значения C_1 и C_0:

$$C_1 = \frac{HR}{k\, 2\pi n}; \quad C_0 = \frac{HR}{2\pi n}. \qquad (78\text{-}8)$$

Это сравнение дает значение постоянной k в законе Б и о — С а в а р а в том случае, если I выражено в амперах. Наблюдения дают:

$$C_1 = 10\, C_0,$$

или

$$C_1 = \frac{1}{0{,}1} C_0,$$

отсюда

$$k = 0{,}1. \qquad (78\text{-}9)$$

Итак, если в законе Б и о — С а в а р а ток I выражен в амперах, то в формуле этого закона и во всех вытекающих из него формулах $k = 0{,}1$.

Это значит, что при современной точности измерений *международный ампер равен* 0,1 *электромагнитной единицы силы тока*:

$$1 \text{СГСМ} = 10 a = 3 \cdot 10^{10} \text{ СГСЭ}. \qquad (78\text{-}10)$$

Исходя из общего понятия о токе, можем сказать, что электромагнитная единица силы тока — это такой ток, при котором каждую секунду через поперечное сечение проводника проходит электромагнитная единица количества электричества, поэтому

$$1 \text{ СГСМ ед. силы тока} = 1 \; \frac{\text{СГСМ ед. количества электричества}}{\text{сек}},$$

но, поскольку 1 ед. СГСМ количества электричества $= 10\ \kappa = 3 \cdot 10^{10}$ СГСЭ единиц количества электричества, то:

$$\frac{1 \text{ СГСМ ед. количества электричества}}{1 \text{ СГСЭ ед. количества электричества}} = 3 \cdot 10^{10}. \qquad (78\text{-}11)$$

Это значит, что *электромагнитная единица количества электричества в* $3 \cdot 10^{10}$ *раз больше электростатической единицы количества электричества*; такое же отношение существует между электромагнитной и электростатической единицами силы тока:

$$\frac{1 \text{ СГСМ ед. силы тока}}{1 \text{ СГСЭ ед. силы тока}} = 3 \cdot 10^{10}. \qquad (78\text{-}12)$$

Отметим теперь же, что написанные выше отношения выражаются числом $3 \cdot 10^{10}$, которое равно скорости света в вакууме: $c = 3 \cdot 10^{10} \frac{см}{сек}$; как было показано Максвеллом, это обстоятельство служит выражением глубокой связи между оптическими и электромагнитными явлениями.

Если одну и ту же величину измерять единицами разного значения (например, измерять данную длину метрами и сантиметрами), то полученные числовые значения величины будут обратно пропорциональны этим единицам. Обозначим некоторое количество электричества, измеренное в электростатических единицах, через q_e, то же количество в электромагнитных единицах — через q_m; тогда:

$$\frac{q_e}{q_m} = 3 \cdot 10^{10} = c,$$

для данного тока значения I_e в электростатических единицах и I_m в электромагнитных связаны также:

$$\frac{I_e}{I_m} = 3 \cdot 10^{10} = c. \qquad (78\text{-}13)$$

Легко убедиться, что c действительно имеет размерность скорости:

$$[c] = [I_e : I_m] = [см^{\frac{3}{2}} г^{\frac{1}{2}} сек^{-2} : сек^{\frac{1}{2}} г^{\frac{1}{2}} сек^{-1}] = \left(\frac{см}{сек}\right).$$

Тангенс-гальванометр исторически имел очень большое значение при выработке методов электрических измерений.

Из множества его применений укажем на следующие:

1) Можно весьма точно сравнивать между собой силы двух токов по отклонениям тангенс-гальванометра:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2}.$$

2) Тангенс-гальванометр дает один из очень точных способов для определения горизонтальной составляющей земного магнетизма:

$$I = \frac{HR}{0{,}1 \cdot 2\pi n} \operatorname{tg} \varphi; \quad H = \frac{\pi n I}{5R} \operatorname{ctg} \varphi.$$

3) Для определения значения числа c:

$$c = \frac{I_e}{I_m}$$

было предложено много экспериментальных методов. Рассмотрим метод многократного разряда конденсаторов.

Представим себе такую схему (рис. 250): $\mathscr{E}$ — источник с высокой разностью потенциалов (например, 1000 *в*), K — конденсатор, емкость которого известна, G — тангенс-гальванометр, L — вибратор (например, ветвь камертона), делающий ν колебаний в секунду. Когда в процессе колебания вибратор L соприкасается с M_1, заряжается конденсатор до напряжения U источника; когда L соприкасается при колебании с M_2, происходит разряд конденсатора через гальванометр, который отклонением магнита оценивает силу тока в электромагнитных единицах:

$$I_m = C_0 \operatorname{tg} \varphi.$$

С другой стороны, при каждом разряде конденсатора в цепи проходит q единиц СГСЭ электричества, причем:

$$q = CU,$$

где C — емкость конденсатора. Если вибратор совершает ν колебаний в секунду, то сила тока, прошедшего при разрядах конденсатора через гальванометр в единицах СГСЭ, выразится так:

$$I_e = \nu q = \nu CU.$$

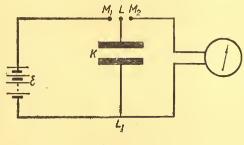


Рис. 250.

Зная емкость конденсатора C, находим:

$$c = \frac{I_e}{I_m} = \frac{\nu CU}{C_0 \operatorname{tg} \varphi}.$$

Если напряжение U источника неизвестно, то разность потенциалов между обкладками конденсатора определяется при помощи электрометра; U и C нужно выражать в единицах системы СГСЭ.

Так опытным путем было установлено численное значение c:

$$\frac{I_e}{I_m} = 3 \cdot 10^{10} = c.$$

Таким образом, в законе Био — Савара вводится коэффициент k, значение которого определяется тем, в каких единицах выражен ток:

1) Если ток выражен в электромагнитных единицах I_m, то $k = 1$:

$$dH = \frac{I_m dl \sin\alpha}{r^2}. \qquad (78\text{-}14)$$

2) Если ток выражен в электростатических единицах:

$$\frac{I_e}{I_m} = c; \quad I_m = \frac{1}{c} I_e;$$

$$dH = \frac{1}{c} \frac{I_e dl \sin\alpha}{r^2}. \qquad (78\text{-}15)$$

3. Если ток выражен в амперах I_a:

$$I_m = 0{,}1 I_a; \quad dH = 0{,}1 \frac{I_a dl \sin\alpha}{r^2}. \qquad (78\text{-}16)$$

Это относится и ко всем остальным формулам, вытекающим из закона Био — Савара.

Развитие этих соотношений приводит к установлению электромагнитных единиц потенциала (V_m) и сопротивления (R_m) и их связи с практическими единицами.

1) Известна формула, выражающая работу электрического тока:

$$W = UIt;$$

полагая $U = 1\,в$, $I = 1\,а$, $t = 1\,сек$, имеем:

$$1\,в \cdot 1\,а \cdot 1\,сек = 1\,дж = 10^7\,эрг;$$
$$1\,эрг = 10^{-7} \cdot 1\,в \cdot 1\,а \cdot 1\,сек.$$

С другой стороны, по системе СГСМ:

$$W = 1\ СГСМ_U \cdot 1\ СГСМ_I \cdot 1\ сек = 1\ эрг;$$

отсюда:

$$\frac{1\,в \cdot 1\,а \cdot 1\,сек}{10^7} = 1\ СГСМ_U \cdot 1\ СГСМ_I \cdot 1\,сек.$$

Так как $1\ а = 0{,}1\ СГСМ_I$, то из предыдущего равенства вытекает, что

$$1\ СГСМ_U = 10^{-8}\,в,$$
$$1\ в = 10^8 СГСМ_U.$$

2) Точно так же:

$$1\ ом = \frac{1в}{1а} = \frac{10^8 СГСМ_U}{0{,}1 СГСМ_I} = 10^9 СГСМ_R,$$

т. е. $$1\ ом = 10^9\,СГСМ_R.$$

Итак,

$$1\ \text{СГСМ}_U = 10^{-8}\ \textit{в};\ 1\ \text{СГСМ}_R = 10^{-9}\ \textit{ом}.$$

Закон Био — Савара — Лапласа и его следствия, одно из которых — установление системы электромагнитных единиц, являются выражением идеи о том, что электрический ток и магнитное поле — две стороны одного и того же электромагнитного процесса.

Это основное положение выражается, между прочим, в связи магнитных и электрических величин. Обзор этих соотношений позволяет сделать заключение: *напряженность магнитного поля есть мера силы тока, и обратно.*

Так, если в разобранном ранее примере вращения рамки (или контура) с током в однородном магнитном поле (рис. 216) в выражении вращающего момента пары:

$$M = fl \cos\varphi = fl \sin\alpha$$

ввести пондеромоторную силу по формуле Ампера, то найдем выражение, связывающее момент с напряженностью поля и силой тока:

$$M = IHl_1 \sin\alpha,$$

где $l_1 = AB = DC$. Зная заранее M и наблюдая α, можем по этой формуле определять или I, или H — напряженность магнитного поля, в котором вращается рамка (контур) с током I.

§ 79. Гальванометры Депре-Д'Арсонваля и другие

Как поучительный пример приложения теории, рассмотрим действие электроизмерительных приборов системы Депре и Д'Арсонваля. Все приборы этой системы — гальванометры

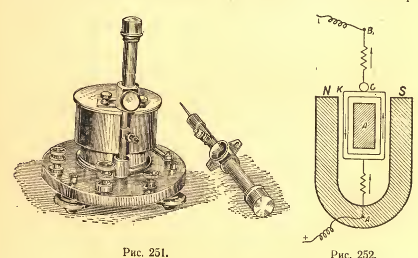


Рис. 251. Рис. 252.

(рис. 251); амперметры, вольтметры — в основе своего устройства имеют неподвижный магнит NS, в поле которого подвешена *подвижная катушка* K (рис. 252), обтекаемая током.

Катушка, подвешенная в поле магнита на упругой нити или пружине, при включении тока отклоняется от своего положения равновесия, что замечается по перемещению стрелки (рис. 221) или зеркальца O (рис. 220 и 252). Повернувшись на некоторый угол φ, подвижная система гальванометра совершает затухающие колебания и останавливается в новом положении равновесия.

Внутри катушки помещается неподвижный железный цилиндр A (рис. 252), назначение которого — концентрировать силовые линии постоянного магнита. Как видно из рис. 253, в пространстве между полюсными наконечниками N и S и цилиндром магнитные силовые линии расположены по продолжениям радиусов цилиндра. Таким образом, проводники подвижной катушки при поворотах последней перемещаются всегда перпендикулярно силовым линиям, что облегчает расчеты и, как увидим дальше, обеспечивает равномерность шкалы этих приборов.

По *закону Ампера* сила, действующая на левую вертикальную часть катушки (вертикальная длина ее h) с n оборотами (рис. 252) в постоянном магнитном поле с индукцией B при $\alpha = 90°$ выразится так:

$$f = 0{,}1\ IBhn, \tag{79-1}$$

где I — сила тока, текущего по катушке, выраженная в амперах.

Такая же сила, но противоположно направленная, действует на правую вертикальную часть катушки. Для горизонтальных частей катушки $\alpha = 0$, следовательно, и сила равна нулю. Вращение катушки (или подвижной рамки) в поле магнита происходит под действием пары (f, f), момент которой определится формулой:

$$M = fl = 0{,}1IBhnl, \tag{79-2}$$

где l — длина горизонтальной части катушки.

Рис. 253.

В отклоненном положении, когда под действием тока катушка отклонится на угол φ от нормального положения, этот вращающий момент равен и противоположен моменту кручения поддерживающей катушку проволоки или пружины, приводящей ее в нормальное положение:

$$M = F\varphi;$$

отсюда:

$$0{,}1IBhnl = F\varphi;\ I = \frac{F}{0{,}1\ Bhnl}\ \varphi;$$

здесь $hl = S$ — площадь катушки; это постоянная величина для данного прибора, так же как и F, B, n; обозначив постоянную гальванометра через C, имеем:

$$\frac{F}{0{,}1BSn} = C; \quad I = C\varphi. \tag{79-3}$$

Отсюда видно, что *сила тока, обтекающего катушку гальванометра, пропорциональна углу отклонения катушки.*

Этот вывод теории указывает замечательное свойство измерительных приборов Депре-Д'Арсонваля: *деления их шкалы пропорциональны силе тока.* Значение постоянной гальванометра

$$C = \frac{I}{\varphi}$$

численно равно тому току, при котором отклонение равно единице угла, например, 1°. Следовательно, для градуировки шкалы этого гальванометра на амперы достаточно заметить отклонение φ при известном токе I; тогда по формуле найдем значение постоянной C, а зная C, т. е. I при $\varphi = 1$, легко нанести на шкалу деления для разных значений I. Чем меньше постоянная C, тем чувствительнее гальванометр, т. е. тем меньший ток вызывает отклонение на 1°, или тем больше угол, на который происходит отклонение указателя при данном токе.

Измеряя при помощи гальванометра ток I и наблюдая время действия тока t, можно определить количество протекшего через гальванометр электричества:

$$q = It.$$

Во избежание повреждения гальванометра его снабжают *шунтом*; непосредственно гальванометром измеряют лишь малые доли ампера, например, миллиамперы.

Часто требуется определить количество электричества при почти мгновенном токе (разряд конденсатора и т. д.); тогда увеличивают момент инерции вращающейся катушки, присоединяя к ней добавочные массы; этим увеличивается период ее колебания T, что позволяет измерить угол первого отброса катушки φ, причем длительность отброса превышает длительность разряда; зная угол φ, можно измерить $It = q$, потому что, как показывает теория, It, пропорционально φ, т. е.

$$q = C\varphi.$$

Такой гальванометр называется *баллистическим*; в нем подвиж-

ная система должна иметь большой собственный период колебаний, чтобы импульс тока закончился ранее, чем система заметно отклонится.

В последней формуле C *есть постоянная баллистического гальванометра.*

Чтобы составить понятие о том, как оценивается чувствительность гальванометра, изучим способ отсчета показаний зеркального гальванометра. С вращающейся катушкой соединено плоское зеркало: против него ставят трубу и шкалу, которую ярко освещают. Когда нет тока в катушке, при спокойном состоянии катушки и зеркала в положении AB (рис. 254) в трубу видно отражение ну-

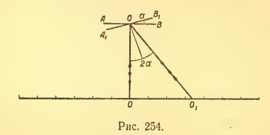


Рис. 254.

левого деления шкалы O; при повороте зеркала на угол α в трубу видно деление Q. Тогда, зная, что луч повернулся при этом на 2α, имеем:

$$O_1O = OQ \operatorname{tg} 2\alpha;$$
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{O_1O}{OQ} = \frac{x}{d}.$$

Здесь $x = OO_1$ — число делений шкалы, непосредственно определяемое наблюдением в трубу, $OQ = d$ — расстояние от шкалы до зеркала, заранее измеряемое. Следовательно,

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arc\,tg} \frac{x}{d}, \tag{79-4}$$

Разлагаем круговую функцию в так называемый *ряд Грегори*:

$$\alpha = \frac{1}{2}\left[\frac{x}{d} - \frac{1}{3}\left(\frac{x}{d}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{x}{d}\right)^5 - \cdots\right]. \tag{79-5}$$

При измерениях слабых токов, для чего только и нужны столь чувствительные гальванометры, угол α очень мал (1—2°), поэтому x по сравнению с d тоже очень мало. На основании этих соображений, ограничиваясь первым членом разложения, принимаем:

$$\alpha = \frac{x}{2d}. \tag{79-6}$$

Таким образом, заранее зная d, по наблюдаемому x определим α, т. е. угол φ; если C для данного гальванометра известно, то находим I.

Вместо наблюдения в трубу можно прямо отбросить отраженный от зеркала луч («зайчик») на шкалу и следить за его перемещениями (например, из O в O_1). Такое наблюдение называется *объективным*; наблюдение в трубу — *субъективным*.

Чувствительность гальванометра может быть оценена тем током, который дает при зеркальном отсчете отклонение отраженного луча на 1 *мм* на шкале, расстояние которой от зеркала равно 1 *м*; наилучшие современные гальванометры имеют чувствительность до 10^{-12} *а*.

Как видно из формулы, условие *наибольшей чувствительности*, т. е. наименьшего значения C, требует наибольших значений H, S, n. Для удовлетворения первых двух условий в гальванометрах высокой чувствительности устанавливают не один, а несколько стальных магнитов. Последнее условие удовлетворяется тем, что на вращающуюся рамку наматывается много оборотов очень тонкой проволоки диаметром в несколько (2—8) сотых долей миллиметра. Это обстоятельство заставляет быть очень осторожным в обращении с гальванометром: сильным током легко пережечь эту проволоку. Поэтому гальванометры высокой чувствительности необходимо *шунтировать*.

Для измерения очень слабых или переменных токов с большой частотой применяется *струнный гальванометр*. Измеряемый ток пропускают через очень тонкую (2—5 *мк*) платиновую проволоку, натянутую между полюсами сильного электромагнита (рис. 255). Когда идет ток, проволочка прогибается (по правилу левой руки); ее смещения наблюдают и измеряют при помощи микроскопа со шкалой.

В *вибрационном гальванометре* вместо платиновой проволоки подвешивают несколько тончайших железных проволок с зеркаль-

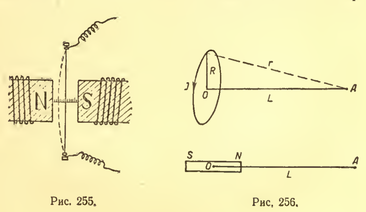


Рис. 255. Рис. 256.

цем; переменный ток проходит через обмотку электромагнита и приводит железные проволоки в колебательное движение, которое регистрируется движением зайчика на шкале.

§ 80. Магнитный момент кругового тока

Вышеописанными опытами установлено, что магнитное поле, возникшее около тока (прямого или кругового), по своим действиям ничем не отличается от поля, существующего вокруг всякого магнита; поэтому представляется возможным заменять магнит током без какого бы то ни было нарушения существующего около магнита поля и без изменения его действий.

А м п е р перешел от этих качественных заключений к количественному решению вопроса, который он поставил в такой форме: если имеем *круговой ток* (*магнитный листок*), то каким магнитом можно его заменить без изменения существующего поля?

Напряженность поля кругового тока в точке A (рис. 256) выражается формулой:

$$H_1 = \frac{2IS}{r^3} = \frac{2IS}{(\sqrt{L^2+R^2})^3} = \frac{2IS}{\left(L\sqrt{1+\frac{R^2}{L^2}}\right)^3}; \qquad (80\text{-}1)$$

здесь L — расстояние центра магнитного листка O от точки A, находящейся на его оси: $L = OA$; I выражена по системе СГСМ; если R — радиус магнитного листка мал по сравнению с L, то:

$$H_1 = \frac{2IS}{L^3}. \qquad (80\text{-}2)$$

Заменим круговой ток — *магнитный листок* — таким магнитом, чтобы напряженность поля в точке A не изменилась. Для этого прежде всего обратим внимание на то, что магнитный листок по отношению к точке A стоит в *I положении Гаусса*, т. е. точка A находится на оси магнитного листка, на продолжении оси кругового тока. Поставим по отношению к точке A магнит NS в *I положении Гаусса*, чтобы ось его была расположена так же, как была расположена ось магнитного листка и чтобы расстояние OA было равно L. Тогда поле его в точке A будет иметь значение:

$$H_2 = \frac{2M}{L^3}. \qquad (80\text{-}3)$$

Если этот магнит эквивалентен круговому току (магнитному листку), то напряженности их полей в любой точке, в том числе и

точке A, должны быть равны и потому $H_1 = H_2$; сравнивая формулы, находим:

$$M = IS. \tag{80-4}$$

Этот замечательный результат может быть выражен так: *поле кругового тока эквивалентно полю такого магнита, магнитный момент которого численно равен произведению силы тока на обтекаемую им площадь.*

Этим соотношением решен поставленный Ампером вопрос об *эквивалентности магнитов и токов*. По физическому смыслу величины M естественно ее назвать «*магнитный момент тока*».

Если величина I выражена в амперах, то формула принимает вид:

$$M = 0{,}1\,IS. \tag{80-5}$$

Если формула напряженности имеет вид:

$$H_2 = \frac{1}{\mu}\frac{2M}{L^3},$$

т. е. если поле образовано в среде с магнитной проницаемостью μ, то соотношение (80-5) напишется так:

$$M = \mu IS. \tag{80-6}$$

Исходя из своей гипотезы о сущности магнетизма, Ампер при помощи специального теоретического исследования обобщил полученный результат, показав *эквивалентность соленоида магниту* и установив возможность эквивалентной замены любого магнита током, и обратно. По гипотезе Ампера можно представить магнит как цилиндр (рис. 257), обтекаемый токами одного направления, плоскости которых перпендикулярны оси магнита. Бросается в глаза аналогия с соленоидом, который, как экспериментально установлено, имеет полюсы N и S, сообразно направлению тока в его витках. Каждый из витков может быть заменен магнитным листком с его моментом:

$$M = IS;$$

суммирование этих одинаково направленных моментов приближенно дает магнитный момент соленоида:

$$M = nIS,$$

где n — число витков соленоида.

Следовательно, приближенно можно сказать, что соленоид эквивалентен магниту, момент которого M связан с током в соленоиде соотношением:

$$M = nIS. \qquad (80\text{-}7)$$

Если в соленоиде есть сердечник, то:

$$M = \mu nIS, \text{ или } M = 0{,}1\,\mu nIS. \qquad (80\text{-}8)$$

Во второй формуле сила тока I выражена в амперах.

Эти магнитные моменты магнитов, заменяющих соленоиды, могут быть названы *магнитными моментами соленоидов*.

Рис. 257.

Изложенная теория А м п е р а делает очень важный шаг в его гипотезе о сущности магнетизма, связывая количественную характеристику всякого магнита M с электрическим током I.

Более того, продолжив это рассуждение, приходим к обнаружению прямой связи между намагничиванием и током. Выделим бесконечно малый объем намагниченного вещества:

$$dv = dSdl.$$

Тогда для *интенсивности намагничивания* имеем выражение (§ 104):

$$\dot{I} = \frac{dM}{dv} = \frac{dM}{dS\,dl}.$$

По общему определению магнитного момента:

$$dM = dIdS,$$

где dI — ток, обтекающий соответственный магнитный листок, которым заменяем намагниченный объем. Поэтому:

$$\dot{I} = \frac{dI}{dl};\ dI = \dot{I}\,dl;$$

$$I = \oint \dot{I}\,dl. \qquad (80\text{-}9)$$

Это значит, что намагниченность вещества связана с эквивалентным током в замкнутом контуре, в веществе которого ток обусловливает *циркуляцию вектора намагничивания*. Таким образом оценка интенсивности намагничивания сводится к оценке эквивалентного тока.

§ 81. Поле соленоида. Магнитный поток

Поле внутри длинного соленоида в достаточном удалении от его концов, как показывает опыт, можно считать однородным (рис. 229), и потому поток Ф внутри соленоида выразится в максвеллах следующим образом:

$$\Phi = \mu HS = BS, \qquad (81\text{-}1)$$

где S — сечение витков соленоида.

Установим, как напряженность поля соленоида H связана с током I, который обусловливает самое появление поля соленоида.

Если ход винтовой линии намотки в соленоиде мал и витки лежат близко друг от друга, то каждый виток соленоида можно приближенно заменить круговым током, т. е. магнитным листком с его полюсами.

Выражение напряженности поля такого магнитного листка:

$$H_1 = 4\pi\sigma$$

может быть преобразовано:

$$H_1 = 4\pi \frac{M}{l_1 S},$$

где l_1 — толщина витка (расстояние его полюсов), M — его магнитный момент, эквивалентное значение которого таково:

$$M = IS;$$

поэтому:

$$H_1 = 4\pi \frac{IS}{l_1 S} = 4\pi \frac{I}{l_1}. \qquad (81\text{-}2)$$

Положим, что на всей рассматриваемой длине соленоида l уложилось n витков:

$$l = n\, l_1;$$

отсюда

$$l_1 = \frac{l}{n}.$$

Введя в формулу l_1, выраженное через параметр всего рассматриваемого соленоида l, находим:

$$H = 4\pi \frac{nI}{l}. \qquad (81\text{-}3)$$

В этой формуле, выражающей напряженность поля соленоида, учтено, как влияет поверхностная плотность ампер-витков на H.

Если I выражено в амперах, то формула напряженности поля соленоида принимает вид:

$$H = 0{,}4\pi \frac{nI}{l};$$

$\frac{nI}{l}$ есть число ампер-витков на сантиметр.

Мы пришли к общему и важному заключению: *напряженность магнитного поля внутри соленоида, обтекаемого током, пропорциональна числу ампер-витков на единицу длины соленоида.* Это положение устанавливает возможность измерения напряженности магнитного поля числом ампер-витков (*ав*) на единицу длины того тока, который является причиной возникновения поля. Таким образом, магнитное поле количественно связано с порождающим его током.

Единица напряженности поля в системе СГСМ *эрстед* (*э*) с этой точки зрения есть напряженность поля внутри такого соленоида, в котором на сантиметр приходится $\frac{10}{4\pi}$ витков и который обтекается током в $1a = 0{,}1$ единицы тока в системе СГСМ:

$$1э = \frac{10}{4\pi}\frac{ав}{см}. \qquad (81\text{-}4)$$

Итак, напряженность магнитного поля может быть выражена по системе СГСМ в эрстедах или по системе МКСА через ампер-витки на метр, или ампер на метр (*а/м*).

Мы показали качественную и количественную зависимости между процессами электрического тока и неизменно сопутствующих им процессам образования магнитного поля; данное значение I обусловливает вполне определенные $\dot{I}$ и H.

Если соленоид замкнут (*тороид*, рис. 258), то поле сосредоточено внутри его, нет рассеяния во внешнем поле.

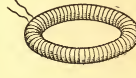


Рис. 258.

Пусть радиус замкнутой катушки соленоида r, тогда

$$l = 2\pi r,$$

и формула в случае замкнутого соленоида принимает вид:

$$H = 4\pi\frac{nI}{2\pi r} = \frac{2nI}{r}. \qquad (81\text{-}5)$$

§ 82. Работа перемещения контура с током в магнитном поле

При движениях проводников с током в магнитном поле и при перемещении магнитов в поле тока, а также при взаимодействии токов *электродинамические или пондеромоторные силы поля* выполняют механическую работу, которая успешно используется современной техникой при устройстве электромоторов самых разнообраз-

ных типов, а также в иных установках (звонок, телеграф, телефон и т. д.), столь широко и глубоко вошедших в нашу культуру и быт.

Так как закон Био — Савара — Лапласа и другие установленные выше соотношения определяют действующие при

Рис. 259.

Рис. 260.

этих движениях силы, то возможно вычислить совершаемую при этом работу. Рассмотрим, как вычисляется работа при движении в магнитном поле в некоторых простых случаях, важных для понимания общих приемов этих вычислений.

Проводник с током всегда находится в собственном магнитном поле с потоком Φ_0; если он попадает в постороннее или внешнее магнитное поле потока Φ, то, приходя в движение в этом магнитном поле, проводник может совершать работу за счет собственной энергии.

Рассмотрим сначала движение прямого проводника LL_1, по которому идет ток I (рис. 259), под действием *пондеромоторных сил* однородного магнитного поля, определяемого индукцией B. Пусть элемент этого тока dl образует угол φ с направлением магнитного потока Φ. Тогда по формуле Ампера сила, действующая на элемент dl, выразится так:

$$df = IB\,(dl \sin\varphi); \tag{82-1}$$

здесь $B = \mu H$, ток I выражен по системе СГСМ. Обозначив через dy проекцию элемента dl на ось Y, перпендикулярную полю, имеем:

$$dl \sin\varphi = dy; \;\; df = IB\,dy. \tag{82-2}$$

Направление силы f определим по правилу левой руки; при указанном направлении тока и поля (рис. 260) сила f и перемеще-

ние будут направлены из чертежа к нам параллельно оси Z. Если мы переменим точку зрения и будем смотреть вдоль поля так, что поле станет перпендикулярно к плоскости чертежа и линии индукции будут уходить за чертеж (рис. 261), то при указанном направле-

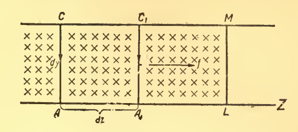


Рис. 261.

нии тока I сила f будет направлена направо по оси Z и под ее действием элемент тока из положения AC перейдет в положение A_1C_1, переместившись на расстояние dz; при этом будет совершена работа dW:

$$dW = f\,dz = IB\,dy\,dz.$$

Произведение $dy\,dz$ есть площадь: $dy\,dz = dS$, описанная проекцией dy элемента тока dl при перемещении dz:

$$dW = IB\,dS;\ \ B\,dS = d\Phi,\ \ dW = I\,d\Phi;$$

здесь $d\Phi$ есть поток индукции, который пересечен элементом dy (или dl) при бесконечно малом перемещении на расстояние dz; $d\Phi$ выражено в *максвеллах.*

Перейдем к конечному перемещению проводника с током (например, из положения AC в положение LM (рис. 261):

$$W = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} I\,d\Phi = I\,(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi;$$

$\Delta\Phi$ есть изменение потока индукции за время перемещения, т. е. $\Delta\Phi$ есть величина потока, пересеченного током за время его перемещения:

$$W = I\Delta\Phi. \qquad (82\text{-}3)$$

Это значит, что *работа при перемещении проводника с током во внешнем магнитном поле численно равна произведению силы тока на величину потока индукции, пересеченного проводником за время перемещения.*

Для пояснения полученного результата следует представить себе, что $\Delta\Phi$ есть поток, проходящий через площадь $ACML$ (рис. 261), описанную током при его движении; можно это же заключение выразить иначе: $\Delta\Phi$ есть приращение потока Φ_0 за время движения проводника; это значит, что $\Delta\Phi$ определяет число линий индукции, пересеченных проводником при его перемещении.

Это хорошо иллюстрируется таким экспериментом. Две изолированные медные шины AB и CD (рис. 262) установлены над полю-

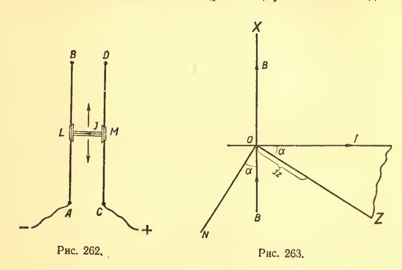


Рис. 262. Рис. 263.

сами электромагнита; по ним, как по рельсам, перемещается медная ось LM с колесиками; если через шины и ось идет ток, то при появлении поля электромагнита ось будет перемещаться по правилу левой руки; при перемене направления тока движение будет обратным. При этих движениях ток LM пересекает линии внешнего поля, т. е. поля электромагнита.

Если ток I выражен в амперах, то формула работы получает вид:

$$W = 0{,}1\ I\Delta\Phi\ (\text{эрг}). \qquad (82\text{-}4)$$

Обобщим полученный результат, освободившись от предположения, что перемещение перпендикулярно к полю, т. е. что оно происходит по направлению силы f.

Пусть направление силы f и перемещение dz проводника с током образуют угол $\alpha = \angle\ (f,\ dz)$. Проведя через f и dz плоскость (рис. 263), положим, что элемент тока пересекает эту плоскость в точке O (ток направлен за плоскость чертежа), тогда видим, что

$$\alpha = \angle\ (B,\ N),$$

где N есть нормаль к площадке $dS = dydz$, описанной элементом тока при перемещении по направлению Z. Поток индукции через площадку dS выразится так:

$$d\Phi = B\ dS \cos(B,N).$$

После этих геометрических соображений обратимся к вычислению работы при перемещении элемента тока на бесконечно малом пути dz:

$$dW = fdz \cos(f,dz);$$

принимая во внимание предыдущие соображения, преобразовываем эту формулу так:

$$dW = IB\ dy\ dz \cos(f,\ dz) = IB\ dS \cos(B,N);$$

$$dW = Id\Phi. \qquad (82\text{-}5)$$

Приходим к полученному ранее выражению работы:

$$W = I\Delta\Phi.$$

Так как ток I всегда течет по замкнутому контуру, который до движения связан с собственным магнитным полем Φ_0, то движение его во внешнем магнитном поле приводит к тому, что за время перемещения к этому потоку Φ_0 прибавляется еще пересекаемый контуром поток внешнего магнитного поля $\Delta\Phi$; следовательно, весь поток через площадь, ограниченную контуром тока, во время движения равен $\Phi_0 + \Delta\Phi$, причем

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_0,$$

где Φ_0 — поток до движения, Φ_1 — максимальное значение потока, пересеченного контуром при движении, иначе — пересеченный поток в конце движения.

Поэтому и в случае движения замкнутого контура выражение работы остается то же:

$$W = I(\Phi_1 - \Phi_0) = I\Delta\Phi. \qquad (82\text{-}6)$$

Итак, при движении замкнутого контура тока во внешнем магнитном поле полная *работа* равна алгебраической сумме работ электродинамических сил при перемещении всех его участков и *выражается произведением силы тока на изменение потока индукции, пронизывающего площадь, ограниченную контуром тока.*

Знак этой работы определится из формулы:

$$W = I(\Phi_1 - \Phi_0),$$

где Φ_1 — поток индукции через контур после перемещения, Φ_0 — поток до перемещения. При этом могут быть два положения:

1. Если $\Phi_1 > \Phi_0$, то работа положительна, контур тока перемещается в сторону возрастающего потока, силы поля совершают положительную работу:

$$W = +I\Delta\Phi. \qquad (82\text{-}7)$$

2) Если $\Phi_1 < \Phi_0$, то работа отрицательна:

$$W = -I\Delta\Phi. \qquad (82\text{-}8)$$

Это значит, что работу совершают внешние силы против сил поля; следовательно, перемещение контура тока в сторону уменьшающегося потока возможно лишь при действии внешних сил.

Вращение замкнутого контура, например, рамки, обтекаемой током, в магнитном поле хорошо иллюстрирует эти выводы: под действием сил поля рамка становится перпендикулярно к силовым линиям, т. е. так, чтобы поток индукции в направлении внешнего поля через контур рамки был максимален; вывести рамку из этого положения могут лишь внешние силы.

При движении в магнитном поле соленоида или катушки под Φ_1 и Φ_2 надо понимать произведение потока, пронизывающего один виток на число витков, — это суммарные потоки всей катушки или соленоида.

Рассмотрим подробнее вопрос о движении контура с током в поле под действием внешних, не электродинамических сил, например, о вращении контура внешними силами в магнитном поле.

Как было показано, внешние силы при этом совершают работу:

$$\Delta W = -I\Delta\Phi, \qquad (82\text{-}9)$$

и контур тока получит эквивалентный запас потенциальной энергии:

$$\Delta\Pi = -I\Delta\Phi, \qquad (82\text{-}10)$$

который может быть обнаружен; коль скоро внешние силы прекратят свое действие, контур приходит в движение под действием сил поля, и потенциальная энергия эквивалентно превращается в кинетическую. Видим полную аналогию с подъемом и падением тела в поле Земли. Знак минус указывает на уменьшение запаса потенциальной энергии при переходе от минимального потока, пронизывающего контур, к максимальному.

Преобразуем выражение потенциальной энергии:

$$d\Pi = -Id\Phi = -Id(\Phi_0 \cos\alpha) = -Id(HS\cos\alpha) = IHS\sin\alpha\, d\alpha;$$

здесь α — угол между направлением поля H и нормалью к плоскости контура S.

Изменение потенциальной энергии контура при переходе его из положения, характеризуемого углом α_1 в положение, характеризуемое углом α_2, выражается так:

$$\Delta\Pi = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} IHS\sin\alpha\, d\alpha =$$

$$= -IHS\cos\alpha_2 - [-IHS\cos\alpha_1];$$

$IS = M$, где M — магнитный момент тока; поэтому:

$$\Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1 = (-MH\cos\alpha_2) - (-MH\cos\alpha_1).$$

Так как при вычислении потенциальной энергии всегда остается произвольным уровень, от которого ведется отсчет, то для выражения потенциальной энергии контура с током в однородном магнитном поле можно принять формулу:

$$\Pi = -MH\cos\alpha. \qquad (82\text{-}11)$$

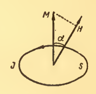


Рис. 264.

Вектор магнитного момента тока M направлен по нормали к плоскости контура тока; поэтому $M\cos\alpha$ есть проекция момента тока на направление поля H (рис. 264). Следовательно, выражение для потенциальной энергии можно рассматривать как скалярное произведение векторов M и H:

$$\Pi = -(\vec{M}\cdot\vec{H}).$$

§ 83. Магнитодвижущая сила

Опыты установили явление вращения магнита около прямого тока по правилу буравчика, т. е. по круговым силовым линиям поля прямого тока. Вычислим работу, совершаемую силами магнитного поля при этом вращении.

Магнитный полюс $m = 1$ СГСМ под действием сил магнитного поля тока обходит этот ток по круговой орбите с радиусом R; на рис. 246 ток перпендикулярен к плоскости чертежа и направлен от чертежа к нам. Работа сил поля на участке AB численно выразится так:

$$\Delta V = \int_A^B H\,dl, \qquad (83\text{-}1)$$

где dl — элемент дуги на пути AB, H — напряженность поля прямого тока:

$$H = \frac{2I}{R}. \qquad (83\text{-}2)$$

Следовательно, работа перемещения полюса в поле тока в этом случае выражается линейной суммой напряженности поля по длине части кругового контура AB. Подставив значение H, находим:

$$\Delta V = \frac{2I}{R}\int_A^B dl. \qquad (83\text{-}3)$$

Разность потенциалов ΔV, численно равная работе при перемещении полюса $m = 1$, растет по мере раздвижения точек A и B пропорционально дуге AB и при полном обороте полюса, положим, из точки A и до точки A достигает наибольшего значения:

$$\Delta V = \frac{2I}{R} \oint dl = \frac{2I}{R} \int_0^{2\pi R} dl = 4\pi I.$$

По аналогии с *электродвижущей силой* естественно назвать эту *максимальную разность потенциалов при полном обороте единичного магнитного полюса вокруг тока магнитодвижущей силой* $\mathscr{E}_m$:

$$\mathscr{E}_m = 4\pi I. \quad (83\text{-}4)$$

Если ток идет в одну сторону по n параллельным виткам, причем сила тока в каждом из них I, то выражение магнитодвижущей силы получает вид:

$$\mathscr{E}_m = 4\pi n I. \quad (83\text{-}5)$$

Замечательно, что в выражение $\mathscr{E}_m$ не входит радиус R окружности, по которой совершается обход. Это значит, что, по какой бы *замкнутой кривой* ни перемещался полюс, всегда магнитодвижущая сила выражается одной и той же формулой, лишь бы эта кривая охватывала ток.

Называя произведение nI *ампер-витками*, видим, что магнитодвижущая сила $\mathscr{E}_m$ пропорциональна числу ампер-витков.

За единицу магнитодвижущей силы принят

$$1 \text{ гильберт} = 1 \text{ } гб = 4\pi \text{ СГСМ},$$

отсюда

$$1 \text{ ампер-виток} = \frac{0,1 \text{ } гб}{4\pi}.$$

Очевидно, в *системе МКСА единицей для измерения магнитного потенциала и магнитодвижущей силы является ампер-виток.*

При каждом обороте полюса потенциал его в любой точке магнитного поля возрастает на $4\pi I$, и потому при n оборотах единичного полюса вокруг тока по замкнутому пути получает значение:

$$V_n = 4\pi n I.$$

Эту особенность магнитного поля можно сформулировать так: *потенциал магнитного поля тока многозначен для каждой его точки с циркуляцией* $4\pi I$.

Сопоставим этот вывод с тем результатом, который мы получили о работе кругового перемещения единицы заряда в электростатическом поле; работа сил электрического поля по завершении замкнутого пути равна нулю:

$$W = \oint E \, dl = 0. \quad (83\text{-}6)$$

Таким образом, имеем:

в электрическом поле

$$\oint E dl = 0,$$

в магнитном поле

$$\oint H dl = 4\pi I.$$

Эти два соотношения определяют важнейшее качественное различие между полем *электрическим* — *«потенциальным»* и полем *магнитным* — *«вихревым»*, называемым так по аналогии возникающих в нем вращений с гидродинамическими явлениями: направление вектора напряженности в двух диаметрально противоположных сколь угодно близких точках всегда противоположно, как в вихрях жидкости. *Циркуляция вектора напряженности электрического поля равна нулю, циркуляция вектора напряженности магнитного* поля равна $4\pi I$ (см. т. I, стр. 76).

Таким образом, движение электрических зарядов (ток) обусловливает появление вихревого магнитного поля.

К этим характеристикам следует присоединить теорему Остроградского — Гаусса; тогда получаем следующие симметричные уравнения полей:

Электрического	Магнитного
$\Psi = \int E\, dS = 4\pi q;$	$\Phi = \int H\, dS = 0,$
$\oint D\, dl = 0;$	$\oint B\, dl = 4\pi I.$

Отметим частный случай применения формулы *циркуляции вектора* H:

$$\oint H dl = 4\pi n I; \tag{83-7}$$

для замкнутого соленоида по всей длине его имеем:

$$Hl = 4\pi n I;$$

откуда

$$H = 4\pi \frac{nI}{l}. \tag{83-8}$$

Как известно, эта формула годится для поля внутри достаточно длинного разомкнутого соленоида.

Очевидно, что единицей напряженности магнитного поля в системе МКСА служит 1 ампер-виток на 1 *м*. Нетрудно вывести из предшествующей формулы, что единица напряженности магнитного поля в системе СГСМ *эрстед* равен

$$1 э = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^3 \ ав/м.$$

Глава XII

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДВИЖУЩИХСЯ ЗАРЯДОВ

§ 84. Катодные лучи в электрическом и магнитном поле

Основные и первые по времени исследования, установившие существование электрона как особой частицы принадлежат Дж. Дж. Томсону (1897). Прием, которым он пользовался, заключается в измерении отклонений катодных лучей в электрическом и магнитном полях.

В длинной стеклянной трубке с расширением (рис. 265) впаяны электроды K (катод), A (анод); в трубке осуществлен вакуум, при-

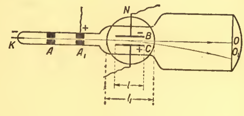


Рис. 265.

мерно, от 0,61 до 0,001 *мм рт. ст.* (*круксова или катодная трубка*). По пути прямолинейного распространения катодных лучей находятся две диафрагмы A_1 и A с узкими отверстиями, которые выделяют очень тонкий пучок катодных лучей; на люминесцирующем экране в конце трубки наблюдаем след катодного луча KAO в виде светлой точки O. В трубку впаяны две пластинки B и C длиной l, к которым можно приложить разность потенциалов U, создающую между B и C поле с напряженностью E; таким образом, катодный луч будет идти в электрическом поле с напряженностью E и отклоняться в нем так, что след его будет виден уже не в точке O, а в O_1, выше или ниже O, в зависимости от знака пластин конденсатора. Вне трубки в том же месте, где расположены пластинки B и C, помещен электромагнит NS, полюсы которого имеют диаметр l_1 (надо представить на рис. 265 один полюс перед чертежом, другой — за чертежом); замыкая цепь электромагнита, будем наблюдать отклонение катодных лучей в магнитном поле. В том и другом случаях отклонение $OO_1 = y$ может быть измерено по шкале на люминесцирующем экране.

В наблюдаемом пучке катодных лучей двигаются, несомненно, заряженные частицы; пока нам неизвестны их массы и скорости, но о зарядах их мы теперь можем сказать, что всегда $q = ne$. Поэтому Томсон имел право поставить вопрос о движении части-

цы в катодном пучке лучей, имеющей заряд e, т. е. о массе, несущей заряд, равный одному электрону: $q = e$.

Обозначим через m массу, имеющую заряд e, и выведем уравнения, определяющие ее отклонения при движении в электрическом и магнитном полях в описанной катодной трубке.

I. Движение в электрическом поле. Механическое явление, которое представляет хорошую аналогию изучаемого электромагнитного явления, — это движение горизонтально брошенных тел, в частности, движение снаряда при стрельбе. Если бы не было гравитационного поля Земли, то снаряд, двигаясь равномерно, попал бы в точку O; при движении же в поле тяготения он попадает в точку O_1, отклоняясь на $y = OO_1$ (рис. 266).

Рассмотрим обстоятельства движения массы m с зарядом e в электрическом поле. Налагаем высокую разность потенциалов на электроды для получения катодных лучей.

1) Пока нет отклоняющего электрического поля, движение от катода отрицательно заряженных частиц между пластинками B и C будет прямолинейным и равномерным с начальной скоростью v (рис. 266), поэтому:

$$l = vt; \ t = \frac{l}{v}; \qquad (84\text{-}1)$$

это будет время движения частиц между пластинками B и C.

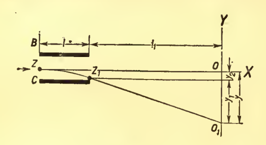


Рис. 266.

2) Как только на пластинки B и C наложена разность потенциалов, появляется поперечное электрическое поле E; при движении между B и C на m будет действовать сила поля f, обусловливающая наблюдаемое отклонение $y = OO_1$, силу эту можем выразить двояко:

$$f = ma; \ f = eE;$$

отсюда

$$ma = eE; \ a = E\frac{e}{m}. \qquad (84\text{-}2)$$

Ускорение a электрона в электрическом поле пропорционально отношению $\frac{e}{m}$, которое называется *удельным зарядом электрона.*

3) *Наблюдаемое отклонение* $OO_1 = y$ состоит из двух частей.

а) При движении между пластинками B и C движущаяся масса m описывает кривую ZZ_1 как результат сложения двух движений: 1) равномерно прямолинейного со скоростью v параллельно пластинкам B и C; 2) равномерно переменного под действием постоянной силы; при этом возникает отклонение y_2 (рис. 266). Так как движение происходит под действием постоянной силы f, то отклонение y_2 определится по законам равномерно переменного движения:

$$y_2 = \frac{at^2}{2}; \tag{84-3}$$

подставляя сюда значения a и t, находим:

$$y_2 = \frac{eE}{2mv^2} l^2 - \tag{84-4}$$

это есть уравнение параболы.

Итак, *движение заряда в поперечном электрическом поле происходит по параболе.*

б) Выйдя из электрического поля в точке Z_1 масса m движется до экрана прямолинейно по траектории Z_1O_1; это движение обусловливает отклонение y_1, которое определяется из следующих соображений:

$$y_1 = l_1 \operatorname{tg} \alpha; \ \operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dl},$$

здесь y — текущая ордината точек параболы; для точки Z_1 подставим y_2:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy_2}{dl}.$$

Последнее выражение говорит о том, что угол α есть угол между касательной Z_1O_1 к параболе и осью l в точке Z_1; находим эту производную, дифференцируя уравнение (84—4):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{eE}{mv^2} l,$$

следовательно,

$$y_1 = \frac{eE}{mv^2} l l_1.$$

Наблюдаемое на экране отклонение y выразится так:

$$y = y_1 + y_2;$$

$$y = \frac{eE}{2mv^2}(2ll_1 + l^2);$$

после преобразования находим:

$$\frac{e}{m}\frac{1}{v^2}=\frac{2y}{E(2ll_1+l^2)}. \qquad (84\text{-}5)$$

Это — *первое уравнение Дж. Дж. Томсона*, характеризующее движение частицы m с зарядом e в поперечном электрическом поле. В правой его части расстояния l и l_1 даны при устройстве прибора; напряженность поля $E=\frac{\Delta V}{L}$, где L — измеримая величина, расстояние между пластинками B и C, наконец, y определяется из наблюдений; следовательно, правая часть уравнения известна. В левой части два неизвестных: v и $\frac{e}{m}$; для их вычисления надо составить еще уравнение.

Отклонение в магнитном поле дает второе уравнение.

II. Движение в магнитном поле. Катодный луч ZO (рис. 267) проходит между полюсами магнита N; пусть поле направлено перпендикулярно плоскости чертежа от нас (поперечное магнитное поле).

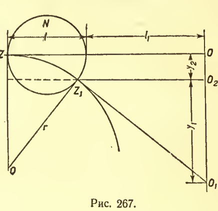


Рис. 267.

Движение массы m с зарядом e есть ток, сила которого выражается через время $t=\frac{l}{v}$, в течение которого проходится расстояние l, равное диаметру полюсов магнита

$$I_e=\frac{e}{t}; \quad I_e=\frac{ev}{l}.$$

Отметим, что I_e — сила тока — выражена по системе СГСЭ.

Отклонение OO_2 за время движения в магнитном поле определится по правилу левой руки, а сила, действующая при этом, выразится по формуле Ампера ($\alpha=90°$):

$$F=\frac{1}{c}I_eHl; \; I_e=\frac{ev}{l};$$

$$F=\frac{1}{c}evH. \qquad (84\text{-}6)$$

Эта сила, действующая на заряд, движущийся со скоростью v в магнитном поле, называется *силой Лоренца*; обобщенное ее выражение напишем в векторной форме:

$$\overrightarrow{F} = \frac{e}{c}[\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{H}]. \qquad (84\text{-}7)$$

Это значит, что направления $\overrightarrow{v}$ и $\overrightarrow{H}$ могут образовать в общем случае угол α; тогда количественное соотношение между величинами векторного уравнения выразится так:

$$F = \frac{e}{c} vH \sin\alpha .$$

При наших условиях движения сила F во всякой точке пути перпендикулярна v ($\alpha = 90°$), т. е. к касательной траектории; поэтому траектория ZZ_1 частицы m с зарядом e в магнитном поле есть окружность, а сила F есть центростремительная сила, направленная по радиусу $ZQ = Z_1Q = r$; поэтому:

$$F = \frac{mv^2}{r}; \quad \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{c} evH;$$

$$\frac{e}{m}\frac{1}{v} = \frac{c}{rH}. \qquad (84\text{-}8)$$

Это *второе уравнение Дж. Дж. Томсона*, характеризующее движение частицы m в магнитном поле; в правой его части c известно, H — напряженность поля электромагнита:

$$H = 4\pi \frac{nI_1}{l},$$

где I_1 — сила тока в соленоидах электромагнита; следовательно, H тоже известно. Радиус r окружности, по которой перемещается в магнитном поле масса m с зарядом e, определяется из наблюдений отклонения y при помощи следующих соображений.

Масса m с зарядом e в магнитном поле описывает дугу окружности ZZ_1, а затем движется прямолинейно по Z_1O_1, поэтому наблюдаемое отклонение $OO_1 = y = y_2 + y_1$; выразим y_2 и y_1 через r (рис. 267):

$$y_2 = r - \sqrt{r^2 - l^2}; \quad \frac{y_1}{l_1} = \frac{l}{\sqrt{r^2 - l^2}};$$

поэтому:

$$y = r - \sqrt{r^2 - l^2} + \frac{ll_1}{\sqrt{r^2 - l^2}}. \qquad (84\text{-}9)$$

Из этого уравнения можно вычислить r по данным l и l_1 и по наблюдаемому y. Подставив это значение r во второе уравнение, увидим, что в правой части стоят все известные величины. В левой же части II уравнения Томсона находятся те же неизвестные v и $\frac{e}{m}$, что и в I уравнении; решая эту систему уравнений, можем определить неизвестные скорость, и удельный заряд электрона.

Система двух уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\text{I)}\ \frac{e}{m}\frac{1}{v^2} = \frac{2y}{E(2ll_1 + l^2)};\\ &\text{II)}\ \frac{e}{m}\frac{1}{v} = \frac{c}{rH} \end{aligned}\right\}$$

дает возможность определить два неизвестных: v и $\frac{e}{m}$.

Многочисленные опыты, произведенные Томсоном и другими исследователями, дали при решении этих уравнений следующие результаты.

1) *Скорость движения частицы* v в катодных трубках вообще очень велика и изменяется в зависимости от разности потенциалов между анодом и катодом; для $\Delta V = 1\,в$ скорость $v = 5{,}945 \cdot 10^7\ \frac{см}{сек}$, т. е. около $600\,\frac{км}{сек}$; при увеличении разности потенциалов скорость растет. Наблюдались скорости до $v = 2{,}85 \cdot 10^{10}\,\frac{см}{сек}$, т. е. близкие к скорости света $c \approx 3 \cdot 10^{10}\ \frac{см}{сек}$.

Заметим, что наибольшие известные астрономические скорости имеют порядок $10^8\,\frac{см}{сек}$. Это говорит о большой подвижности или о ничтожной инерции частиц m.

2) Отношение $\frac{e}{m}$ по наиболее точным современным определениям имеет следующее значение:

$$\frac{e}{m} = (5{,}27305 \pm 0{,}00007) \cdot 10^{17}\,\frac{СГСЭ}{г} =$$

$$= (1{,}75890 \pm 0{,}00002) \cdot 10^7\ \frac{СГСМ}{г} = (1{,}75890 \pm 0{,}00002) \cdot 10^8\,\frac{к}{г}.$$

Смысл этого отношения ясен: оно определяет *удельный заряд*, приходящийся на грамм массы m; сравнительная оценка значений этого заряда приводит к весьма важным заключениям.

Прежде всего заметим, что сам Дж. Дж. Томсон при своих опытах имел трубки с различными газами (воздухом, водородом, углекислотой и т. д.), а также пользовался разными катодами (алюминий, железо, платина); при всех этих опытах значение $\frac{e}{m}$ не изменялось; следовательно, это отношение не зависит ни от природы газа в трубке, ни от вещества катода. Затем было произведено многими исследователями определение этого отношения различными методами; наконец, были изучены отклонения β-лучей при явлениях радиоактивности; во всех этих случаях отношение $\frac{e}{m}$ имеет то же значение, как и при опытах с катодными лучами.

Мы рассматриваем движение в катодной трубке массы m, несущей заряд $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ *к*. Такой же заряд несет, как известно из законов электролиза, атом водорода и всякого одновалентного вещества.

Сравним отношение $\frac{e}{m}$ — *удельный заряд электрона*:

$$\frac{e}{m} = 1{,}759 \cdot 10^8 \ \frac{к}{г} \qquad (84\text{-}10)$$

с таким же отношением для *водорода*; обозначив массу атома водорода через m_{H}, имеем:

$$\frac{e}{m_{\mathrm{H}}} = \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}}{1{,}673 \cdot 10^{-24}} = 0{,}958 \cdot 10^5 \ \frac{к}{г}. \qquad (84\text{-}11)$$

Разделив отношения, находим:

$$\frac{m_{\mathrm{H}}}{m} = 1836. \qquad (84\text{-}12)$$

Вдумаемся в этот результат. Он показывает, что масса частицы, несущей заряд e в катодных лучах, в 1836 раз меньше массы атома водорода m_{H}, именно:

$$m = \frac{m_{\mathrm{H}}}{1836} = \frac{1{,}673 \cdot 10^{-24}}{1836} = 9{,}10 \cdot 10^{-28} \ г;$$

$$m = (9{,}1083 \pm 0{,}0003) \cdot 10^{-28} \ г. \qquad (84\text{-}13)$$

Но водород занимает первое место в таблице Менделеева, его атомный вес A_{H} приближенно принимаем за единицу ($A_{\mathrm{H}} = 1{,}008$); далее идут по порядку возрастающих атомных весов гелий ($A_{\mathrm{He}} = 4$), литий ($A_{\mathrm{Li}} = 6{,}94$) и так далее, до урана ($A_{\mathrm{U}} = 238{,}2$). Ясно, что массе m нет места в таблице Менделеева.

Итак, ни один из известных нам атомов не является носителем заряда e; поэтому мы должны признать, что сам электрон имеет массу $m = 9{,}10 \cdot 10^{-28}$ *г*; следовательно, *катодные лучи — это поток электронов*, т. е. частиц, имеющих массу m и заряд e.

Этот вывод утверждает индивидуальное существование электрона как особой частицы, имеющей вполне определенные признаки, из которых три мы уже знаем:

1) $m = \frac{m_{\mathrm{H}}}{1836} = 9{,}10 \cdot 10^{-28}$ *г*;

2) $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ *к*;

3) v — разные значения до $2{,}85 \cdot 10^{10} \ \frac{см}{сек}$.

Эти признаки выделяют электрон среди других объектов природы, подобно тому как определенные признаки отличают атом водорода

или цинка от других атомов. Электрон входит во все атомы как их составная часть, и потому он более элементарен, чем атомы, однако, постепенно выясняется, что и сам электрон по своей природе сложен; в частности, он сопровождается явлениями, побуждающими говорить о его волновой природе.

§ 85. Электромагнитная масса электрона

Особого внимания заслуживает понятие о массе электрона. Мы ввели m как массу частицы, несущей в катодном потоке заряд e, и определили ее значение, исходя из знания заряда e и действия на него электрического и магнитного поля. При этом еще не было учтено, что сам заряд e образует при движении магнитное поле.

Движущаяся со скоростью v масса M_1, имеет запас кинетической энергии

$$W_1 = \frac{M_1 v^2}{2},$$

а движущийся заряд q эквивалентен току

$$I = \frac{q}{\Delta t}.$$

Если движется шар с массой M_1, то его кинетическая энергия определяется по общей формуле:

$$W = \frac{M_1 v^2}{2};$$

для сообщения массе M_1 этой кинетической энергии на расстоянии Δs надо затратить работу:

$$W_1 = f_1 \Delta s; \quad f_1 \Delta s = \frac{M_1 v^2}{2}.$$

Если же этот шар заряжен и при своем движении несет заряд q, то вокруг него, как около всякого тока, образуется магнитное поле. Поэтому, кроме энергии W_1, определяющей кинетическую энергию незаряженного шара, еще необходимо затратить энергию W_2 на образование вокруг него магнитного поля.

Таким образом, вся затраченная на перемещение заряженного шара энергия будет состоять из двух слагаемых:

$$W = W_1 + W_2; \quad f_2 \Delta s = W_1 + W_2;$$

$$f_2 \Delta s = \frac{M_1 v^2}{2} + W_2. \qquad (85\text{-}1)$$

Следовательно, сила f_2, действующая в этом случае, больше f_1, хотя скорость при перемещении шара на то же расстояние Δs осталась прежняя v; необходимо представить себе, что *заряженный шар имеет большую массу, чем такой же незаряженный шар*; это приращение массы, обусловленное появлением заряда, называет-

ся *электромагнитной массой*. Поэтому массу движущегося заряженного шара M надо изобразить в виде суммы:

$$M = M_1 + M_2,$$

где M_1 — его механическая масса; M_2 — его электромагнитная масса.

Рассмотрим, как выражается и как вычисляется электромагнитная масса шара или его дополнительная инерция, возникающая вследствие электрического заряда, перемещающегося вместе с телом, т. е. вследствие появления *конвекционного тока*.

Энергия магнитного поля в элементе объема выражается (при $\mu = 1$) следующим образом:

$$dW_2 = \frac{H^2}{8\pi} dV; \tag{85-2}$$

напряженность этого магнитного поля, предполагая, что элемент объема dV находится на расстоянии r от центра шара, определяется по закону Био — Савара:

$$H = \frac{I\Delta l \sin\alpha}{r^2}; \quad I = \frac{q}{\Delta t}; \ \frac{\Delta l}{\Delta t} = v; \tag{85-3}$$

$$H = \frac{qv \sin\alpha}{r^2}. \tag{85-4}$$

Поэтому энергия элемента объема магнитного поля будет такова

$$dW_2 = \frac{q^2v^2 \sin^2\alpha}{8\pi r^4} dV. \tag{85-5}$$

Из анализа известно, что в полярных координатах элемент объема может быть представлен по координатам r, α, φ (рис. 268):

$$dV = r^2 \sin\alpha \ dr\, d\varphi \ d\alpha; \tag{85-6}$$

при интегрировании устанавливаем пределы для r от R до ∞ (здесь R — радиус шара, несущего заряд), для α от 0 до π, для φ от 0 до 2π; тогда объем охватывает все пространство за исключением объема шара. Подставив выражение элементарного объема в формулу и интегрируя ее, находим всю энергию магнитного поля тока:

$$dW_2 = \frac{q^2v^2 \sin^3\alpha}{8\pi r^2} dr\, d\varphi\, d\alpha;$$

$$W_2 = \frac{q^2v^2}{8\pi} \int\limits_R^\infty \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_0^\pi \frac{dr}{r^2} d\varphi \sin^3\alpha\, d\alpha.$$

Выполнив интегрирование по r и φ, имеем:

$$W_2 = \frac{q^2v^2}{4} \left| \frac{1}{r} \right|_R^\infty \int\limits_0^\pi \sin^3\alpha\, d\alpha = \frac{q^2v^2}{4R} \int\limits_0^\pi (1 - \cos^2\alpha) \sin\alpha\, d\alpha =$$

$$= \frac{q^2v^2}{4R} \Big|_0^\pi \left(-\cos\alpha + \frac{1}{3}\cos^3\alpha\right) = \frac{q^2v^2}{4R}\left(2 - \frac{2}{3}\right);$$

$$W_2 = \frac{q^2v^2}{3R}. \qquad (85\text{-}7)$$

Такова энергия магнитного поля, возникшего вследствие конвекционного тока, в нашем случае обусловленного движением со скоростью v шара радиуса R, несущего заряд q.

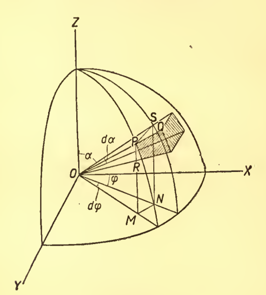


Рис. 268.

Подставив значение W_2 в уравнение (85-1), находим *полную энергию заряженного шара:*

$$f_2\Delta s = \frac{M_1v^2}{2} + \frac{q^2v^2}{3R} = \frac{1}{2}\left(M_1 + \frac{2}{3}\frac{q^2}{R}\right)v^2 = \frac{1}{2}Mv^2.$$

Здесь M — масса заряженного шара:

$$M = M_1 + \frac{2}{3}\frac{q^2}{R} = M_1 + M_2; \qquad (85\text{-}8)$$

эта масса M больше массы незаряженного шара M_1; добавочная масса:

$$M_2 = \frac{2}{3}\frac{q^2}{R} \qquad (85\text{-}9)$$

и есть *электромагнитная масса или инерция заряженного тела.*

Пример. Пусть имеем шарик, для которого $M_1 = 1$ *г* и $R = 1$ *см*; зарядим его до потенциала $30\,000\,в = 3\cdot10^4\,в = \frac{3\cdot10^4}{3\cdot10^2} = 10^2$ СГСЭ; при таком высоком потенциале шар несет заряд:

$$q = CV = 1\cdot10^2\,\text{СГСЭ} = \frac{10^2}{3\cdot10^{10}}\,\text{СГСМ} = \frac{1}{3}\cdot10^{-8}\,\text{СГСМ},$$

который обусловливает приращение массы M_2:

$$M_2 = \frac{2}{3}\frac{q^2}{R} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{9}\cdot10^{-16} = \frac{2}{27}\cdot10^{-16}\ г.$$

Такова электромагнитная масса этого шарика: вся масса заряженного шарика в граммах будет равна:

$$M = 1 + \frac{2}{27}\cdot10^{-16}.$$

Как видим, даже в случае сильно заряженного тела приращение его массы ничтожно.

Но это заключение справедливо только при обычных условиях в окружающем нас мире, именно при тех небольших скоростях, которые мы обычно имеем и которые весьма малы по сравнению со скоростью света $c = 3\cdot10^{-10}\,\frac{см}{сек}$.

Если *гипотетически* принять электрон за шар с поверхностным зарядом $e = 1{,}602\cdot10^{-20}$ СГСМ и с массой $m = 9{,}10\cdot10^{-28}$ *г*, то из соотношения

$$m = \frac{2e^2}{3R}$$

можно вычислить R — радиус электрона; приближенно имеем $R = 10^{-13}$ *см*; напомним, что радиусы атомов — величины порядка 10^{-8} *см*; при сделанной гипотезе о форме электрона радиус его приблизительно в 100 000 раз меньше радиуса атома.

Основное положение механики Ньютона — постоянство массы. Масса данного тела неизменна, и в выражении второго закона Ньютона:

$$f = ma; \quad f = m\,\frac{d^2x}{dt^2},$$

где масса остается недифференцируемым множителем.

Новые воззрения на этот вопрос появились с развитием *теории относительности Эйнштейном* (1905), которая вводит зависимость массы от скорости.

Обозначим массу покоящегося тела через m_0 и массу того же тела, находящегося в движении с относительной скоростью v, через

m; теория устанавливает между ними связь, выражаемую формулой:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \quad m = \frac{m_0}{\beta}, \qquad (85\text{-}10)$$

где $c = 3 \cdot 10^{10} \frac{см}{сек}$ — скорость света. Ясно, что для всех скоростей v, с которыми мы имеем дело при наших обычных явлениях на Земле, знаменатель $\beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ очень близок к единице, вносимые им поправки исчезающе малы и лежат за пределами наших наблюдений; таковы скорости самолета — 100 $\frac{м}{сек}$, снаряда — — 1000 $\frac{м}{сек}$ и т. д. Если возьмем даже $v = 30 \frac{км}{сек}$ — скорость движения Земли около Солнца, то

$$\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{3 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{10}}\right)^2 = 10^{-8}$$

и в этом случае $\beta = \sqrt{1 - 10^{-8}}$ — число, весьма мало отличающееся от единицы, и потому можно считать $m = m_0$, т. е. массу Земли постоянной. Механика Ньютона дает надежные результаты при изучении движений небесных тел и макротел в нашей повседневной жизни и технике, поскольку мы при этом имеем дело со скоростями малыми по сравнению со скоростью света c.

Но когда мы переходим к движению электронов, то встречаемся со скоростями, близкими к скорости света; так, зарегистрированы скорости электронов $v = 2{,}9 \cdot 10^{10} \frac{см}{сек}$; знаменатель уже нельзя принимать за единицу, он по мере возрастания скорости v уменьшается, а m увеличивается, и в пределе при $v \to c$ масса неограниченно возрастает.

Итак, *масса электрона зависит от скорости*, и применение к его движению механики Ньютона требует особых оговорок.

Экспериментальное доказательство изменения массы электрона было предметом многих работ выдающихся физиков.

1) *Опыты Кауфмана* * (1906) над отклонением в магнитном и электрическом полях электронов, выбрасываемых из радиоактивных веществ (β-лучи); установка в общем подобна той, которая была у Дж. Дж. Томсона (рис. 265), но перпендикулярно к потоку β-лучей помещалась вместо экрана фотографическая плас-

---

* Вальтер Кауфман (1871—1947) — немецкий физик, открыл зависимость массы электрона от скорости его движения.

тинка, на которой отпечатывались следы отклоненных электронов; размер отклонений измерялся на пластинке при помощи микроскопа с микрометром. Результаты получены следующие:

$v\ \frac{см}{сек}$	$\frac{v}{c}$	$\frac{e}{m}\ \frac{к}{г}$	$v\ \frac{см}{сек}$	$\frac{v}{c}$	$\frac{e}{m}\ \frac{к}{г}$
$1,593 \cdot 10^{10}$	0,533	$1,504 \cdot 10^{8}$	$2,268 \cdot 10^{10}$	0,756	$1,177 \cdot 10^{8}$
$1,706 \cdot 10^{10}$	0,569	$1,450 \cdot 10^{8}$	$2,420 \cdot 10^{10}$	0,807	$1,043 \cdot 10^{8}$
$1,808 \cdot 10^{10}$	0,603	$1,395 \cdot 10^{8}$	$2,583 \cdot 10^{10}$	0,861	$0,890 \cdot 10^{8}$
$1,938 \cdot 10^{10}$	0,646	$1,333 \cdot 10^{8}$	$2,778 \cdot 10^{10}$	0,926	$0,675 \cdot 10^{8}$
$-2,097 \cdot 10^{10}$	0,699	$1,264 \cdot 10^{8}$	$2,850 \cdot 10^{10}$	0,953	$0,630 \cdot 10^{8}$

Из этой таблицы видим, что по мере увеличения скорости электрона v уменьшается отношение $\frac{e}{m}$; так как e постоянно, то это значит, что масса электрона возрастает с возрастанием его скорости, как этого требует принцип относительности.

Масса есть мера инерции; второй принцип Ньютона вводит это понятие, чтобы связать силу с результатом ее действия — с изменением скорости, т. е. с ускорением, которое для разных тел различно при одной и той же силе. Поэтому утверждение, что электрон имеет электромагнитную массу, означает, что на него действуют лишь электромагнитные силы; уравнение второго закона Ньютона:

$$f = ma$$

для электрона *всегда* имеет вид:

$$f = eE \text{ или } f = evH. \tag{85-9}$$

Итак, мы можем действовать на электрон, имея в своем распоряжении электромагнитное поле; изменяя силу этого поля, можно изучать свойства электрона. Как видно из предыдущих описаний, так именно и поступали исследователи: изучая движение электрона в электрическом и магнитном полях, они постепенно получили его основные характеристики.

§ 86. Анодные лучи в электрическом и магнитном полях

В § 56 дано понятие об анодных (положительных) лучах. На рис. 166 изображена трубка, использовавшаяся Дж. Дж. Томсоном и его сотрудником Астоном для исследования анодных лучей.

Пластины мягкого железа P и P_1 (рис. 269) соединены с источником разности потенциалов, и между ними можно образовать электрическое поле; эти же пластины лишь тонкими листочками слюды (N и N_1) отделены от полюсов электромагнита M и M_1, так что между ними может быть образовано магнитное поле, параллельное электрическому (см. рис. 166). Чтобы это магнитное поле не влияло

на явления в сосуде B, магнит от B отделен экранами мягкого железа.

Рассмотрим экспериментальный процесс в этой установке Дж. Дж. Томсона, остановившись предварительно на некоторых теоретических соображениях.

1) Приведя в действие трубку B, но не вводя ни электрического, ни магнитного полей, наблюдаем на экране (или пластинке) H след положительного луча O.

2) Введя электрическое поле между P и P_1 (поле направлено от P_1 к P), мы должны заметить смещение точки O в O_1 (по направлению поля, см. рис. 269); это смещение $OO_1 = y$ может быть выражено согласно изложенной ранее теории:

$$y = Y\frac{e}{m}\frac{1}{v^2}; \qquad (86\text{-}1)$$

здесь Y есть функция напряженности электрического поля E и размеров аппарата, следовательно, для данного опыта есть постоянная величина.

3) Выключив электрическое поле и введя параллельное ему магнитное поле, мы должны заметить по правилу левой руки смещение точки O налево в O_2 или направо в O_3, смотря по направлению магнитного поля — сверху вниз или снизу вверх. Размер этого смещения можно определить из уравнения:

Рис. 269.

$$x = \pm X\frac{e}{m}\frac{1}{v}; \qquad (86\text{-}2)$$

здесь X есть функция напряженности магнитного поля H и размеров аппарата (l, l_1); следовательно, для данного опыта X есть величина постоянная.

4) Введя одновременно и электрическое, и магнитное поля, мы должны найти как общий результат их совместного действия смещение точки O в A или B, смотря по направлению магнитного поля.

Такова теория. На самом деле, при воспроизведении описанных экспериментов наблюдается: а) при действии одного электрического поля точка O растягивается в полоску O_1O_1; б) при действии одного магнитного поля точка O растягивается в полоску O_2O_2 или O_3O_3; в) при совместном действии полей наблюдаем кривые AA_1 или BB_1.

Положим, что положительные ионы, составляющие луч, все однородны, например, пусть это все положительные ионы кислорода; тогда в уравнениях постоянно отношение $\frac{e}{m}$, так как m для всех

ионов кислорода одно и то же, но скорости v для них вообще могут быть различны, хотя все они проходят одно и то же напряжение, но различные молекулярные события на пути от A до K могут у отдельных частиц по-разному изменить скорость. Таким образом, ионы с одной и той же массой m, но с различными скоростями, подвергаясь действию полей, различно ими отклоняются, почему мы и видим вместо точек O_1, O_2, O_3 полоски и при совместном действии полей кривые AA_1 и BB_1.

Для выяснения характера этих кривых найдем соотношение между x и y, исключив v; для этого возведем в квадрат второе уравнение и разделим на первое:

$$\frac{x^2}{y} = \frac{X^2}{Y}\,\frac{e}{m};$$

$$x^2 = Z\,\frac{e}{m}\,y. \qquad (86\text{-}3)$$

Здесь $Z = \frac{X^2}{Y}$ есть при условиях данного опыта, так же как и $\frac{e}{m}$, величина постоянная; следовательно, мы получили уравнение параболы. Это значит, что *ионы с одной и той же массой m, но с разными скоростями так отклоняются при одновременном действии параллельных полей — электрического и магнитного, что все их следы на фотографической пластинке располагаются на одной и той же параболе;* ионы с меньшей скоростью — наиболее отклонены, с большей скоростью — наименее отклонены, как и при движении брошенных тел в поле Земли.

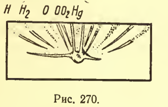


Рис. 270.

Если будем наблюдать ионы различных веществ, например, водорода, кислорода, паров ртути и т. д., то для каждого вещества будет своя парабола; чем меньше m, тем больше будет отклонение от оси Y и тем ближе будут параболы к оси X; так именно расположены на (рис. 270) параболы водорода, кислорода, паров ртути.

Если проведем прямую RR_1 параллельно магнитной оси X, на определенном расстоянии от нее $y = OO_1$ (рис. 269), то из уравнения имеем:

$$\frac{x_1^2}{x^2} = \frac{e}{m_1} : \frac{e}{m}; \quad \frac{m}{m_1} = \left(\frac{x_1}{x}\right)^2. \qquad (86\text{-}4)$$

Таким образом, метод Дж. Дж. Томсона дает возможность свести сравнение масс m и m_1 к сравнению длин x и x_1, непосредственно измеряемых микрометром на фотографической пластинке. Это есть новый и плодотворный способ исследования атомных

масс; он дает возможность сравнения и измерения атомных весов. Чтобы осуществить такое сравнение, надо иметь параболу кислорода О (или Н) и сравнить для одной и той же ординаты y абсциссы параболы О (или Н) и парабол исследуемых веществ.

§ 87. Масс-спектрограф

Дж. Дж. Томсон своим методом установил принцип электромагнитного анализа вещества и показал способ его применения. Его ученик — Астон (1919) усовершенствовал этот способ и сделал его чрезвычайно точным.

Прибор его был назван *«масс-спектрограф»*.

Катод K трубки B (рис. 166) просверлен, и пучок положительных лучей, попадая в отверстие катода, проходит две чрезвычайно узких щели S_1 и S_2 (отверстие 0,05 *мм*, рис. 271); выделенный ими тончайший луч попадает в электрическое поле конденсатора P_1P_2 (разность потенциалов 200—500 *в*).

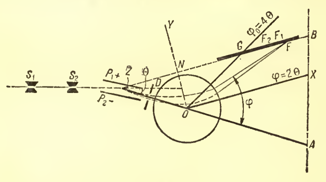


Рис. 271.

Предположим сначала, что луч, попавший в поле конденсатора, несет такие ионы, для которых $\frac{e}{m}$ одинаково, которые, следовательно, имеют одну и ту же массу m; скорости же их вообще могут быть различны. Тогда, как известно, эти ионы по-разному будут отклонены полем: ионы с большей скоростью будут отклоняться меньше, чем ионы с меньшей скоростью. Поэтому электрическое поле разложит положительный луч в пучок по-разному отклоненных ионов совершенно так, как призма разлагает белый луч в расходящийся пучок цветных лучей по их скоростям.

Часть этих отклоненных ионов проходит через диафрагму D в магнитное поле, имеющее направление, перпендикулярное к электрическому полю; если электрическое поле вертикально (пластины конденсатора горизонтальны), то магнитное — горизонтально (рис. 271, круг — проекция полюса магнита), и притом электромаг-

нит имеет такое расположение полюсов, что отклонение ионов в магнитном поле противоположно отклонению их в электрическом поле *. В этом заключается главное отличие установки Астона от расположения Дж. Дж. Томсона. Магнитное поле также сильнее отклонит ионы с малой скоростью и меньше отклонит быстрые ионы (рис. 271); поэтому расходящийся пучок становится сходящимся и может быть сфокусирован в точке F; в этой точке пересекутся лучи, несущие ионы с одним и тем же значением $\frac{e}{m}$, т. е. с одной и той же массой m, несмотря на то, что они имеют разные скорости.

Если положительный луч неоднороден, если в нем находятся ионы с различными массами и, следовательно, с разными значениями $\frac{e}{m}$, то для каждой категории ионов, имеющих одно и то же $\frac{e}{m}$, применимо предыдущее рассуждение: всякая группа частиц, имеющих одно и то же значение $\frac{e}{m}$, иначе — одну и ту же массу m, будет иметь свой фокус, т. е. на люминесцирующем экране (или фотографической пластинке) в определенном месте даст светлую (или темную) точку или полоску F; группы ионов с иными значениями $\frac{e}{m}$, иначе с иными массами m, дадут другие фокусы F_1, F_2, . . . *Совокупность этих фокусов представляет спектр масс ионов, входящих в состав положительного луча*, так как каждой массе m, m_1, m_2,... в нем соответствует определенный фокус F, F_1, F_2,...

Математический анализ этого явления показывает, что все эти фокусы F, F_1, F_2,..., в которых пересекаются после двух отклонений пути частиц с определенными массами m, m_1, m_2,..., расположатся на одной прямой, положение которой постоянно при действии данных полей.

Если по этой прямой расположить фотографическую пластинку, то на ней мы получим ряд точек или линий, которые указывают места фокусирования ионов с теми массами, которые несутся в данном пучке лучей, каждая из этих линий соответствует определенному значению $\frac{e}{m}$, т. е. определенному значению массы иона.

Итак, был получен *электромагнитный спектр масс*, входящих в состав исследуемого положительного луча: на рис. 272 помещены спектры ионов хлора, аргона и др.; Астон назвал их *массовыми спектрами* химических элементов.

Уже первые спектрограммы, полученные Астоном (1919)

* На нашем чертеже направление линий электрического поля параллельно чертежу; линии магнитного поля — перпендикулярны чертежу.



I Ne
15 16 17 18 20 22 24 25 26 27 28 29 30 32 40
II Cl
13 14 15 16 17.5 18.5 28 35 36
III Cl
20 29 32 35 36 37 38 44
IV Cl
32 35 37 44 Hg 63 65 Hg
V A
12 13 13.3 14 15 16 20 28
VI A
28 32 36 40 44
VII
a b c d
VIII Kr
40 42 48 80 82 83 84 86 Hg
IX Xe
Kr Hg 128 130 133 135

Рис. 272.

при помощи *масс-спектрографа*, привели к поразительным результатам, разъяснившим те странные явления в периодической системе элементов Менделеева, которые оставались загадочными со времени ее открытия.

Дело в том, что на спектрограммах самых чистейших химических элементов таких, у которых мы можем предполагать полное тождество m-масс всех атомов, Астон получил не одну, а несколько точек или линий, соответствующих разным массам (рис. 271), что свидетельствует о том, что *атомы данного элемента не тождественны по массам.*

Обсуждение этих результатов привело к весьма общим заключениям. Построение шкалы атомных весов по кислороду $A_O = 16$ (тогда $A_H = 1{,}008$) выяснило, что атомные веса очень многих элементов выражаются по этой шкале почти целыми числами. Ранее других на это обратил внимание Крукс (1886):

«Я думаю, что когда мы говорим, что атомный вес, например, кальция равен 40,07, то в действительности мы выражаем тот факт, что, в то время как большинство атомов кальция имеет действительный атомный вес 40, не являются исключенными и небольшие числа атомов с весами 39 или 41 и даже 38 и 42 и т. д.».

Явления радиоактивности установили как опытный факт существование таких веществ, которые имеют разные атомные веса, но одинаковые химические свойства и спектры. Так, например, существует несколько сортов свинца, неотличимых по своим химическим свойствам, но различающихся по атомным весам.

Таких примеров можно привести много. *Элементы, имеющие разные атомные веса, но неразличимые по своим химическим свойствам, были названы «изотопами»* *.

Массовые спектры веществ выяснили, что такое «обычный» химически установленный атомный вес элемента. Сравнение масс на спектрограммах Астона можно вести по отношению к какой-нибудь избранной шкале; за основные линии шкалы были взяты линии кислорода 16 с одним зарядом e и 8 — с зарядом $2e$; ясно, что эта вторая линия расположится так по отношению линии $\frac{e}{m}$, как будто мы имеем дело с половинной массой иона:

$$\frac{2e}{m} = \frac{e}{m:2};$$

такие линии кратных зарядов Астон называет линиями второго, третьего и так далее порядков.

Установив положение на спектрограмме этих линий кислорода 16 и 8 и присоединив к ним еще линии углерода 12 и 6, мы имеем постоянные точки (реперы) для построения шкалы (рис. 272).

Наблюдая линии спектров других элементов, теперь можем их

* Занимающие одно место (от греч. слов «исос»—одинаковый, равный и «топос» — место). Речь идет о месте в таблице Менделеева.

фиксировать на определенных местах шкалы. Вот некоторые результаты этих наблюдений:

1) *Хлор:* $A_{Cl} = 35{,}453$. На спектрограмме получены линии, соответствующие массам 35 и 37. Установлено существование изотопов хлора с атомным весом 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39. Но из них в природной смеси изотопов содержится Cl^{35} — 75,43%, Cl^{37} — 24,5%, а остальные — радиоактивные — получены искусственно.

2) *Неон:* $A_{Ne} = 20{,}183$; обнаружены линии, соответствующие массам 20,21,22, — это изотопы неона. Кроме них, получены еще неон 19 и 23 — радиоактивные изотопы.

3) *Ртуть:* $A_{Hg} = 200{,}59$; состав ртути чрезвычайно сложный: установлены 7 изотопов ее: 196, 198, 199, 200, 201, 202, 204, все линии этих масс имеются в спектре ртути. Кроме того, найдены радиоактивные изотопы ртути с массовым числом 197, 203, 205.

4) *Серебро*: $A_{Ag} = 107{,}87$; изотопы 107 и 109; радиоактивные изотопы 108, 110, 111, 112, 113, 115.

5) *Литий*: $A_{Li} = 6{,}939$; изотопы 6 и 7; радиоактивные изотопы 5 и 8.

6) *Кальций*: $A_{Ca} = 40{,}08$; изотопы 40, 42, 43, 44, 46, 48; радиоактивные изотопы 39, 41, 45, 47, 49.

Так исследованы все элементы. Эти исследования привели к заключению: если принять за основание шкалы атомных весов атомный вес водорода 1,008, то все основные изотопы, из смеси которых состоят «обычные» элементы, имеют массовые числа, выражаемые с большой точностью целыми числами.

Такое положение водорода заставляет полагать, что он играет особую роль в строении атомов всех элементов, всех веществ; исследования строения атомов позволяют утверждать, что *положительные ионы водорода, называемые протонами, входят в состав ядер атомов всех элементов наряду с беззарядными частицами — нейтронами.*

В 1932 г. был открыт изотоп водорода «тяжелый водород», названный «*дейтерий*» (химический символ D), ядро атома его получило название «*дейтон*», оно состоит из одного протона и одного нейтрона. Открытие его было сперва сделано при помощи спектроскопа, по смещению линий в спектре водорода, а затем этот изотоп был обнаружен и масс-спектрографом. Открытие представляло огромные трудности, так как этот вид вещества наблюдается лишь в ничтожных количествах, он примешан к обыкновенному водороду H^1 в отношении 1 : 5000.

Принимая массу атома H^1 за 1,007775 (по спектрограмме А с т о н а), массу атома D считали приближенно 2,01363.

Затем была выделена при помощи электролиза «*тяжелая вода*» D_2O, в которую вместо водорода входит тяжелый водород D. Вот

некоторые числа, характеризующие свойства обыкновенной воды H_2O и тяжелой воды D_2O:

	H_2O	D_2O
Плотность при 20°C	0,9982	1,1056
Максимальная плотность при	4°C	11,6°C
Точка плавления	0°C	3,82°C
Точка кипения	100°C	101,42°C
Поверхностное натяжение	72,75	67,8
Давление паров при 100°C	760	721,6

Считают, что в среднем обыкновенная вода содержит одну часть D_2O на 6500 частей H_2O. В океанах запас D_2O колоссален.

При некоторых ядерных реакциях получен *тритий* — радиоактивный изотоп водорода; его ядро состоит из одного протона и двух нейтронов.

В заключение заметим, что масс-спектрограф Астона позволяет определить атомные веса элементов с точностью до пятого знака, недостижимой для химических методов, дающих точность лишь до 1,1%, т. е. до третьего знака; например, масс-спектрограф дает атомные веса:

$A_H = 1,00797;$ $A_O = 15,9994;$

$A_{He} = 4,0026;$ $A_C = 12,01115$ и т. д.

§ 88. Опыты Эйхенвальда и Иоффе

Когда электрический ток идет по проводу, то вокруг провода возникает магнитное поле. Если обозначить радиус провода через a, то внутри провода напряженность магнитного поля H будет определяться из равенства (§ 83):

$$2\pi r H = 4\pi \cdot \pi r^2 j,$$

где r — радиус точки внутри провода, j — плотность тока (рис. 273); откуда

$$H = 2\pi j r = \frac{2Ir}{a^2}. \qquad (88\text{-}1)$$

Мы видим, что в центре провода магнитная напряженность равна нулю; она растет прямо пропорционально расстоянию от центра r. Максимум H на поверхности провода

$$H = \frac{2I}{a}. \qquad (88\text{-}2)$$

Снаружи провода имеем

$$2\pi RH = 4\pi I;\ H = \frac{2I}{R}, \tag{88-3}$$

где R — расстояние от данной точки поля до центра провода. Мы видим, что напряженность магнитного поля вне провода с током падает обратно пропорционально расстоянию R, т. е. по гиперболе (рис. 273).

Помимо этого *тока проводимости*, существует еще *конвекционный ток*. В этом случае заряженное электричеством тело движется механически, заряд при этом остается неподвижным по отношению к телу. Такое движение заряда не создает, конечно, джоулева тепла. В телах, окружающих конвекционный ток, через влияние также возникают заряды, перемещающиеся в пространстве. Этот ток

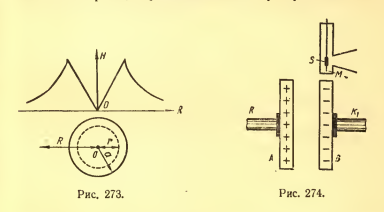


Рис. 273. Рис. 274.

называют *кондукционным*. Возникает вопрос, *создает ли конвекционный ток магнитное поле*? Впервые магнитное действие конвекционного тока было обнаружено Роуландом в 1876 г.*.

Но наиболее тщательно и подробно магнитное поле конвекционного тока было исследовано Эйхенвальдом ** (1904). На рис. 274 изображена схема этого опыта. Заряженные противоположным электричеством диски A и B вращаются вокруг осей K и K_1. Вследствие симметрии дисков никаких кондукционных токов не возникает, но *магнитометр* (стрелка M, подвешенная на нити с зеркальцем S) покажет отклонение. По его величине можно су-

* Генри Август Роуланд (1848—1901) — американский физик; его исследования по оптике и электричеству отличались необычайной точностью для своего времени.

** Александр Александрович Эйхенвальд (1863—1944) — русский физик-материалист, блестящий лектор, популяризатор и экспериментатор, замечательный педагог.

дить о напряженности *магнитного поля конвекционного тока.* Несмотря на то, что это поле бывает в 100 000 раз слабее земного магнитного поля, Эйхенвальд сумел точно доказать, что магнитное поле конвекционного тока эквивалентно полю тока проводимости.

Свой опыт Эйхенвальд повторил, поместив между вращающимися дисками диэлектрик, по которому через влияние возникает смещение зарядов (рис. 275). Если вращать диэлектрик C, а обкладки A и B оставить в покое, то и полученный ток смещения в диэлектрике создает магнитное поле, но очень слабое — около 10^{-6} земного магнитного поля. Однако это магнитное поле тока смещения было обнаружено Рентгеном* и измерено Эйхенвальдом. Исследование Эйхенвальдом магнитного поля при движении целого заряженного конденсатора, вращающегося вместе с диэлектриком, а также движения диэлектрика в неоднородном поле показало, что магнитное поле конвекционного

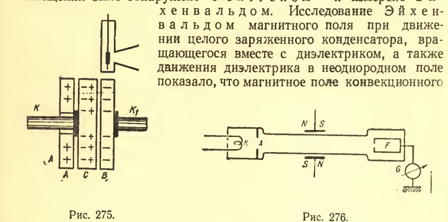


Рис. 275.

Рис. 276.

тока и тока смещения связанных зарядов диэлектрика возникает по закону Био — Савара — Лапласа.

Магнитное поле свободно движущихся электронов было измерено А. Ф. Иоффе в 1910 г. На рис. 276 изображена схема этого опыта.

В разрядной трубке с раскаленного катода K вылетают электроны и летят к аноду A. Они проходят сквозь отверстия в аноде и дальше равномерно движутся к цилиндру Фарадея F_1 и отдают ему заряд. Гальванометр G измеряет ток, а *астатическая* система магнитов NS отклоняется под влиянием магнитного поля этого тока. Иоффе доказал эквивалентность электронного пучка и тока проводимости по отношению к магнитному полю.

* Вильгельм Конрад Рентген (1845—1923) — немецкий физик. Лауреат Нобелевской премии 1901 г. за открытие лучей, названных по его имени.

§ 89. Магнитомеханические явления. Эффект Холла

По амперовой теории магнетизм основан на существовании круговых токов в атомах вещества. Элементарные магнитные диполи могут, следовательно, рассматриваться как волчки. Подтверждением такого представления служат два *магнитомеханических эффекта*. Первый из них (по имени открывшего его в 1909 г.) носит название *явления Барнета*. В ненамагниченном веществе атомные диполи расположены совершенно хаотически, и поэтому не обнаруживают во вне никаких магнитных свойств. Но если тело из такого вещества привести во вращательное движение, то каждый элементарный диполь получит дополнительный вращательный импульс вокруг оси вращения тела, и его круговой ток получит приращение в виде дополнительной компоненты кругового тока вокруг этой оси. Вследствие этого появляются дополнительные элементарные магнитные моменты, которые имеют суммарное направление оси вращения и проявляются во вне. Тело вследствие вращений намагничивается, но вращение у ферромагнетиков должно быть чрезвычайно быстрым, чтобы вызвать измеримые действия. Так как направление вращения носителей дополнительного кругового тока дано направлением вращательного движения тела, направление магнитного момента должно зависеть от того, образованы ли круговые токи положительными или отрицательными зарядами. Действительно, опыты показали, что здесь дело идет о носителях отрицательных зарядов. Однако при количественном исследовании явления Барнета обнаружилось количественное расхождение с теорией, объяснявшей это явление движением электронов по орбитам вокруг атомных ядер. *Квантовая механика* дала впоследствии возможность объяснить явление Барнета не отрицательными моментами электронов, а их *спином* *.

Обратным эффекту Барнета служит *явление Эйнштейна — де-Гааза*, открытое ими в 1915 г. По оси вертикальной катушки (рис. 277) была подвешена на тонкой стеклянной нити железная проволочка *bc*. При перемене направления тока в катушке железная проволочка перемагничивалась. При помощи зеркальца, прикрепленного к проволочке, можно было наблюдать, как проволочка поворачивается вокруг вертикальной оси согласно с отрицательным знаком элементарного заряда. Для усиления эффекта Эйнштейн и де-Гааз пропускали по катушке переменный ток того же периода, что и период закручивания стеклянной нити с проволочкой. Из-за полного беспорядка диполей в ненамагниченном веществе проволочки направления их вращательных импульсов

---

* Спин — собственный момент количества движения элементарной частицы, но это — не механический, а квантовый эффект. Магнитный момент электрона пропорционален спину.

были вполне хаотичны и взаимно уравновешивались. Если в начале железная проволочка была ненамагничена, то ток в катушке намагнитит проволочку и ее диполи направятся более или менее полностью в направлении намагничивающего поля, т. е. в направлении оси проволочки, и то же относится к направлению вращательных импульсов диполей. Векторная сумма элементарных вращательных моментов поэтому больше уже не равна нулю, как прежде, а имеет конечную величину. Но так как проволочка сначала не обладала никаким вращательным импульсом и в процессе намагничивания не получила извне никакого механического импульса, то общая сумма вращательных импульсов должна быть равна, как и прежде, нулю. Сумма вращательных импульсов имеет теперь конечную величину; поэтому проволочка в целом должна получить вращательный импульс такой же величины, но в обратном направлении. По-прежнему направления дополнительных вращательных импульсов диполей, а вместе с тем и направления макроскопического вращательного импульса зависят от знака заряда. Опыты подтвердили отрицательный знак элементарных зарядов.

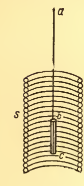


Рис. 277.

Магнитомеханические явления позволили определить отношение магнитного момента элементарной частицы к его моменту количества движения; эта величина называется гиромагнитным *отношением*. Для электрона гиромагнитное отношение измеряется так:

$$g = \frac{e}{2mc},$$

где e — заряд электрона, m — его масса, c — скорость света в вакууме. В теории атома установлено, что если $g = 2$, то магнитный момент атома создается *спиновым моментом* электронов; если $g = 1$, то магнитный момент обусловлен *орбитальными магнитными моментами* электронов. Если g по величине больше 1 и меньше 2, то *магнитный момент обусловлен одновременно и орбитальным и спиновым моментами.*

Силы действия магнитного поля на ток, которые первоначально приложены к движущимся в проводниках носителям зарядов, переносятся ими на самые проводники. Но если проводник удерживается неподвижным, то подвижные носители зарядов стремятся следовать по направлению сил внутри проводника. Они испытывают отклонение от своего направления, которое в основном соответствует отклонению свободных заряженных частиц. Но эти действия внутри проводника много меньше, так как внутри вещества частицам отклоняться несравненно труднее, чем в свободном пространстве. Все же носители зарядов вынуждены отклоняться от прямого направления и их пути в проводнике удлиняются. Вслед-

ствие этого сопротивление проводника растет, когда он оказывается в магнитном поле, перпендикулярном направлению тока в проводнике (*эффект Томсона*). Это явление особенно резко выступает у висмута; для этого используют плоскую бифилярно навитую висмутовую спираль, внесенную в поле. Сопротивление растет с увеличением напряженности магнитного поля сначала ускоренно, потом медленнее. При индукции в 10 000 *гс* оно больше на 50%, чем в свободном от поля пространстве. Другое действие смещения тока в проводнике, помещенном в магнитное поле, заключается в том, что между двумя пунктами проводника с током, в которых в отсутствии магнитного поля не было разности потенциалов, в поле возникает напряжение (*эффект Холла*) *.

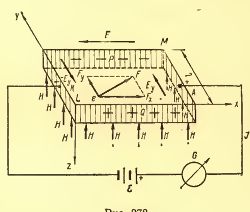


Рис. 278.

Тонкая металлическая пластинка LM (рис. 278) включена в цепь генератора $\mathscr{E}$; по ней идет ток I от A к K; такое же направление имеет в пластинке электрическое поле.

Поместим эту пластинку с током между полюсами электромагнита (H). Пока нет тока в обмотке электромагнита ($H = 0$), можно, перемещая контакт Q, найти такое его положение, что в цепи PQ не будет тока, — это значит, что равны потенциалы точек P и Q.

Но как только появляется магнитное поле, поток которого пронизывает пластинку LM перпендикулярно ее площади снизу вверх, в цепи PQ идет ток, — это значит, потенциалы P и Q уже неравны. Какова причина возникновения этой разности потенциалов ΔV, называемой иногда *э. д. с. Холла*?

Пока нет магнитного поля, электроны направляются от K к A силой поля $F_x = eE$.

* Эдвин Герберт Холл (1855—1938) — американский физик.

Но как только возникает магнитное поле H, появляется *сила Лоренца* F_y:

$$F_y = \frac{1}{c}\ evH, \qquad (89\text{-}1)$$

и электроны двигаются по равнодействующей F (рис. 278), концентрируясь у борта P пластинки. Это приведет к тому, что у борта Q будет концентрация положительных зарядов; образуется новое поле E_y и разность потенциалов ΔV. *В этом появлении «поперечной» разности потенциалов и заключается явление Холла.*

Накопление электронов у P будет продолжаться до тех пор, пока сила нового поля $F_y = -eE_y$ не уравновесит силу Л о р е н ц а:

$$-eE_y = \frac{1}{c}\ evH.$$

Если обозначим ширину пластинки через $l = PQ$, то

$$E_y = \frac{\Delta V}{l},$$

и потому

$$\Delta V = -\frac{1}{c}\ vlH.$$

Среднюю скорость электронов можно выразить через плотность тока j:

$$I = nevS; \quad j = nev,$$

где n — число электронов в 1 $см^3$. Отсюда

$$v = \frac{j}{ne}.$$

Поэтому *э. д. с. Холла* получает выражение:

$$\Delta V = -\frac{1}{cne}\ jlH. \qquad (89\text{-}2)$$

Постоянный множитель

$$R_n = \frac{1}{cne} \qquad (89\text{-}3)$$

называется «коэффициентом Холла». Тогда

$$\Delta V = -R_n jlH. \qquad (89\text{-}4)$$

Эта формула может быть проверена при помощи экспериментальной установки, как на рис. 278; все величины правой части могут быть заранее определены, а ΔV получено из наблюдений.

Эффект Х о л л а очень слаб; так, при $H = 10\,000$ *э* $I = 10$ *а*, при очень тонкой пластинке золота $\Delta V = 7$ *мв*.

Обратно, измеряя ΔV, можем определить R_n. Знание R_n позволяет вычислить n — число электронов в 1 $см^3$ и подвижность электронов.

Замечательно, что R_n по существу *отрицательно*, оно относится к электронам; так это и есть для многих металлов (Cu, Pt, Ag, Ni и т. д.), но для некоторых металлов (Fe, Co, Zn, Cd и т. д.) оно положительно. Это значит, что при электропроводности в этих металлах играют роль не только электроны, но и положительные заряды. Этот факт был позже разъяснен *квантовой теорией*.

Приведем экспериментальные данные, относящиеся к *эффекту Холла для разных металлов*.

Металл	Наблюдаемая постоянная Холла R_n в $в \cdot м^3/а \cdot вб$	Удельная проводимость γ металлов, в $а/(в \cdot м)$	Подвижность в $\frac{м/сек}{в/м}$
Cu	$-5{,}5 \cdot 10^{-11}$	$5{,}71 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^{-3}$
Ag	$-8{,}4 \cdot 10^{-11}$	$6{,}25 \cdot 10^7$	$5{,}6 \cdot 10^{-3}$
Au	$-7{,}2 \cdot 10^{-11}$	$4{,}54 \cdot 10^7$	$3{,}2 \cdot 10^{-3}$
Bi	$-1 \cdot 10^{-8}$	$8{,}55 \cdot 10^5$	$4{,}2 \cdot 10^{-1}$
Zn	$+10 \cdot 10^{-11}$	$1{,}70 \cdot 10^7$	$-1{,}7 \cdot 10^{-3}$
Cd	$+6 \cdot 10^{-11}$	$1{,}37 \cdot 10^7$	$-0{,}8 \cdot 10^{-3}$

Для объяснения данных относительно свойств меди, серебра и золота достаточно представления о свободных электронах, движущихся внутри куска металла между ядрами атомов, размещенными в узлах пространственной решетки, в соответствии с законами газовокинетической теории. Иначе обстоит дело с висмутом, цинком и кадмием. Для висмута по кинетической теории газов получается подвижность электронов в 2000 раз меньше, чем это следует из эффекта Холла. Это значит, что в висмуте плотность числа электронов почти в 2000 раз меньше, чем ионов металла. Это — предельный случай металлической связи.

У цинка и кадмия постоянная Холла положительна. Это означает, что у таких металлов преобладает подвижность положительных зарядов, притом с тем же порядком величины, как и металлов с нормальной постоянной Холла. Очевидно, здесь уже не применима модель кинетической теории электронного газа. Остается сделать предположение, что верхняя энергетическая связь целиком заполнена электронами. Затем остаются свободные места («дырки») как элементарные положительные заряды, но с подвижностью отрицательных электронов. Такое незамещенное электронами состояние и называется «*дырочное состояние электронов*» или короче «*дефект электронов*».

Глава XIII

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

§ 90. Возникновение индукционного тока

Великое открытие Фарадея (1831), которое лежит в основании всей современной электротехники, заключается в том, что он указал новый способ получения электрической энергии, именно: он установил возможность преобразования механической энергии в энергию электрического тока с помощью магнитного поля.

Отметим преемственность исследований.

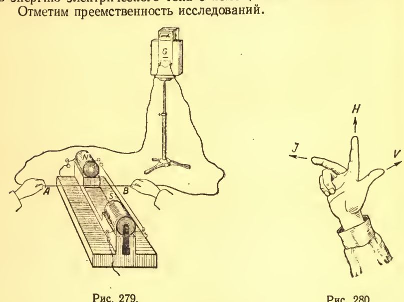


Рис. 279. Рис. 280.

Ампер установил (1820—1823), что электрический ток обусловливает появление магнитного поля: $I \rightarrow H$.

Фарадей в своих исследованиях (1828—1831) поставил обратный вопрос: нельзя ли, имея магнитное поле H, получить ток: $H \rightarrow I$?

Утвердительным ответом на этот вопрос он открыл новый мощный источник электрической энергии.

Явление электромагнитной индукции может быть установлено рядом экспериментальных фактов.

1. Если замкнутый на гальванометр проводник AB двигать в магнитном поле NS (рис. 279) так, чтобы он пересекал силовые линии поля, то будем наблюдать отклонение указателя, зеркала или стрелки гальванометра при движении проводника вверх или

вниз. Следовательно, при пересечении силовых линий магнитного поля замкнутым проводником в нем возникает ток, названный Фарадеем *индукционным током*.

2. При более быстром движении проводника ток усиливается. Точно так же отклонение стрелки гальванометра станет больше, если взять вместо AB несколько параллельных проводников или если этот проводник свернуть в катушку так, что линии поля будут пересекаться одновременно многими витками проводника.

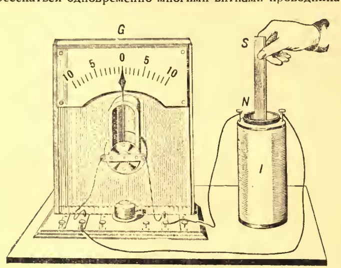


Рис. 281.

Направления магнитного поля, движение проводника и возникающего индукционного тока связаны *правилом трех пальцев правой руки*: на рис. 280 H—направление магнитного поля, v—скорости движения проводника, I — индукционного тока.

3. Приближение катушки, замкнутой на гальванометр, к неподвижному магниту, или удаление от него, а также и обратно — приближение и удаление магнита к катушке (рис. 281) обусловливает появление тока, который существует, пока происходит движение проводника.

Заметим — и это особенно важно — что при изменении направления движения изменяется и направление тока. Ленц (1834) установил закон, по которому определяется направление возникающего при перемещении проводника индукционного тока: *направление индукционного тока, возникающего в замкнутом проводнике, при перемещении его в магнитном поле таково, что он противодействует своим магнитным полем происходящему движению.* Так (рис. 282), если вдвигать в соленоид северный полюс магнита, то в проводни-

ке возникает ток такого направления, что на ближайшем к магниту конце соленоида он будет иметь направление против часовой стрелки, т. е. соленоид стал эквивалентен магниту, обращенному к северному полюсу магнита *N* тоже северным своим концом, тем концом, глядя на который, видим ток, идущим против часовой стрелки. Как известно, при этом проявляются *пондеромоторные силы* возникшего в связи с индукционным током магнитного поля. Наоборот, при удалении соленоида от северного полюса магнита возникающий в соленоиде индукционный ток имеет такое направление, что соленоид станет эквивалентен магниту с южным полюсом на конце, ближайшем к северному полюсу магнита ,т. е. здесь мы заметим ток, идущий по часовой стрелке; удаляемые друг от друга маг-

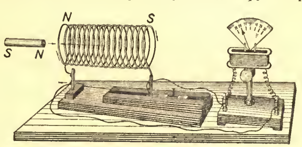


Рис. 282.

нит и соленоид притягиваются. Подобный же анализ явлений индукции на основе *закона Ленца* может быть произведен и в других случаях возникновения индукционного тока.

Закону Ленца можно придать более общую форму: *возникающий при индукции ток имеет такое направление, что пондеромоторные силы его магнитного поля противодействуют происходящему движению, т. е. пондеромоторные силы поля направлены против движения.*

4. Видоизменение первого опыта: если будем перемещать катушку в магнитном поле Земли так, чтобы пересекались линии этого поля, то гальванометр обнаружит ток переменного направления в зависимости от движения (или вращения) проводника по двум разным направлениям.

Этот опыт имеет существенное значение, так как магнитное поле Земли может обусловить возникновение токов при движении проводника.

5. Ток создает вокруг себя магнитное поле, всякое изменение тока влечет за собой и изменение сопутствующего ему магнитного поля. Следовательно, если взять две катушки и расположить, как показано на рис. 283, то всякое изменение поля катушки *I*, в цепи которой находится источник (аккумулятор), вызовет индукционный ток в катушке *II*, замкнутой на гальванометр *G*; так будет при *замыкании и размыкании* тока в катушке *I*, при сближении

или удалении катушек и т. д. Если такие изменения будут периодичны, то возникающий индукционный ток будет переменным, сила и направление его будут периодически изменяться.

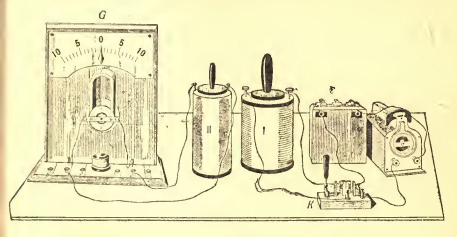


Рис. 283.

6. Если катушку *I* (рис. 283) включить в цепь переменного тока, то около нее образуется переменное магнитное поле, т. е. такое, напряженность которого периодически меняется в каждой точке. В катушке *II*, которую следует замкнуть на лампы (вместо гальванометра), возникает также *переменный индукционный ток*; появление его обнаруживается по свечению ламп; накал их будет больше, если в катушку вставить железный сердечник.

Обратим внимание на замечательную особенность этого явления: тут нет движения в магнитном поле, как в предыдущих опытах, но само магнитное поле катушки *I*, периодически изменяясь, обусловливает появление тока в катушке *II*.

Рис. 284.

Видоизменения этих основных экспериментов таковы.

7. Обе катушки, *I* и *II*, находятся на одном железном сердечнике (рис. 284); при замыкании и размыкании тока в катушке *I* или при включении ее в цепь переменного тока, в катушке *II*, если она есть часть замкнутой цепи, возникает индукционный ток, на-

правление и сила которого будут в каждое мгновение зависеть от направления и силы тока в катушке *I*.

Таково именно было расположение приборов в первоначальных опытах Фарадея (1831); катушка *I* была в цепи постоянного тока, так что Фарадей наблюдал индукционные токи в катушке *II* лишь при замыкании и размыкании цепи катушки *I*.

8. Надетое на сердечник *F* кольцо (рис. 285) сильно отталкивается от катушки, что можно хорошо обнаружить, если надеть на сердечник толстое медное или алюминиевое кольцо; в момент замыкания ключем *K* тока оно летит вверх. Если же внешней силой удержать его на сердечнике, то оно нагревается индукционным током и может быть накалено докрасна. Регулируя ток в катушке реостатом, можно подобрать так его силу, что кольцо будет держаться в воздухе около сердечника.

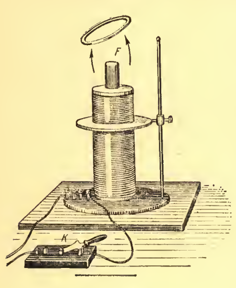


Рис. 285.

На основе этих опытов строятся *трансформаторы*, которые имеют огромное значение в технике. Свое название они получили потому, что служат для преобразования энергии тока, позволяя ток слабый высокого напряжения преобразовывать в ток сильный низкого напряжения и обратно. Это особенно ясно видно в последних опытах; возникающий в кольце индукционный ток, несомненно, имеет весьма много ампер (сильное нагревание проводника), в то время как первичный ток слаб; ток в кольце имеет такое направление, что кольцо отталкивается от витков катушки.

Все произведенные эксперименты приводят к основному заключению: *при всяком изменении магнитного поля по отношению к замкнутому проводнику в нем возникает индукционный ток*; иначе это условие выразится так: *в замкнутом проводнике возникает индукционный ток, если изменяется поток индукции магнитного поля* Φ, *пронизывающий площадь, ограниченную проводником*.

Исходя из общих воззрений на происхождение электрического тока и опираясь на общие условия его непрерывности, мы должны себе представить такую последовательность процесса:

а) Изменяющееся магнитное поле создает внутри проводника

электрическое поле; изменение магнитного поля происходит или при изменении H (опыты 5—8), или по отношению к проводнику при его перемещении в поле (опыты 1, 2, 3, 4).

б) На концах разомкнутого проводника (или катушки) должна появиться разность потенциалов.

в) При замыкании этой цепи в ней возникает индукционный ток, круговая непрерывность которого обеспечивается э. д. с. индукции:

$$\mathscr{E} = \oint E\,dl. \qquad (90\text{-}1)$$

Здесь E — напряженность электрического поля, dl — элемент движения единичного заряда, весь интеграл по замкнутому контуру носит название — *циркуляции напряженности*.

Такова внешняя картина явлений, как они даны в описанных экспериментах. Возникает вопрос: каково происхождение электродвижущей силы индукции и как определяется ее значение?

§ 91. Электродвижущая сила индукции. Закон Фарадея

Гельмгольц рассмотрел явления индукции с точки зрения преобразования энергии; на основании принципа сохранения энергии он выяснил вопрос о происхождении электродвижущей силы индукции, а также указал метод для определения ее значения. Ход его рассуждения в общих чертах таков.

1. Представим себе, что между полюсами электромагнита N и S (рис. 286) подвешен некоторый контур $ABCD$, включенный в цепь источника с электродвижущей силой $\mathscr{E}_0$(например, аккумулятора). Пока нет поля между N и S, т. е. пока по обмотке электромагнита не идет ток, контур сохраняет положение равновесия, определяемое механическими условиями. Если силу постоянного тока в этой цепи обозначим через I_0, то энергия, доставляемая источником за время Δt, имеет значение:

Рис. 286.

$$W = \mathscr{E}_0 I_0 \Delta t. \qquad (90\text{-}1)$$

Если в цепи нет иных приемников энергии, кроме самих проводов, то баланс энергии выразим по закону Джоуля — Ленца:

$$\mathscr{E}_0 I_0 \Delta t = I_0^2 R \Delta t. \qquad (91\text{-}2)$$

Энергия тока преобразуется в теплоту.

2. Процесс пойдет иначе, если, замкнув ток в обмотке электромагнита, между полюсами N и S образуем магнитное поле.

Как только включим ток в контур $ABCD$, сейчас же возникает взаимодействие между током и магнитным полем (по формуле Ампера); как известно, контур станет поворачиваться, стремясь стать перпендикулярно к силовым линиям внешнего поля электромагнита NS так, чтобы магнитный момент тока совпал с вектором напряженности внешнего поля. Амперметр покажет ток в цепи $I < I_0$.

Пусть движение контура длилось Δt *сек*; работа электромагнитных сил, которая затрачена на это перемещение, определяется известным соотношением:

$$W_1 = I\,\Delta\Phi. \tag{91-3}$$

На основании закона сохранения энергии имеем:

$$\mathscr{E}_0 I\,\Delta t = I^2 R\,\Delta t + W_1, \tag{91-4}$$

так как на вращение затрачивается энергия цепи с электродвижущей силой $\mathscr{E}_0$; поэтому баланс энергии в этом случае выразится соотношением:

$$\mathscr{E}_0 I\,\Delta t = I^2 R\,\Delta t + I\,\Delta\Phi. \tag{91-5}$$

Это уравнение выражает мысль, что при изменившихся условиях энергия, доставляемая источником ($\mathscr{E}_0 I\,\Delta t$), покрывает не только затраты в цепи ($I^2 R\,\Delta t$), но и работу на перемещение проводника в магнитном поле ($I\,\Delta\Phi$).

Преобразуем полученное уравнение:

$$\mathscr{E}_0 = IR + \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}; \qquad I = \frac{\mathscr{E}_0 - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}{R}. \tag{91-6}$$

Эта формула выражает *закон Ома* для проводника, перемещающегося в магнитном поле так, что магнитный поток изменяется во время движения по отношению к этому проводнику.

3. Из самого вида формулы (91-6) вытекает, что при движении проводника в поле возникает новая электродвижущая сила:

$$\mathscr{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \tag{91-7}$$

которая, слагаясь с электродвижущей силой $\mathscr{E}_0$, определяет при данном составе цепи значение тока I;

$$\mathscr{E}_0 + \mathscr{E} = IR; \quad \mathscr{E}_0 + \left(-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right) = IR. \tag{91-8}$$

Эта новая электродвижущая сила $\mathscr{E}$ сама определяется двумя признаками: 1) она имеет направление *против* $\mathscr{E}_0$, т. е. она противодействует основному кинетическому процессу в цепи, это положение является выражением *закона Ленца*; 2) она зависит от ско-

рости изменения магнитного потока $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ по отношению к контуру тока. Формула электродвижущей силы индукции

$$\mathscr{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad (91\text{-}8)$$

выражает собою основной закон электромагнитной индукции — *закон Фарадея*.

Для определения направления возникающей при вращении витка $ABCD$ электродвижущей силы $\mathscr{E}$ применимо *правило трех пальцев правой руки*: расположив пальцы правой руки подобно тому, как мы делали это в правиле левой руки, направим: указательный палец по направлению поля (от N к S), большой по направлению движения, средний укажет направление $\mathscr{E}$, например, от A к B или, от B к A.

Наконец, положим $\mathscr{E}_0 = 0$, т. е. допустим, что в замкнутой цепи нет источника тока; представим себе, как это было в основных опытах, что у нас в магнитном поле перемещается контур или катушка, замкнутая на гальванометр. Обратившись к формуле закона *Фарадея*, находим:

$$I = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \qquad (91\text{-}9)$$

Таким образом, мы пришли к основному заключению: перемещение проводника в магнитном поле, или вообще изменение магнитного потока поля через площадь, ограниченную контуром проводника, обусловливает возникновение в нем электродвижущей силы индукции:

$$\mathscr{E} = -10^{-8}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\,(в) = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\,(\text{СГСМ}), \qquad (91\text{-}10)$$

она *численно равна скорости изменения магнитного потока* Φ, *пересекаемого перемещающимся проводником*. Эта электродвижущая сила индукции обусловливает появление в цепи индукционного тока I. Знак *минус* указывает на то, что *эта электродвижущая сила направлена против основного процесса в системе, т. е. противодействует происходящему изменению магнитного потока, — это закон Ленца.*

Если вращается в магнитном поле не один виток, а катушка (соленоид), то по закону Фарадея определяется электродвижущая сила индукции в каждом ее витке, полная же электродвижущая сила в n витках получится как результат сложения электродвижущих сил в последовательно соединенных витках; иначе говоря, разность потенциалов (напряжение) на концах витков будет в n раз больше, чем разность потенциалов на концах одного витка:

$$\mathscr{E} = -n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\,(\text{СГСМ}). \qquad (91\text{-}11)$$

Представим полученные результаты в более общем виде. Отнесем формулу закона Фарадея к бесконечно малому элементу времени dt, в течение которого произошло изменение магнитного потока $d\Phi$:

$$\mathscr{E} = -10^{-8} n \frac{d\Phi}{dt} \text{ (в)} = -n \frac{d\Phi}{dt} \text{ (СГСМ)}. \qquad (91\text{-}12)$$

Это мгновенное значение э. д. с. индукции. Обозначив сопротивление замкнутой цепи через R, получаем *мгновенное значение индукционного тока*:

$$I = -\frac{n}{R} \frac{d\Phi}{dt} \text{ (СГСМ)}. \qquad (91\text{-}13)$$

Количество электричества q, доставленное в процессе индукции за время t:

$$I = \frac{q}{t}, \; q = It;$$

те же соотношения для мгновенного значения тока:

$$I = \frac{dq}{dt}; \; dq = Idt;$$

$$q = \int_0^t Idt = -\frac{n}{R}\int_0^t \frac{d\Phi}{dt}\,dt = -\frac{n}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{n}{R}\,(\Phi_1 - \Phi_2).$$

Здесь Φ_1 и Φ_2 — значения магнитного потока в начале (в момент 0) и в конце (в момент t) процесса индукции.

Следовательно, количество индуцируемого электричества не зависит от времени процесса, а лишь от изменения магнитного потока по отношению к перемещающемуся проводнику. Если магнитный поток в начале процесса имеет значение Φ_1, в конце Φ_2, то:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \Delta\Phi; \; q = \frac{n}{R}\Delta\Phi \text{ (СГСМ)}. \qquad (91\text{-}14)$$

Количество индуцируемого электричества q может быть измерено при помощи *баллистического гальванометра*. Таким именно методом Ленц проверял законы индукции (1835). Наоборот, исходя из баллистических измерений q, можно определить магнитный поток, напряженность и другие характеристики магнитного поля.

§ 92. Единицы магнитного потока, магнитной индукции и напряженности магнитного поля в разных системах

1. *Закон Фарадея* позволяет определить *единицу магнитного потока в системе* МКСА. Из формулы

$$\mathscr{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

имеем

$$\Delta\Phi = -\mathscr{E}\,\Delta t.$$

Электродвижущая сила $\mathscr{E}$ измеряется, как известно, в *вольтах*; пусть $\mathscr{E} = 1$ *в*, $\Delta t = 1$ *сек*. Тогда единица магнитного потока оказывается (1 *в*) (1 *сек*) = 1 *в* · *сек*.

Введем вместо секунды ее величину из определения силы тока: $1\ сек = \frac{1\ к}{1\ а}$. Но по закону Ома $1\ а = \frac{1\ в}{1\ ом}$. Следовательно,

$$1\ в \cdot сек = \frac{1\ а \cdot 1\ ом \cdot 1\ к}{1\ а} = (1\ \ к)\cdot(1\ \ ом).$$

Такова стандартная единица магнитного потока в системе МКСА; ей дано название *вебер*, сокращенно «*вб*». Итак, 1 *вебер есть такое изменение магнитного потока, пересекающего замкнутый контур, которое вызывает в проводящем контуре электродвижущую силу индукции в 1 вольт*:

$$1\ вб = (1\ \ в)\cdot(1\ \ сек) = (1\ \ к)\cdot(1\ \ ом).$$

Известно, что $1\ в = \frac{1}{300}$ СГСЭ. Отсюда $1\ вб = \frac{1}{300}$ единицы магнитного потока в системе СГСЭ. Известно далее, что $1\ в = 10^8$ СГСМ. Отсюда

$$1\ \ вб = 10^8\ \text{максвеллов} = 10^8\ мкс.$$

Отсюда следует *стандартное определение*: $1\ мкс = 10^{-8} вб$. Нетрудно видеть, что между двумя абсолютными единицами магнитного потока в системах СГСЭ и СГСМ существует соотношение:

$$1\ \ мкс = 10^{-8}\ \ вб = \frac{1}{3\cdot 10^{10}}\ \text{единиц СГСЭ}.$$

Следует помнить, что чем крупнее единицы, тем меньше число этих единиц при измерении одной и той же величины. Поэтому отношение числа Φ_e, выражающего магнитный поток в системе СГСЭ, к числу Φ_m, выражающему тот же магнитный поток в системе СГСМ равно $1/c$, в то время как в 1 единице магнитного потока в системе СГСЭ содержится c максвеллов, где $c = 3 \cdot 10^{10}$ есть скорость света в вакууме. Вычислим размерность $[\Phi_e]$ и $[\Phi]_m$.

По теореме Гаусса размерность $[\Phi_m] = [m]$, где m — количество магнетизма. Из закона Кулона для взаимодействия магнитных полюсов

$$[m] = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}.$$

В электростатической системе единиц:

$$[\Phi_e] = [UT] = M^{1/2} L^{1/2}.$$

Отсюда

$$\frac{[\Phi_m]}{[\Phi_e]} = \frac{M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}}{M^{1/2} L^{1/2}} = \frac{L}{T},$$

т. е. размерность скорости.

2. *Магнитная индукция* B есть магнитный поток, приходящийся на единицу площади, т. е.

$$B = \frac{\Phi}{S}.$$

В системе МКСА единица магнитной индукции, называемая *тесла* (*тл*), равна 1 *вб* на 1 *м*² (1 *вб/м*²). Переходим к системе СГСМ, в которой единица магнитной индукции 1 *гаусс* (*гс*) = (1 *мкс*) : (1 *см*)². Так как 1 *мкс* $= 10^{-8}$ *вб*, а 1 *см*² = 0,0001 *м*², то 1 *гс* $= 10^{-8} : 10^{-4} = 10^{-4}$ *вб/м*² $= 10^{-4}$ *тл*.

В системе СГСЭ единица магнитной индукции может быть определена через единицу магнитного потока в той же системе, которая равна $3 \cdot 10^{10}$ *мкс*. Так как площадь в обеих системах СГСЭ и СГСМ выражается в одинаковых единицах — квадратный сантиметр, то, очевидно, 1 единица магнитной индукции в системе СГСЭ равна $3 \cdot 10^{10}$ *гс* $= 3 \cdot 10^{6}$ *тл*.

3. Переходим к единицам *напряженности магнитного поля*. В системе МКСА такой единицей, как мы видели, служит ампер-виток/метр. В системе СГСМ единицей магнитной напряженности служит *эрстед* (*э*). Но ампер равен 0,1 единицы силы тока в системе СГСМ, а 1 *м* = 100 *см*. Получим в рационализованной системе:

$$1\ э = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^{3}\ ав/м.$$

Переходим к системе СГСЭ: 1 *а* $= 3 \cdot 10^{9}$ единиц силы тока системы СГСЭ, а 1 *м* = 100 *см*. Следовательно,

$1\ э = \frac{10^{3} \cdot 3 \cdot 10^{9}}{4\pi \cdot 100} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{4\pi}$ единиц СГСЭ. Отсюда 1 единица магнитной напряженности в системе СГСЭ равна $\frac{4\pi}{c}$ *э*, где c — скорость света в вакууме.

§ 93. Электронный механизм возникновения электродвижущей силы индукции

Закон электромагнитной индукции, открытый экспериментально Фарадеем (1831) и затем теоретически выведенный на основе принципа сохранения энергии Гельмгольцем, является основанием, на котором построена электродинамика Максвелла, вся электротехника и радиотехника.

Рассмотрим явление индукции на основе электронной теории.

Участок $AB = l$ замкнутого металлического контура, в котором нет генератора э. д. с., находится в однородном постоянном магнитном поле H, направленном перпендикулярно к проводнику AB за чертеж. Если внешняя сила перемещает этот участок проводника (рис. 287) из положения AB в положение A_1B_1 со скоростью $v = \frac{dx}{dt}$, то электроны в нем, кроме сил хаотического движения, подвергаются еще во время движения проводника действию *силы Лоренца*:

$$\vec{F} = \frac{1}{c} e [\vec{v}\vec{H}]; \tag{93-1}$$

при наших условиях ($v \perp H$):

$$F = \frac{e}{c} vH. \tag{93-2}$$

Под действием этой силы свободные электроны в металле придут в движение. Это значит, что в проводнике AB и контуре возникает электрический ток, который будет во время движения проводника отмечен гальванометром. Это и есть *индукционный ток*; как видим, он обязан своим происхождением *силе Лоренца*, действующей на электроны, движущиеся в магнитном поле.

Рис. 287.

В расположении, указанном на рис. 287, индукционный ток по правилу правой руки направлен от B к A, а электроны, которые представляют его материальную основу, двигаются от A к B.

Разность потенциалов на концах $AB = l$ определится из следующих соображений:

$$\Delta V = El;$$

сила F действует на отдельный электрон, поэтому

$$F = -eE; \quad E = -\frac{F}{e};$$

$$F = \frac{1}{c} evH, \quad E = -vH;$$

$$\Delta V = -\frac{1}{c} vHl \text{ (СГСЭ)} =$$

$$= -300 \cdot \frac{1}{c} vHl \text{ (в)} =$$

$$= -10^{-8} Hl \frac{dx}{dt}. \tag{93-4}$$

Здесь $l dx = dS$ — площадь, описанная проводником при движении; поэтому

$$Hl\,dx = HdS = d\Phi;$$

$$\Delta V = -10^{-8}\frac{d\Phi}{dt}\ (в). \qquad (93\text{-}4)$$

Эта разность потенциалов является для всего замкнутого контура генератором э. д. с., которая обусловливает в нем движение электронов, т. е. ток.

Мы приходим к заключению: электродвижущая сила индукции численно выражается формулой:

$$\mathscr{E} = -10^{-8}\frac{d\Phi}{dt}\ (в) = -\frac{d\Phi}{dt}\ (СГСМ). \qquad (93\text{-}5)$$

Рассмотрим индукцию в движущемся магнитном поле. На рис. 288 представлен проводник, который движется перпендикулярно

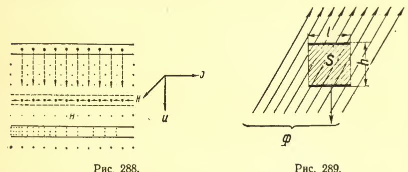


Рис. 288. Рис. 289.

силовым линиям однородного магнитного поля поперек силовых линий. В металлическом проводнике находятся связанные в узлах ионы и свободно движущиеся электроны. Положительно и отрицательно заряженные частички вследствие этого движутся перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. При этом на них действуют *силы Лоренца*, отклоняющие эти частицы перпендикулярно движению. Но при этом только электроны могут передвигаться. Если они передвигаются влево, то в левой части проводника оказывается избыток электронов, а в правой — недостаток. А это и доказывает, что в проводнике возбуждено электрическое напряжение. Если теперь мы станем рассматривать проводник как неподвижный, а магнитное поле перемещающимся, то ничего не изменится. Мы приходим к выводу: *если магнитное поле движется перпендикулярно к магнитным силовым линиям, то возникает электрическое поле, силовые линии которого располагаются перпендикулярно к магнитным силовым линиям и к направлению движения магнитного поля.*

Положим, что в однородном магнитном поле с потоком Ф (рис. 289) перемещается внешней силой участок прямого проводника длиной l со скоростью v — перпендикулярно к силовым линиям поля; определим э. д. с. индукции, возникающую при поступательном движении в поле этого участка на расстояние h:

$$\mathscr{E} = -10^{-8} \cdot \frac{d\Phi}{dt}; \ \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = B\frac{d(lh)}{dt} = Blv;$$

$$\mathscr{E} = -10^{-8} Blv \ (в). \qquad (93\text{-}6)$$

При поступательном движении проводника в магнитном поле э. д. с. индукции зависит от линейной скорости движения.

§ 94. Вихревые токи

Мы до сих пор рассматривали индукцию в линейных проводниках—в рамке, прямом проводе, катушке и т. д. Но ведь и в массивных телах, например, в цилиндре, диске и т. п., должна тоже возникать э. д. с. индукции вследствие того, что разные части вращающегося тела проходят через разные части магнитного потока, если он переменный или неоднороден. Местные разности потенциалов вызовут в теле местные токи, называемые *токами Фуко или вихревыми токами*. Эти токи, возникнув в теле, в нем же хаотически замыкаются; так как проводимость массивного тела велика, то токи Фуко могут достигать значительной величины. Они вызывают разогревание тела.

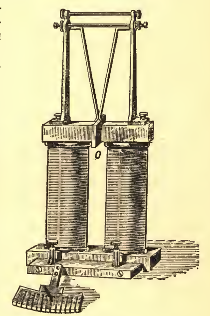


Рис. 290.

Возникновение вихревых токов в сплошных вращающихся в магнитном поле телах можно обнаружить экспериментально. Араго (1822) заметил, что если вблизи колеблющейся магнитной стрелки находится массивное тело из проводящего вещества, например, медный диск, то колебания стрелки быстро затухают; токи Фуко, возникающие в проводнике, по закону Ленца, направлены так, что противодействуют движению индуктирующего их магнита (стрелки). Наоборот, если поместить магнит над медным диском, то при

вращении последнего приходит в движение и магнит. Направление этих токов можно определить по правилу правой руки.

Если монету опустить в междуполюсный промежуток сильного электромагнита, то она свободно падает в нем, пока нет поля, но тормозится в этом промежутке, как только появится в нем магнитное поле; падение становится очень медленным, и монета разогревается от возникающих в ней вихревых токов. Точно так же маятник с массивной медной пластинкой O (рис. 290), свободно качается между полюсами, пока нет магнитного поля, при появлении поля маятник тормозится в нем, как будто попал в вязкую среду. Обратим внимание на то, что как монета, так и пластинка O при движении частью находится в поле, частью вне его, частью входит в поле, частью из него выходит; это и есть условие появления в разных точках разности потенциалов, обусловливающей электродвижущую силу индукции; возникающие вихревые токи, согласно закону Ленца, имеют такое направление, при котором они тормозят или останавливают движение тела в магнитном поле.

В массивном теле (ось мотора, сердечник, трансформатор), пронизанном переменным магнитным потоком Φ, возникает э. д. с. индукции:

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (94\text{-}1)$$

В этом теле всегда можно выделить замкнутый контур C, охватывающий значительную площадь S; тогда поток, пронизывающий эту площадь,

$$\Phi = BS, \qquad (94\text{-}2)$$

достаточно велик; если при этом еще и индукция B меняется с большой частотой, то э. д. с. :

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} \qquad (94\text{-}3)$$

достигает очень больших значений. Кроме того, сопротивление таких сплошных масс ничтожно мало, а потому вихревые токи

$$I = -\frac{S}{R}\frac{dB}{dt} \qquad (94\text{-}4)$$

могут получить огромную величину.

Отсюда следует:

1) Вихревые токи образуют в пространстве около себя мощные магнитные поля.

2) Они выделяют в теле, где появились, большое количество тепла в единицу времени:

$$Q = 0{,}24I^2R = \frac{0{,}24S^2}{R}\left(\frac{dB}{dt}\right)^2. \qquad (94\text{-}5)$$

В работе динамо, моторов и трансформаторов эти токи вызывают крайне вредное явление, ведущее к рассеянию энергии, и потому

при конструировании динамо и моторов принимаются специальные меры к предупреждению их возникновения, а именно — все массивные железные части (например, обод мотора, несущий катушки) строятся из отдельных изолированных полос или проволок так расположенных, что в них не могут развиваться вихревые токи. Например, сердечник трансформатора изготовляется из полос железа, расположенных вдоль потока магнитного поля. Для пояснения рассмотрим кубик, собранный из изолированных металлических полос (рис. 291, *а*), расположенных вдоль внешнего магнитного по-

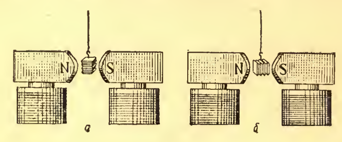


Рис. 291.

ля; тогда площадь каждой полосы, перпендикулярная к магнитному полю, мала, э. д. с. практически не возникает (правило правой руки) и вихревые токи не появляются; кубик, приведенный во вращение, продолжает свое вращение. Если тот же кубик повесить так, чтобы полосы, его составляющие, были перпендикулярны внешнему полю (рис. 291, *б*), то для развития вихревых токов будут даны большие площади пластин, обнаружится их тормозящее действие, и кубик не будет вращаться. Кроме того, при устройстве моторов, динамо и трансформаторов употребляют легированное железо с примесью до 4% кремния; магнитные его свойства почти не изменяются, но сопротивление вихревым токам возрастает.

Во многих случаях вихревые токи используются для технических целей. Так, при помощи этих токов производится *успокоение* (*демпфирование*) подвижных систем в гальванометрах и других измерительных приборах; во время отклонения системы в каркасе подвижной катушки или в специальной пластине, движущейся между полюсами магнита, возникают вихревые токи, которые прекращают начавшееся колебание; такие сразу устанавливающиеся инструменты называются *апериодическими*; в них стрелка (или зеркало) сразу (без колебаний) дает отклонение, подлежащее отсчету на шкале.

Баллистический гальванометр измеряет импульсы тока:

$$q = \int_0^\tau I dt = \frac{\Phi}{R}, \tag{94-6}$$

где I — сила переменного тока, t — время, q — количество протекшего электричества за промежуток времени τ, Φ — магнитный поток, R — сопротивление.

Импульс напряжения, а вместе с ним и *изменение магнитного потока измеряется при помощи флюксметра*. На рис. 292 изображена схема устройства флюксметра. Его рамка A помещена между полюсами магнита NS и цилиндром из мягкого железа K и подвешена на тонкой нити. К рамке A присоединена катушка B, которую вносят в поле, подлежащее измерению. Изменение магнитного потока в B создает индукционный ток, и рамка A начинает поворачиваться. Магнитный поток, пересекаемый контуром A, изменяется, а возникший вследствие этого индукционный ток обратного направления тормозит движение рамки. В результате

$$\Delta\Phi_B = -\frac{n_1}{n_2}\Delta\Phi_A = C_L, \tag{94-7}$$

где n_1 — число витков в A, n_2 — число витков в B, α — угол поворота. Одновременно с изменением магнитного потока флюксметр позволяет измерять импульс напряжения:

$$\int_0^\tau U dt = \Delta\Phi. \tag{94-8}$$

В металлургии вихревые токи применяются при *плавке металлов*. Обмотку печи вводят в цепь высокочастотного переменного тока; возникающие в металле мощные индукционные вихревые токи обусловливают высокую температуру индукционной печи.

§ 95. Переменная э. д. с. и переменный ток

Представим себе, что проводник в виде рамки LM (рис. 293) с n витками равномерно вращается на оси OO_1 в однородном магнитном поле NS; на оси укреплены изолированные друг от друга два

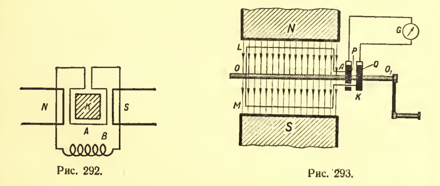


Рис. 292.

Рис. 293.

медных кольца P и Q, к которым припаяны концы проводника A и K. При помощи прижатых пружин (*щеток*), которые при вращении скользят по кольцам, цепь может быть замкнута на гальванометр G; тогда вращающаяся рамка будет частью замкнутой цепи $APGQKMLA$. Э. д. с. индукции в этой цепи будем искать из известных выражений, дающих мгновенное значение магнитного потока, пересекаемого вращающейся рамкой:

$$\Phi = \Phi_0 \cos\alpha; \;\; \Phi_0 = BS = \mu HS; \;\; \Phi = \mu HS \cos\alpha. \qquad (95\text{-}1)$$

Если вращение рамки равномерно, с угловой скоростью ω, то

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{t}{T}; \;\; \alpha = \omega t; \quad \Phi = \Phi_0 \cos\omega t.$$

Внеся это значение Φ в формулу, находим выражение э д. с. индукции, имеющее очень большое распространение

$$\mathscr{E} = -10^{-8}\, n\, \frac{d(\Phi_0 \cos\omega t)}{dt} = 10^{-8}\, n\, \Phi_0 \omega \sin\omega t.$$

Так как $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$, где ν — число оборотов в секунду, то

$$\mathscr{E} = 10^{-8}\; n\; \Phi_0 \cdot 2\pi\nu \sin 2\pi\nu t. \qquad (95\text{-}2)$$

Это есть *мгновенное значение э.д.с. индукции* $\mathscr{E}$ *для данного момента* t *или для данной фазы* ωt.

При $\sin\alpha = \sin 2\pi\nu t = 1$ имеем *наибольшее значение электродвижущей силы* $\mathscr{E}_0$ *(амплитуду* $\mathscr{E}_0$*)*:

$$\mathscr{E}_0 = 10^{-8}\, n\, \Phi_0 \cdot 2\pi\nu = 10^{-8} \cdot 2\pi\nu n \mu HS. \qquad (95\text{-}3)$$

Этого значения достигает э.д.с. при $\alpha = 90^\circ \left(\text{или } \frac{\pi}{2}\right)$ и при $\alpha = \frac{3}{2}\pi$, т. е. в те моменты, когда поток, пронизывающий контур, равен нулю, но *скорость изменения потока максимальна*.

Итак, общее выражение э.д.с. индукции имеет вид:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin\omega t; \quad \mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin 2\pi\nu t. \qquad (95\text{-}4)$$

Отсюда вытекают следующие свойства э. д. с. индукции при указанных условиях ее возникновения:

1) Электродвижущая сила индукции есть переменная величина, изменяющаяся в течение каждого оборота по закону синуса; это значит, что в течение времени вращения происходят гармонические колебания значения э. д. с. с частотой, равной частоте вращения рамки. Максимальное значение э. д. с.

$$\mathscr{E}_0 = 10^{-8} \cdot 2\pi\nu n \mu HS$$

называется амплитудным значением или просто *амплитудой*. Выражение под знаком синуса $2\pi\nu t = \omega t$ называется *фазой э. д. с.* Более общее выражение э. д. с.

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin(\omega t + \varphi) \qquad (95\text{-}5)$$

вводит начальную фазу φ (при $t = 0$), когда начало отсчета угла поворота α не совпадает с началом отсчета времени t.

Ток, обусловленный этой э. д. с., в замкнутой цепи тоже есть ток периодический, переменный, изменяющийся по величине и направлению по закону синуса:

$$I = \frac{\mathscr{E}_0}{R} \sin \omega t.$$

Обозначив максимальное значение тока через $I_0 = \frac{\mathscr{E}_0}{R}$, имеем

$$I = I_0 \sin \omega t; \quad I = I_0 \sin 2\pi\nu t. \qquad (95\text{-}6)$$

2) Графически э. д. с. индукции $\mathscr{E}$ и сила индуктивного тока изобразятся синусоидами с амплитудами $\mathscr{E}_0$ и $I_0 = \frac{\mathscr{E}_0}{R}$ (рис. 294).

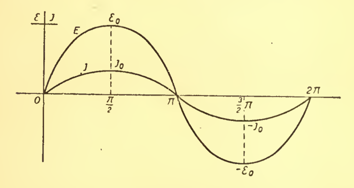


Рис. 294.

Обратим внимание на то, что на рис. 294 э. д. с. индукции и ток имеют *одну и ту же фазу* при их изменениях; как увидим дальше, это — редкий случай, требующий особых условий; синусоиды $\mathscr{E}$ и I обычно сдвинуты друг относительно друга, так что максимумы их не совпадают.

3) Дважды в течение периода T (при изменении α от 0 до 2π) э. д. с. и сила тока обращаются в нуль (при $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$) и дважды достигают максимального значения (при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ и $\alpha = \frac{3}{2}\pi$).

4) При $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ происходят изменения направления э. д. с. и силы тока, иначе — изменяется их знак. Аналитически это следу-

ет из процесса изменения синуса: от 0 до π синус положителен, от π до 2π отрицателен. Такой характер изменения $\mathcal{E}$ и I согласен с вышеприведенными рассуждениями и с правилом правой руки, если его применить к вращающемуся контуру в разных его положениях (рис. 293).

Произведенный анализ выражения э. д. с. индукции приводит к заключению, что для данного процесса индукции можно вычислить наибольшие значения э. д. с. индукции $\mathcal{E}_0$ и тока I_0, т. е. амплитуды этих величин:

$$\mathcal{E}_0 = 10^{-8}\cdot 2\pi\nu\, n\,\mu HS; \quad I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R}.$$

Здесь ν, n, μ, S — характеристики прибора, заранее известные; R — характеристика цепи; напряженность поля соленоида электромагнитов NS вычисляется по формуле:

$$H = 0{,}4\,\pi\frac{n_1 I_1}{l}, \tag{95-7}$$

где n_1 — число витков обмотки электромагнита, I_1 — ток в нем.

Для вычисления мгновенных значений $\mathcal{E}$ и I надо знать для момента t фазу ωt:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin\omega t; \quad I = I_0 \sin\omega t.$$

Все эти обстоятельства возникновения переменного тока при вращении проводников в магнитном поле могут хорошо демонстрироваться при помощи установки, схематически изображенной на рис. 293 и осуществленной в модели, которую видим на рис. 295. Вме-

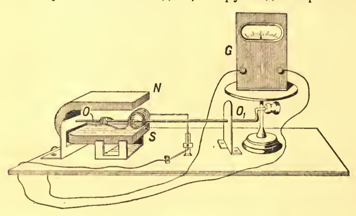


Рис. 295.

сто гальванометра со стрелкой лучше ввести зеркальный; «зайчик» (или тень стрелки) устанавливаем на экран, а под ним проектируем

тень модели. При вращении катушки в поле магнита *NS* зайчик перемещается то в одну, то в другую сторону. Эта демонстрация позволяет изучить все обстоятельства, сопровождающие явления переменного тока: установить, при каких положениях катушки происходят изменения направления тока, как влияет скорость вращения на силу тока, где э. д. с. достигает максимального значения и где обращается в нуль.

Этот прибор представляет собой модель первоначальных *магнитоэлектрических машин*, которые были построены вскоре после открытия Фарадея многими физиками, в том числе русским академиком Якоби. Затем вместо магнитов были введены для образования поля электромагниты, возбуждаемые от постороннего источника тока (например, аккумуляторов). Наконец, в 1867 г. немецкий инженер Сименс * открыл *принцип самовозбуждения*. Как известно, сущность этого принципа состоит в том, что для первоначального возбуждения магнитного поля пользуются остаточным магнетизмом сердечников электромагнитов, а в дальнейшем электромагниты получают питание от самой динамомашины. Это открытие ввело в электротехнику *динамомашину*, которая имела важное значение для всего дальнейшего развития техники как *генератор постоянного и переменного тока*.

При изучении переменного тока играют большую роль особые приборы — *осциллографы*, с помощью которых можно рассматривать и записывать колебания, регистрировать изменения э. д. с. и тока.

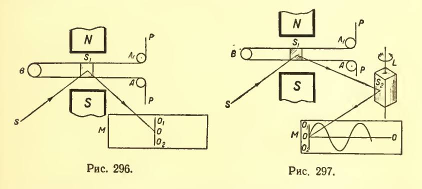


Рис. 296.

Рис. 297.

1. Между полюсами сильного электромагнита *NS* (рис. 296) туго натянута перекинутая через блок *B* очень тонкая металлическая нить AA_1 в виде петли, к которой прочно прикреплено маленькое зеркальце S_1 ($1{,}5 \times 0{,}5$ *мм*²). Если нить AA_1 включить в цепь *постоянного тока*, то проводник AA_1 с током переместится в поле

* Эрнст Вернер Сименс (1816—1892) — немецкий изобретатель и предприниматель в области электротехники, Берлинский академик.

магнита NS по правилу *левой руки*, как перемещается рамка, и зеркальце S_1 отклонится от своего нормального положения на некоторый угол, выйдя из плоскости, в которой была расположена петля, когда в ней нет тока.

2. Если же зажимы PP включены в цепь *переменного тока*, то нить AA_1 при периодическом изменении силы и направления тока будет отклоняться в ту и другую сторону, и зеркальце S_1 придет в колебательное движение с тем периодом T, который имеет переменный ток (в осветительной сети Москвы $T = \frac{1}{50}$ *сек* $= 0{,}02$ *сек*). Для наблюдения колебаний э. д. с. нить AA_1 включается не в цепь, а в ответвление цепи переменного тока, как вольтметр.

3. Сосредоточив на S_1 лучи проекционного фонаря S, получим на экране M зайчик O; при включении петли AA_1 в цепь переменного тока зайчик будет перемещаться и растянется в прямую O_1O_2 вследствие колебательного движения зеркальца.

4. Луч, отраженный от зеркальца S_1, примем (рис. 297) на вращающееся призматическое зеркало L. Если зеркальце S_1 неподвижно, т. е. если *нет тока* в петле AA_1, то при вращении зеркала L зайчик O растянется в прямую OO. Если же нить AA_1 включить в цепь *переменного тока* и привести во вращение зеркало L, то зайчик O растягивается по двум направлениям — по OO_1 и по OO, и мы увидим результаты сложения его отклонений для каждого мгновения; на экране M (или фотопластинке) воспроизводится вся картина изменений силы тока I или э. д. с. в виде синусоиды. Всякие изменения в цепи отражаются на характере и правильности этой синусоиды.

§ 96. Самоиндукция

При описании основных опытов с индукцией в поле переменного тока мы имели дело с двумя катушками: первая включалась в цепь переменного тока, около нее возникало переменное магнитное поле, в котором находилась катушка II; вследствие непрерывного изменения магнитного поля катушки I в катушке II возникали: непрерывно изменяющаяся э. д. с. индукции и непрерывный переменный ток.

Но ведь и сама катушка I, включаемая в цепь переменного тока, находится в собственном переменном поле, и потому в каждом витке ее возникает э. д. с. индукции.

Возникающая в цепи э. д. с. в этом случае называется *электродвижущей силой самоиндукции.*

Причина возникновения электродвижущей силы самоиндукции в катушке заключается в изменении в ней самой тока и связанного с ним магнитного поля.

Рассмотрим ряд явлений, в которых эксперимент обнаруживает возникновение электродвижущей силы самоиндукции.

Фарадей показал, что при всяком замыкании цепи, т. е. когда ток в ней изменяется от нуля в течение времени t_1 до некоторого значения I_0 или обратно, — при размыкании цепи, когда ток в ней падает в течение времени t_2 от I_0 до нуля, в цепи возникает э. д. с. самоиндукции.

1. В цепь батареи $\mathscr{E}$ (рис. 298, *а*) включен электромагнит M, ключ K и реостат R; к клеммам электромагнита A и B параллельно присоединен гальванометр G. Регулируем реостатом ток, чтобы стрелка гальванометра при установившемся режиме цепи отклонялась от нуля на некоторый угол α (рис. 298, *б*), задержим стрелку в этом положении булавкой или кнопкой C. Когда разомкнем цепь, стрелка гальванометра, удерживаемая булавкой, останется отклоненной на угол α; при новом замыкании цепи видим, что стрелка получает кратковременное отклонение от C вправо, а затем устанавливается у C. Этот толчок стрелки вправо и есть результат появления электродвижущей силы самоиндукции в электромагните при замыкании: по правилу Ленца при появлении основного тока, имеющего направление от A к B, индукционный ток в обмотке электромагнита имеет обратное направление от B к A, слагаясь с основным током, идущим от батареи через гальванометр по направлению AGB, он обусловит при замыкании большее отклонение стрелки гальванометра вправо от задержки.

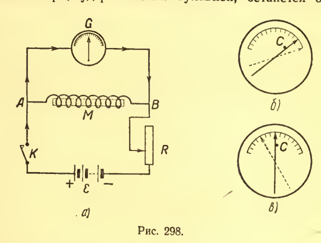


Рис. 298.

2. При размыкании цепи э. д. с. самоиндукции обусловит появление в электромагните тока того же направления, как исчезающий основной ток, т. е. от A к B и в цепи гальванометра по направлению BGA. Появление этого тока в момент размыкания можно заметить, поставив задержку C справа от стрелки, т. е. задержав стрелку в ее положении при нуле (рис. 298, *в*), тогда при замыкании тока она останется неподвижной, а при размыкании отбросит-

ся влево, так как ток самоиндукции в электромагните и гальванометре имеет направление $ABGA$.

Обратим внимание на роль соленоида — обмотки электромагнита: большое число витков обусловливает значительную э. д. с. самоиндукции и делает заметным ее проявление.

3. Цепь постоянного тока I (рис. 299) разветвляется в точках A и B; в ветвь ABC включено несколько ламп: в ветвь ADB включен соленоид M с большим числом витков, так называемая *«катушка самоиндукции»* или просто — «самоиндукция», и такие же лампы; в катушку вложим железный сердечник. При замыкании цепи рубильником K лампы C вспыхивают сразу полным накалом, лампы же D — отстают, лишь постепенно доходя до полного накала.

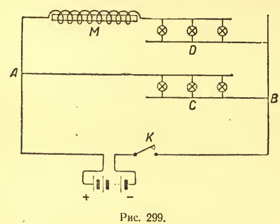


Рис. 299.

Это отставание уменьшается, если вынем сердечник или уменьшим число витков катушки, т. е. изменим магнитное поле.

Если в цепь ADB ввести *апериодический амперметр*, то период нарастания тока можно видеть по медленному движению стрелки амперметра и ее конечному положению.

4. Цепь составим по той же схеме, но введем ее в сеть переменного тока. После замыкания цепи лампы C светят ровно, полным накалом; лампы D загораются медленно и не накаливаются полностью, светят тускло. При большом числе оборотов катушки M и при введенном сердечнике можно совсем погасить лампы D; когда вынимаем сердечник, лампы D начинают накаливаться. Следует особенно отметить, что гашение ламп достигаем без изменения чего-либо в самой проводящей цепи, а лишь введением сердечника, т. е. изменением магнитного поля.

Подобные эксперименты можно весьма разнообразить.

Размышляя об этих явлениях, Ф а р а д е й говорил: «Первое, что приходит в голову, это то, что движущееся по проводнику электричество обладает чем-то вроде количества движения или инерции».

Представим себе течение жидкости по трубе из резервуара A в B (рис. 300); когда мы откроем кран K, течение жидкости устанавливается не сразу, в продолжение некоторого времени скорость течения постепенно нарастает, так как действующая сила (в данном случае тяжесть) должна преодолеть инерцию жидкости, причем скорость постепенно нарастает от 0 до v; точно так же после замыкания цепи постепенно нарастает ток $\left(I = \frac{dq}{dt}\right)$ от 0 до I, который затем остается постоянным (опыт 1 и 2):

$$I = \frac{q}{t}.$$

Наоборот, когда закроем кран K, то при этой внезапной остановке жидкость, обладающая кинетической энергией $W = \frac{mv^2}{2}$, ударяя в стенки трубы, производит их нагревание или деформацию; если же есть хотя бы узкое отверстие в виде трубки C, то часть остановленной воды устремляется в нее и поднимается выше уровня в A; это так называемый *гидравлический таран*. Точно так же при размыкании цепи (рис. 298 и 299) энергия тока не исчезает, а обращается в иные формы: мы наблюдаем при размыкании отброс стрелки гальванометра, вспыхивание ламп, наконец, искру размыкания; если недостаточно быстро развести полюсы рубильника, то между ними появляется искра, которая при мощных установках может перейти в вольтову дугу разрушающего действия; поэтому в цепях большой мощности, например, на электрических станциях, ставят *масляные выключатели*: масло быстро тушит искры размыкания, и дуга не может образоваться.

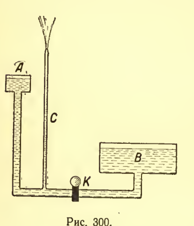


Рис. 300.

Итак, Фарадей выяснил аналогию явлений самоиндукции и инерции. Максвелл, развивая идеи Фарадея, обращает особое внимание на то, что самоиндукция зависит не только от количества электричества и скорости перемещения его, т. е. от силы тока, но и от формы проводника; так, самоиндукция прямого провода и того же провода, спирально свернутого, различны; присутствие мягкого железа (сердечника) радикально изменяет все проявления самоиндукции.

Максвелл ввел новую точку зрения на явление самоиндукции: это есть проявление своеобразной инерции, но не электри-

чества, а того образования, которое связано с током, распределено в окружающем его пространстве, зависит от свойств последнего и которое мы называем *магнитным полем тока.*

С этой точки зрения ток затрачивает энергию генератора на создание неизменно связанного с ним магнитного поля; пока ток постоянен, не изменяется магнитное поле и его энергия; как только наступает какое-либо изменение тока, изменяется поле и его энергия.

Эти колебания энергии магнитного поля влекут за собою явление, которое воспринимается нами как *самоиндукция* и которое представляется нам весьма похожим на проявление инерции.

1. При замыкании цепи ток постепенно от нуля возрастает до некоторого значения I, в это время создается около него магнитное поле; чем сильнее создаваемое током магнитное поле, тем медленнее возрастание тока, так как тем более значительная часть энергии кинетического процесса, называемого током, идет на образование магнитного поля.

2. При разрыве цепи, при исчезновении тока, наоборот, обнаруживается энергия, накопленная в магнитном поле; она дает начало тем явлениям самоиндукции, которые мы наблюдали после того, как стало $\mathscr{E} = 0$. Энергия магнитного поля, переходя в проводник из окружающего пространства, поддерживает в нем ток, пока она не исчерпана.

3. Наконец, в случае переменного тока периодические изменения тока влекут за собой периодические изменения магнитного поля, которые обнаруживаются как возникновение в цепи *электродвижущей силы самоиндукции* периодического характера; сложение ее с основной электродвижущей силой обусловливает те явления, которые мы наблюдали в цепях переменного тока. После этого качественного обзора явлений самоиндукции, перейдем к их количественной характеристике, именно — к выводу выражения *э. д. с. самоиндукции.*

§ 97. Индуктивность

Общее выражение э. д. с. индукции:

$$\mathscr{E} = -10^{-8}\frac{d\Phi}{dt}\,(в); \quad \mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt}\left(\frac{мкс}{сек}\right). \tag{97-1}$$

Если мы говорим об э. д. с. самоиндукции, то надо иметь в виду, что изменение магнитного потока $d\Phi$, образованного около данной цепи (катушки), зависит исключительно от изменения в ней тока dI (мгновенного или периодического); можно считать эти изменения пропорциональными:

$$d\Phi = L\,dI; \tag{97-2}$$

поэтому

$$\mathscr{E}_1 = -L\frac{dI}{dt}. \tag{97-3}$$

Таково выражение э. д. с. самоиндукции. Знак минус указывает, что в каждый момент э. д. с. самоиндукции $\mathscr{E}_1$ направлена против изменения $\mathscr{E}$ — переменной э. д. с. источника (генератора), вызывающего периодический процесс в цепи (рис. 301). Поэтому появление в цепи второй э. д. с. самоиндукции $\mathscr{E}_1$ внешне мы воспринимаем как появление в ней нового сопротивления, уменьшающего силу тока в цепи: лампы горят тускло, амперметр A показывает меньшую силу тока и т. д. Надо хорошо понять, что тут дело не в увеличении сопротивления, а в появлении *э. д. с. самоиндукции* $\mathscr{E}_1$, *во всякий момент направленной против изменения* I.

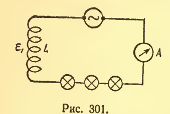


Рис. 301.

Коэффициент пропорциональности L — постоянное число для данной цепи (или ее участка) зависит от формы и размеров данной цепи и называется *коэффициентом самоиндукции, или индуктивностью.*

Физический смысл этого коэффициента найдем, положив (по абсолютной величине):

$$\frac{dI}{dt} = 1\,\frac{a}{сек};$$

тогда

$$\mathscr{E}_1 = L;$$

следовательно, *коэффициент самоиндукции L показывает число вольт электродвижущей силы самоиндукции, которая появляется в данной цепи при изменении силы тока в ней на 1 а в 1 сек.*

Если $\mathscr{E}_1 = 1\ в$, то $L = 1$:

$$L = \frac{\mathscr{E}_1}{\left(\frac{dI}{dt}\right)} = \frac{1\ в}{1\,\frac{a}{сек}} = 1\,\frac{в\cdot сек}{a}. \qquad (97\text{-}4)$$

Эта практическая единица самоиндукции в системе МКСА называется *генри* *: *если изменение силы тока на 1 а в 1 сек вызывает в данной цепи электродвижущую силу самоиндукции в 1 в, то самоиндукция (индуктивность) такой цепи равна 1 генри*:

$$L = \frac{1в\cdot 1сек}{1a} = 1\ ом\cdot 1\ \ сек = 1\ генри = 1\ \ гн.$$

Помня, что $1\,в = 10^8$ единиц э. д. с. по системе СГСМ и $1\ a = 10^{-1}$ СГСМ, находим, что $1\ гн = 10^9$ СГСМ.

Размерность самоиндукции L выясняется по системе СГСМ так:

$$[L] = \left[\mathscr{E}_1 : \frac{dI}{dt}\right] = \left[\frac{L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}}{L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}}\right] = L.$$

* Джозеф Генри (1797 — 1878) — американский физик, работы по электротехнике.

Таким образом, можно сказать, что 1 *гн* = 10^9 *см*; самоиндукция L в системе СГСМ, как и емкость C, по системе СГСЭ измеряется сантиметрами. Отсюда следует и стандартное определение единицы индуктивности в рационализованной системе МКСА:

$$1 \text{ генри} = 1 \text{ гн} = (1 \text{ вб}) : (1 \text{ а}).$$

1 единица индуктивности в системе СГСМ = 10^{-9} *гн*.

Переходим к единице индуктивности в системе СГСЭ. Берем $1 \text{ гн} = \frac{1 \text{ в} \cdot \text{сек}}{1 \text{а}}$; $1 \text{ вольт} = \frac{1}{300}$ единицы потенциала в системе СГСЭ; 1 *ампер* = $3 \cdot 10^9$ единиц силы тока в системе СГСЭ.

Итак,

$1 \text{ гн} = \frac{1}{300 \cdot 3 \cdot 10^9}$ единиц индуктивности в системе СГСЭ.

Следовательно,

1 единица индуктивности в системе СГСЭ = $9 \cdot 10^{11}$ *гн* = $= c^2 \cdot 10^{-9}$ *гн*.

Итак, 1 *гн* = 10^9 единиц СГСМ = $\frac{10^9}{c^2}$ СГСЭ.

1 единица индуктивности СГСЭ = c^2 (*см*).

Индуктивность данной части цепи (например, катушки) может быть определена экспериментально или вычислена.

Так как самоиндукция внешне играет роль сопротивления, то сравнение неизвестной самоиндукции L_1 с заранее известным эталоном L (например, $L = 0{,}1$ *гн*) можно выполнить при помощи моста Кольрауша. В одно плечо включают L_1, в другое L и наблюдают исчезновение звука в телефоне, введенном в мост; конечно, источник тока должен давать переменный ток.

В некоторых случаях L можно найти вычислением. Например, вычислим L для соленоида длиной в l *см* с поперечным сечением S *см*^{2} без сердечника.

а) Если соленоид имеет n витков, то по общей формуле э. д. с. индукции:

$$\mathscr{E}_1 = -n\frac{d\Phi}{dt}; \qquad (97\text{-}5)$$

находим:

$$\Phi = HS = \frac{4\pi nSI}{l}; \quad d\Phi = \frac{4\pi nS}{l}dI;$$

$$\mathscr{E}_1 = -\frac{4\pi n^2 S}{l}\frac{dI}{dt}.$$

б) С другой стороны, для э.д.с. самоиндукции имеем:

$$\mathscr{E}_1 = -L\frac{dI}{dt};$$

поэтому:

$$L = \frac{4\pi n^2 S}{l} = 4\pi \left(\frac{n}{l}\right)^2 lS \ (см). \qquad (97\text{-}6)$$

Самоиндукция соленоида пропорциональна квадрату числа витков на сантиметр $\left(\frac{n}{l}\right)^2$ и объему lS. Если объем lS занят сердечником, например, железом с проницаемостью μ, то L выражается так:

$$L = 4\pi\mu \left(\frac{n^2}{l}\right) lS \ (см),$$

или

$$L = 10^{-9} \cdot 4\pi\mu \left(\frac{n}{l}\right)^2 lS \ (гн). \qquad (97\text{-}7)$$

Таким образом, индуктивность L может быть вычислена в весьма важном случае соленоида, катушки и т. д.; как видно из послед-

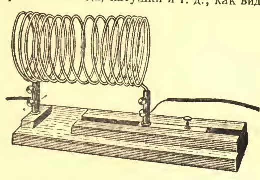


Рис. 302.

них формул, самоиндукция катушки электромагнита зависит от ее формы $\left(\frac{n}{l}\right)$, от объема (lS) и от магнитных свойств среды (μ), где образуется поле. Поскольку всякая электрическая цепь имеет в себе эти элементы, постольку *всякая цепь обладает самоиндукцией*; однако заметное влияние самоиндукция получает тогда, когда эти характеристики цепи μ, $\left(\frac{n}{l}\right)^2$, lS достигают большого значения; например, в электромагните с большим числом витков на сантиметр. Отсюда вытекает, что при изменении хотя бы одного из элементов меняется L, и самоиндукция цепи становится переменной. Чаще всего осуществляют переменную самоиндукцию или при помощи ввода и вывода сердечника (изменяется μ), или изменения числа витков на сантиметр $\left(\frac{n}{l}\right)$; так, сближая или раздвигая обороты спирали при помощи ползуна (рис. 302), изменяем самоиндукцию соленоида.

§ 98. Взаимная индукция

Введем понятие о *взаимной индукции.* Пусть имеются две замкнутые цепи (рис. 303) I и II; они сохраняют взаимное расположение, а силы тока в них I_1 и I_2 переменны. При этом переменный магнитный поток Φ_1, создаваемый током I_1, пронизывает цепь II и обусловливает возникновение в ней э. д. с. $\mathscr{E}_2$:

$$\mathscr{E}_2 = -\frac{d\Phi_1}{dt}.$$

Те же рассуждения по отношению к первому контуру приводят к заключению, что в нем появляется э. д. с. $\mathscr{E}_1$:

$$\mathscr{E}_1 = -\frac{d\Phi_2}{dt}.$$

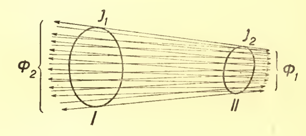


Рис. 303.

Если не меняется взаимное расположение цепей и магнитные свойства среды, то мгновенные значения потоков (первого и второго контуров) Φ_1 и Φ_2 пропорциональны мгновенным значениям сил токов I_1 и I_2:

$$\Phi_1 = L_{1,2} I_1; \quad \Phi_2 = L_{2,1} I_2; \tag{98-1}$$

здесь $L_{1,2}$ и $L_{2,1}$ суть коэффициенты пропорциональности, имеющие постоянные значения, пока остаются неизменными взаимные расположения контуров, их величина и магнитные свойства; $L_{1,2}$ и $L_{2,1}$ называются *коэффициентами взаимной индукции цепей* I и II.

Электродвижущие силы $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$ получают значения:

$$\mathscr{E}_1 = -L_{1,2}\frac{dI_1}{dt}; \quad \mathscr{E}_2 = -L_{2,1}\frac{dI_2}{dt}. \tag{98-2}$$

Мгновенные значения мощностей, индуктируемых в этих контурах, выразим, как и в случае постоянного тока:

$$dN_2 = \mathscr{E}_2 dI_2 = -L_{1,2}\frac{dI_1}{dt}dI_2;$$

$$dN_1 = \mathscr{E}_1 dI_1 = -L_{2,1}\frac{dI_2}{dt}dI_1.$$

По принципу сохранения энергии имеем:

$$dN_2 = dN_1$$

и, следовательно,

$$L_{1,2} = L_{2,1} \tag{98-3}$$

Поэтому коэффициент взаимной индукции будем обозначать $L_{1,2}$. По определению коэффициент взаимной индукции численно равен потоку, пронизывающему один из контуров, когда в другом идет ток в 1 *а*; иначе, *коэффициент взаимной индукции численно равен э. д. с. индукции (в вольтах), которая возникает в одном из контуров, когда в другом контуре сила тока в секунду изменяется на 1 а*. Отсюда вытекает, что за единицу $L_{1,2}$ в системе МКСА принимается *генри*; это есть взаимная индукция при том условии, что при изменении силы тока в секунду на 1 *а* в одном контуре, в другом возникает э. д. с. в 1 *в*.

Как коэффициент самоиндукции, так и коэффициент взаимной индукции остаются постоянными, если не меняются магнитные состояния и геометрические размеры системы, в которой происходит процесс; таково, например, положение в трансформаторе, в частности, в известном индукторе Румкорфа; но в динамомашинах или моторах они должны считаться изменяющимися вследствие постоянного изменения расположения индуктивно связанных контуров. В некоторых измерительных инструментах намеренно изменяют $L_{1,2}$, вращая одну катушку по отношению другой.

§ 99. Энергия магнитного поля

Индуктивность L характеризует цепь или ее участок и определяет затрату в ней энергии на образование магнитного поля тока; можно вычислить энергию, которая сосредоточена в поле в результате процесса изменения тока.

Закон Ома для постоянного тока:

$$\mathscr{E} = IR$$

должен быть написан иначе, если в цепи существует еще э. д. с. самоиндукции, т. е. если в цепи сила тока непостоянна, а I есть лишь ее мгновенное значение. Тогда, кроме э. д. с. источника $\mathscr{E}$, в цепи появляется еще новая э. д. с. самоиндукции $\mathscr{E}_1$:

$$\mathscr{E} + \mathscr{E}_1 = IR; \qquad \mathscr{E}_1 = -L\frac{dI}{dt};$$

$$\mathscr{E} + \left(-L\frac{dI}{dt}\right) = IR.$$

Итак, напишем закон Ома для *мгновенного значения переменного тока:*

$$\mathscr{E} = IR + L\frac{dI}{dt}. \tag{99-1}$$

Умножив обе части уравнения на Idt, находим:

$$\mathscr{E}Idt = I^2Rdt + LI\,dI;$$
$$dW = I^2R\,dt + LI\,dI. \qquad (99\text{-}2)$$

Это уравнение показывает, как распределяется поступающая от генератора в цепь энергия $dW = \mathscr{E}Idt$, если в течение процесса ток не остается постоянным. Энергия эта делится на две части: 1) $dW_1 = I^2Rdt$—эта энергия, затраченная в цепи, пошла на нагревание проводников; 2) $dW_2 = LIdI$ — это энергия, которая пошла на образование магнитного поля тока и сосредоточена в магнитном поле; пока dI не равно нулю и dW_2 не равно нулю, происходит создание и изменение магнитного поля; когда $dI = 0$, т. е. когда ток становится постоянным, то dW_2 также равно нулю; поле уже образовано, энергия в нем накоплена и будет там оставаться, пока не произойдет какого-либо изменения цепи или тока.

Положим, что ток возрастает от нуля до некоторого значения I; можно вычислить, какова будет *затрата энергии на образование магнитного поля тока*:

$$W_2 = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}; \qquad (99\text{-}3)$$

эта энергия остается в магнитном поле, пока сила тока имеет постоянное значение I и пока не меняется L; именно эта энергия $\frac{LI^2}{2}$ является причиной тех явлений самоиндукции, которые установлены опытами. После замыкания цепи в окружающем пространстве появляется магнитное поле тока, и энергия, затраченная на его построение $\frac{LI^2}{2}$, уменьшает энергию I^2Rt, затрачиваемую в цепи; это мы замечаем по уменьшению тока в цепи.

Таков механизм явлений самоиндукции, которые изучены на опытах. *Внешне*, как уже сказано, мы можем их воспринимать как появление добавочного сопротивления в цепи; более глубокое изучение вводит представление о появлении в цепи э. д. с. самоиндукции:

$$\mathscr{E}_1 = -L\frac{dI}{dt},$$

направленной против э. д. с. генератора $\mathscr{E}$. После предыдущего рассуждения можно сказать, что по существу э. д. с. самоиндукции $\mathscr{E}_1$ является лишь количественной оценкой основного процесса — появления магнитного поля тока и затраты энергии на его образование.

Выражение энергии магнитного поля тока W_2 представляет аналогию с выражением кинетической энергии

$$W = \frac{mv^2}{2};$$

ток $I = \frac{dq}{dt}$ здесь аналогичен скорости $v = \frac{ds}{dt}$; аналогом механической массы m, определяющей инерцию перемещающейся системы, является самоиндукция L.

§ 100. Самоиндукция при замыкании и размыкании цепи

Остановимся более подробно на роли самоиндукции при замыкании и размыкании цепей.

1. Пусть имеем цепь постоянного тока с э. д. с. $\mathscr{E}$, сопротивлением R и постоянной индуктивностью L. Опыт показывает, что при достаточно большом L можно заметить, как в течение времени t после *замыкания цепи* ток нарастает от 0 до значения I_1, определяемого законом О м а; режим цепи в течение этого времени характеризуется уравнением:

$$\mathscr{E} = IR + L\frac{dI}{dt}; \tag{100-1}$$

для данной цепи в нем постоянны $\mathscr{E}$, R, L.

Это дифференциальное уравнение связывает две переменные величины I и t; выразив I в функции t, мы найдем закон изменения силы тока в процессе его нарастания после замыкания цепи. Разделим переменные:

$$\frac{dI}{\mathscr{E} - IR} = \frac{dt}{L}.$$

полагая в момент замыкания $t = 0$ и $I = 0$, а через время t_1 ток I_1, находим:

$$\int_0^{I_1} \frac{dI}{\mathscr{E} - IR} = \int_0^{t_1} \frac{dt}{L};$$

$$\int_0^{I_1} \frac{dI}{\mathscr{E} - IR} = -\int_0^{I_1} \frac{1}{R}\,\frac{d(\mathscr{E} - IR)}{\mathscr{E} - IR} = -\frac{1}{R}\Big|_0^{I_1} \ln(\mathscr{E} - IR).$$

Итак,

$$-\frac{1}{R}\ln\frac{\mathscr{E} - I_1R}{\mathscr{E}} = \frac{t_1}{L};$$

так как это соотношение величин имеет место для любых их значений, то:

$$\frac{\mathscr{E} - IR}{\mathscr{E}} = e^{-\frac{R}{L}t};$$

отсюда

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R}\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right]. \qquad (100\text{-}2)$$

Эта формула решает задачу, выражая силу тока I в функции t. Выражение I можно представить в виде суммы: $I = I_1 + I_2$;

$$I_1 = \frac{\mathscr{E}}{R}; \quad I_2 = -\frac{\mathscr{E}}{R}\, e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Здесь I_1 есть ток, определяемый по закону Ома; ток I_2 есть ток самоиндукции, обусловленный появлением э. д. с. самоиндукции, направленной по правилу Ленца против $\mathscr{E}$. Этот ток, значение которого можно представить так:

$$I_2 = -I_1 e^{-\frac{R}{L}t} \qquad (100\text{-}3)$$

более или менее быстро убывает с течением времени и в пределе (при $t \to \infty$) обращается в нуль; следовательно, значение I ассимптотически приближается к I_1 (рис. 304), различие между I и I_1 становится все меньше и меньше и, наконец, оказывается не обнаруживаемым нашими инструментами; тогда мы говорим, что $I = I_1 = \frac{\mathscr{E}}{R}$, ток практически определяется законом Ома. Так, если положим $t = \frac{L}{R}$, то $I = I_1\left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63I$; но уже при $t = 10\frac{L}{R}$ ток $I = 0{,}99995\ I_1$.

Время, в течение которого происходит нарастание тока, зависит от отношения $\frac{L}{R}$, которое весьма различно для разных цепей; так, если $R = 10$ *ом*, $L = 0{,}01$ *гн*, то $\frac{L}{R} = 10^{-3}$; но если самоиндукция электромагнита $L = 40$ *гн*, а сопротивление обмотки $R = 2$ *ом*, то $\frac{L}{R} = 20$; в последнем случае период нарастания тока значителен и явление становится заметным.

В обычных сетях, например, в осветительных сетях, этот период очень мал, и нам кажется, что ток сразу достигает значения I_1. Если нужно этот период уменьшить до возможного минимума, прибегают к *бифилярной намотке катушек* (рис. 305); проволоку складывают вдвое, а затем уже наматывают; ток по рядом лежащим частям обмотки идет в противоположных направлениях, возникающие э. д. с. самоиндукции оказываются противоположными и парализуют друг друга. Такая обмотка катушек употребляется в измерительных инструментах (например, в магазинах сопротивлений).

2. При *размыкании цепи* ток изменяется от значения I до 0; возникающая э. д. с. самоиндукции, направленная так же, как основная э. д. с. $\mathscr{E}$, обусловливает *ток размыкания* одного направления с I; он образует в месте разрыва цепи искру или дугу, т. е. ток через изолятор; сопротивление дуги быстро возрастает, и она исчезает, размыкая цепь.

Теория явления весьма усложняется потому, что сопротивление дуги зависит от силы тока; теоретическое решение может быть лишь приблизительным и довольно грубым.

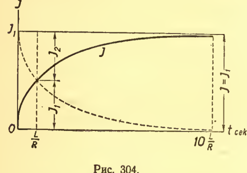


Рис. 304.

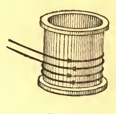


Рис. 305.

Пусть в цепи есть постоянная э. д. с. $\mathscr{E}$, обусловливающая ток $I_1 = \frac{\mathscr{E}}{R}$; не размыкая цепи, выключим э. д. с. источника: $\mathscr{E} = 0$; однако в пространстве около цепи, по которой шел ток, существует еще магнитное поле с энергией:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Эта энергия исчезающего магнитного поля становится источником э. д. с. самоиндукции:

$$\mathscr{E}_1 = -L\frac{dI}{dt},$$

которая обусловит кратковременный ток в цепи; следовательно, энергия магнитного поля преобразуется в энергию тока размыкания.

Поэтому:

$$-L\frac{dI}{dt} = IR; \quad 0 = IR + L\frac{dI}{dt}.$$

Отсюда при помощи ранее указанного метода находим:

$$I = I_1 e^{-\frac{R}{L}t}. \qquad (100\text{-}4)$$

Таким образом, здесь имеется тот же закон убывания тока, которым регулировалось его нарастание; знак, конечно, изменен. Скорость исчезновения тока и период этого процесса тоже зависят от отношения $\frac{R}{L}$.

В течение времени $t = \frac{L}{R}$ ток уменьшается до $\frac{1}{e}$ части первоначального I_1:

$$I = \frac{I_1}{e^{\frac{R}{L}\frac{L}{R}}} = \frac{I_1}{e}, \qquad (100\text{-}5)$$

это время $t = \frac{L}{R}$ называется *временем релаксации**.

§ 101. Трансформаторы

Открытие Фарадеем электромагнитной индукции (1831) в шестидесятых годах XIX в. было технически завершено изобретением динамомашин — *генераторов электрического тока*. Развитие электротехники привело к построению мощных современных *турбогенераторов* на 200 000 *квт* и большей мощности, работающих водой или паром.

Замечательное свойство электрической энергии — ее легкая и разносторонняя превращаемость при высоком к. п. д. — проявляется в явлении *обратимости динамомашин*. Если якорь динамомашины обтекается током, то мы имеем систему проводников с током в магнитном поле; пондеромоторные силы поля приводят их в движение. Динамомашина обращается в электродвигатель или мотор.

Передача огромных мощностей, которые доставляют современные генераторы, на большие расстояния — к моторам электровозов, к моторам фабрик и заводов, на различные предприятия и в жилища для разнообразных целей, была бы невозможна без предварительного преобразования энергии.

Современные мощные генераторы дают токи до 9000 *а* при напряжении 11 000 *в*. При передаче таких сильных токов на большое расстояние в проводах возникают очень значительные потери на нагревание (выделение теплоты пропорционально I^2R).

Для передачи больших мощностей насколько возможно уменьшают силу тока с соответствующим увеличением напряжения (мощность $N = IU$ остается при этом без изменения).

Например, мощность

$$N = IU = 10^3 \textit{вт}$$

можно реализовать или при большей силе тока (пусть $I = 100$ *а*,

* «Релаксаре» (лат.) — ослаблять.

$U = 10$ *в*), или при высоком напряжении ($I = 1$ *а*, $U = 1000$ *в*); во всех отношениях удобнее и экономически выгоднее передавать энергию при высоком напряжении.

Возможность передачи энергии на далекое расстояние открылась, когда был изобретен *трансформатор*.

Принцип устройства трансформаторов был впервые указан в 1876 г. русским изобретателем Яблочковым, когда он ввел питание своих ламп электрического освещения переменным током.

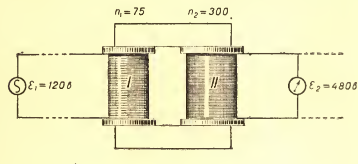


Рис. 306.

Иной тип трансформатора был построен препаратором Московского университета Усагиным. «28-го августа 1882 г. в павильоне «Товарищества Электрического Освещения Яблочкова» на Всемирной промышленной выставке в Москве демонстрировалась установка с новой системой распределения электроэнергии через индукцию по способу Усагина» *.

Принцип устройства трансформатора уже был рассмотрен; это две обмотки с разным числом витков n_1 и n_2, навитые на один сердечник. В трансформаторах типа Румкорфа сердечник прямолинейный, следовательно, линии магнитного поля проходят отчасти по воздуху; в технических трансформаторах, особенно большой мощности, сердечник (магнитопровод) всегда замкнутый (рис. 306); это обусловливает возможно полное сосредоточение магнитного потока, предотвращает так называемую «утечку» силовых линий, т. е. рассеяние линий поля, прохождение их по воздуху, мимо катушек.

При включении одной из катушек в цепь переменного или прерывающегося тока появляется магнитное поле, в котором оказывается вторая катушка: в ней возникает э. д. с. индукции.

Полная теория явлений в трансформаторе весьма сложна; надо принимать во внимание очень сложное переплетение влияний само-

* Иван Филиппович Усагин (1855—1919) — русский физик—самоучка, изобретатель и конструктор, выдающийся экспериментатор и демонстратор Московского университета.

индукции и взаимной индукции в цепях переменного тока; поэтому здесь ограничимся лишь основными соображениями о значении трансформации энергии и роли трансформаторов при передаче энергии. Будем предполагать, что в магнитопроводах нет утечки, т. е. что один и тот же магнитный поток пронизывает обе катушки, сопротивлением которых пока пренебрегаем, выдвигая на первый план их индуктивное взаимодействие.

При таких ограничениях электродвижущие силы, появляющиеся в I и II катушках, выразятся так:

$$\mathscr{E}_1 = -n_1 \frac{d\Phi}{dt}; \quad \mathscr{E}_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt};$$

поэтому

$$\frac{\mathscr{E}_1}{\mathscr{E}_2} = \frac{n_1}{n_2}. \qquad (101\text{-}1)$$

Это соотношение выведено для мгновенных значений электродвижущих сил, но оно же имеет место для их максимальных значений. Итак, электродвижущие силы первичной (I) и вторичной (II) катушек трансформатора относятся между собой, как числа их витков. Отношение $\frac{n_1}{n_2}$ называется *коэффициентом трансформации.*

Это основное заключение определяет двоякую роль трансформаторов: при их помощи можно и повышать и понижать напряжение в цепях. Допустим, что катушка I имеет $n_1 = 75$ витков, а II — $n_2 = 300$ витков (рис. 306); тогда, если катушка I включена в цепь $\mathscr{E}_1 = 120$ *в*, то в катушке II будет индуцироваться $\mathscr{E}_2 = 480$ *в* — это *повышающий трансформатор*. Обратно, включив в цепь катушку II на 120 *в*, получим *понижающий трансформатор*, в цепи катушки I возникает $\mathscr{E}_1 = 30$ *в*.

В технике сильных токов, при передаче больших мощностей на большие расстояния и их расходовании используют трансформирование энергии в том и другом направлениях.

Техника высоких напряжений вызывает особый интерес к изучению изолирующих материалов и электрической прочности веществ; всем известны сети высоковольтных проводов на высоких мачтах с гирляндами изоляторов из особых сортов специально испытанного материала.

Предположим, что мощность II катушки $N_2 = \mathscr{E}_2 I_2$ равна мощности I катушки $N_1 = \mathscr{E}_1 I_1$, тогда получается соотношение:

$$\mathscr{E}_1 I_1 = \mathscr{E}_2 I_2; \quad \frac{\mathscr{E}_2}{\mathscr{E}_1} = \frac{I_1}{I_2}. \qquad (101\text{-}2)$$

Такого полного преобразования энергии, конечно, нельзя ждать, неизбежно будет рассеяние энергии, почему следует написать:

$$k\mathscr{E}_1 I_1 = \mathscr{E}_2 I_2; \quad k < 1; \quad k = \frac{\mathscr{E}_2 I_2}{\mathscr{E}_1 I_1},$$

где k есть коэффициент полезного действия установки. Но тут выступает перед нами неоценимое преимущество электромагнитных преобразований энергии. В то время как при механических и особенно тепловых процессах преобразования энергии коэффициент полезного действия чрезвычайно низок, едва достигает в паровых машинах 25%, в дизелях — 39%, при электромагнитных процессах преобразования энергии в трансформаторах коэффициент полезного действия доходит до 95 — 99%, т. е. энергия преобразовывается почти нацело, почему в первом приближении можно положить $k = 1$; следовательно, можно вводить в приближенные расчеты выведенное соотношение, полагая, что напряжения в индуктивно связанных цепях обратно пропорциональны силам токов в них.

Отметим важные особенности работы трансформатора.

1. Первичная обмотка I включена в цепь переменного тока, а вторичная — разомкнута, в ней нет нагрузки; при таком «*холостом*» ходе трансформатора ток в I обмотке I_1 очень мал, так как при большой индуктивности L обмотки I очень велика возникающая э. д. с. самоиндукции, направленная против изменений внешней э. д. с.

2. Если вторичная обмотка II замкнута на какую-либо нагрузку (например, на лампы), в ней возникает ток I_2 и образуется магнитное поле, по закону Ленца направленное в каждый момент против магнитного поля I обмотки; поэтому уменьшается значение э. д. с. самоиндукции в I обмотке и в ней возрастает ток I_1. Следовательно, мощность, развиваемая в I цепи, зависит от мощности, потребляемой во II цепи.

Трансформатор, или индуктор Румкорфа *, сыграл большую роль в истории физики и до сих пор находит большое применение в лабораторной практике (рис. 307). На сердечнике (пучок железных проволок) намотана первичная катушка из небольшого числа витков хорошо изолированной толстой проволоки (диаметр около 2 *мм*). Вторичная катушка наматывается на первичную в виде отдельных секций из тонкой проволоки (диаметр около 0,1 *мм*) с очень большим числом витков (50 000 и больше). Первичная катушка включается в цепь аккумуляторов через прерыватель MN; параллельно прерывателю включен конденсатор C.

При каждом замыкании и размыкании первичной цепи в N при помощи прерывателя во вторичной цепи появляется э. д. с. индукции:

$$\mathscr{E}_2 = -10^{-8} n \frac{d\Phi}{dt} (\textit{в}), \tag{101-3}$$

---

* Румкорф (1803—1877) — механик и изобретатель, работал в Париже, где в 1840 г. построил первый индуктор.

так как n — число витков вторичной катушки очень велико, то $\mathscr{E}_2$ приобретает огромные значения — десятки и сотни тысяч вольт. Индуктор Р у м к о р ф а применяется как источник больших разностей потенциалов.

Огромное напряжение на полюсах A и K вызывает *пробой* этого промежутка искрой, достигающей в больших индукторах метра и больше.

Конденсатор C включается параллельно прерывателю для поглощения энергии тока размыкания. Этим достигается ослабление искры в месте разрыва цепи N (рис. 307) и сохранение контактов прерывателя, подвергающихся сильному разрушению вследствие явления искры.

При замыканиях и размыканиях первичной цепи индуктора во вторичной обмотке возникают токи разного направления и неоди-

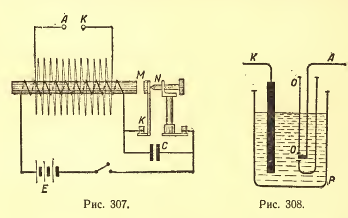


Рис. 307. Рис. 308.

накового напряжения. Оказывается, что размагничивание сердечника происходит значительно быстрее, чем намагничивание, следовательно, при размыкании цепи

$$\mathscr{E}_2 = -n\frac{d\Phi}{dt}$$

больше, чем при замыкании. Это объясняется возможностью пользоваться индуктором Р у м к о р ф а во многих случаях, где нужно иметь импульсы высокого напряжения одного направления, например, для питания рентгеновских трубок. Долгое время рентгенотехника являлась основной областью применения индукторов Р у м к о р ф а.

Для получения возможно больших напряжений во вторичной цепи очень важно быстро производить прерывание в первичной цепи. Для этого служат различного рода устройства прерыватели. Рассмотрим два типа из них.

а) *Молоточный электромагнитный прерыватель* такой же, как у электрического звонка (рис. 307); когда в первичной цепи появляется ток, сердечник намагничивается и притягивает железный молоточек M; в N образуется разрыв цепи; ток прекращается, сердечник размагничивается; пружина MK возвращает молоточек к винту N, ток вновь замыкается и т. д. Число размыканий такого прерывателя доходит до 50 в секунду.

б) *Газовый прерыватель* * имеет следующее устройство. В банку P (рис. 308) с раствором серной кислоты опущена фарфоровая пробирка Q с узким отверстием O. Электроды A и K вводятся в цепь первичной обмотки. Вследствие большой плотности тока в отверстии происходит бурное газообразование. Газы заполняют отверстие O, ток прерывается; затем отверстие вновь заполняется раствором, ток замыкается и т. д. Число прерываний в секунду доходит до 2000.

Совместная работа генератора, трансформатора и мотора привела к осуществлению электрификации промышленности, транспорта и сельского хозяйства. Генераторы в электроцентралях являются источниками тока. Для передачи этого тока на большие расстояния с малыми потерями его превращают при помощи трансформаторов в ток высокого напряжения. Далее ток высокого напряжения передается по проводам к местам потребления. Здесь в понижающих трансформаторах он преобразовывается в сильный ток низкого напряжения, который поступает в осветительную сеть и в электромоторы, превращающие электрическую энергию в механическую работу, приводящие в движение станки, машины, электровозы, комбайны разного рода и т. д.

Один этот перечень ясно показывает, какое громадное значение имеет электрификация для всей народнохозяйственной жизни страны.

Использование природных ресурсов энергии, возможность их распределения и доступность применения в хозяйственной жизни страны, а равно и в частной жизни ставят вопросы электрификации в основу всего народного хозяйства. Вот почему этому вопросу в СССР уделяется такое внимание Коммунистической партией и Советским правительством.

Электрический генератор, трансформатор и электромотор — фундамент всей современной техники; их соединение представляет тот главный аппарат, при помощи которого огромные запасы энергии, существующие в природе, целесообразно направляются и используются для самых разнообразных целей. Широта использования этих ресурсов энергии и доступность их применения в общественной и частной жизни определяет уровень современной материальной культуры.

---

* Предложен Венельтом (1899 г.).

Глава XIV

МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ

§ 102. Намагничивание вещества

До недавнего времени удавалось получать магнитные поля до 40—50 тыс. эрстед (при помощи огромных электромагнитов). Капица * (1925) осуществил магнитные поля до 0,5 млн. эрстед. Важнейшее заключение, к которому приводят эти исследования с сильными магнитными полями, — это то, что тело, помещенное в поле достаточной силы, намагничивается. При этом остается в силе оговорка, что немного таких тел, которые способны намагничи-

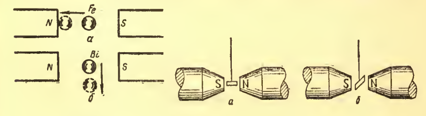


Рис. 309. Рис. 310.

ваться сильно, — это *ферромагнитные* тела, остальные тела слабо магнитны.

Исследования Фарадея (1843—1848) по магнетизму выяснили, что появление тела в магнитном поле вызывает ряд явлений как в самом теле, так и во внешнем для него магнитном поле.

Прежде всего Фарадей установил два основных факта, позволяющие классифицировать тела по их поведению в магнитном поле. *Первый факт* можно установить на ряде опытов. Приведем некоторые из них:

1) Железный шарик, подвешенный в виде маятника между полюсами магнита, притягивается к любому полюсу, какой к нему ближе (рис. 309, *а*); такой же шарик из висмута отталкивается (рис. 309, *б*) от того и другого полюса.

2) Стерженьки из железа, никеля, кобальта, марганца, подвешенные в поле электромагнита, устанавливаются между полюсами своей длинной осью (рис. 310, *а*), по направлению силовых линий поля; такие же стерженьки из висмута, тяжелого стекла, цинка, меди и т. д. становятся перпендикулярно силовым линиям поля, отталкиваясь своими концами от полюсов магнита (рис. 310, *б*).

---

* Петр Леонидович Капица (род. в 1894 г.) — советский физик, академик. Лауреат Государственных премий СССР 1941 и 1943 гг. за работы в области низких температур.

На основании этого Фарадей назвал второй класс тел *диамагнитными*, первый — *парамагнитными* *; к парамагнитным телам относятся все *ферромагнитные* тела, а также марганец, хром, осмий, кислород, воздух, церий, титан, но большинство тел природы — диамагнитны:

Bi, Sb, P, Zn, Sn, Cd, Na, Hg, Pb, Ag, Cu, Au,

а также все органические вещества.

Второй факт — это *сгущение линий индукции поля парамагнитными телами и разрежение их диамагнитными телами.* Если в магнитном поле появляется железо (рис. 311, *а*), то линии индукции,

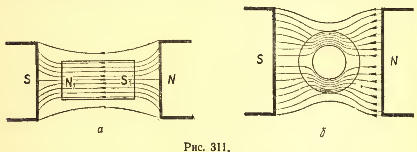


Рис. 311.

обнаруживаемые при помощи железных опилок, явно загибают в железо; а если в поле ввести железное кольцо, то линии индукции проходят по железу, а внутри кольца поля почти нет (рис. 311, *б*), там опилки ложатся в беспорядке. Таким образом, полое тело из материала с большой магнитной проницаемостью (железо, чугун и т. п.) экранирует магнитное поле, образуя внутри область, в которой напряженность близка к нулю, подобно тому, как внутри проводника $E = 0$. Но это лишь аналогия, по существу же явления совершенно различны, так как линии электрического поля заканчиваются или начинаются на поверхности проводника, линии же магнитного потока лишь заворачивают в тела с большим μ, но отнюдь не прерываются; *линии магнитного потока замкнуты.* При постройке измерительных приборов (например, гальванометров), которые надо защитить от действия магнитного поля, их помещают в *панцирь* из железа.

Из этих экспериментально установленных Фарадеем фактов вытекают следствия, которые разъясняют свойства вещества в магнитном поле.

Из расположения железа и других парамагнитных тел в поле магнита *NS* (рис. 310, *а*) можно заключить, что парамагнитные тела в поле *NS* намагничиваются *через влияние* так, что на конце, бли-

* Греч. «пара» — по, «диа» — через, поперек.

жайшем к северному полюсу, появляется полюс противоположного наименования — южный, и на конце, ближайшем к южному, появляется северный полюс; такое расположение парамагнитного тела можно назвать расположением и *намагничиванием по внешнему полю* (рис. 311, *а*); линии внешнего поля и новые линии намагниченного тела идут внутри тела по одному направлению.

Наоборот, наблюдая поперечное расположение диамагнитных тел (рис. 312), можно предположить, что на их концах появляются полюсы одноименные с полюсами магнита *NS*, почему между ними возникает отталкивание (рис. 312), вызывающее поворот диамаг-

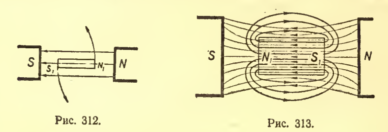


Рис. 312. Рис. 313.

нитного тела поперек линий поля. Можно сказать, что диамагнитные тела *намагничиваются против внешнего поля.*

Такая трактовка наблюдаемых фактов позволяет сделать дальнейшие шаги в понимании процесса намагничивания и роли вещества в поле — будем говорить определенно — железа как наиболее сильно намагничивающегося вещества.

Пусть первоначальный магнитный поток в воздухе (вакууме) был $\Phi_0 = HS$ (рис. 311, *а*) появление в нем железа искажает этот поток, так как железо намагнитилось, появились новые полюсы N_1 и S_1. Образовалось поле самого железа; при намагничивании железа возник новый поток индукции Φ_1, замкнутые линии которого идут во внешнем поле от N_1 к S_1, а внутри железа от S_1 к N_1 (рис. 313).

Из рассмотрения направления линий этого потока видим, что поток внутри железа усиливается по сравнению с первоначальным. Внешнее поле ослабляется — в нем линии потока $\Phi_0 = HS$ и нового потока $\Phi_1 = H_1S$ направлены противоположно.

Результат сложения этих двух потоков Φ_0 и Φ_1 и есть тот поток индукции $\Phi = BS$, который возникает в теле, появляющемся в магнитном поле; $\Phi = BS = \mu HS$; для *парамагнитных тел* $\mu > 1$; линии магнитного потока сгущены в таких телах.

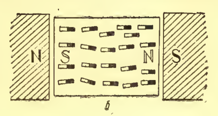
В диамагнитных телах процессы намагничивания идут обратно, поле внутри тела ослаблено; поток индукции $\Phi = BS$; $\Phi = \mu HS$, но в этом случае $\mu < 1$.

Учение о магнетизме в классической физике было основано на идеях Ампера (1823) об эквивалентности магнитов и токов. Эле-

менты молекулярной теории магнетизма, предложенной Вебером (1845) и затем обоснованной Юингом (1898), дают представления о молекулярных процессах в намагниченном теле; эта теория не затрагивает вопроса о самом возникновении магнетизма, который разъясняется в теории Ампера, но выводы ее хорошо соответствуют наблюдаемым явлениям.

По теории Вебера * и Юинга, ферромагнитное магнитное тело есть совокупность молекулярных магнитов. Идея эта возникла под влиянием возможности беспредельного деления магнита, при котором неизменно получаются новые магниты с двумя полюсами — диполи; представляем, что такое деление можно продол-


а



б

Рис. 314.

жать до молекулярных размеров. Пока тело не намагничено, элементарные магнитики хаотически соединяются в группы (*«домены»*), не дающие внешних полей (рис. 314, *а*); эти соединения определяются магнитным взаимодействием полюсов молекулярных магнитиков, и потому имеют довольно устойчивую структуру. При достаточном внешнем воздействии, при появлении внешнего магнитного поля эти замкнутые группировки разрушаются, и магнитики повертываются по направлению поля, образуя правильное расположение, если не всех, то многих магнитиков в виде цепочек (рис. 314, *б*); такое расположение обусловливает намагничивание тела и появление на его концах полюсов N и S.

Если оси всех магнитиков стали по направлению поля, то наступает состояние *насыщения* (максимальная индукция, $B_{\text{макс}}$).

После исчезновения внешнего поля молекулярные магнитики вновь хаотически располагаются под влиянием теплового движения и взаимодействия, опять образуют замкнутые группы; тело размагничено. Впрочем некоторые упорядоченные группировки молекул сохраняются и после удаления внешнего поля — это явление *остаточного магнетизма*, действительно наблюдаемое в некоторых веществах, например, в стали.

Гипотеза Вебера и Юинга о молекулярных магнитиках

* Вильгельм Эдуард Вебер (1804—1891) — немецкий физик; работы по электромагнетизму. Разработал абсолютную систему электрических и магнитных единиц. Построил с Гауссом в 1833 г. телеграф.

до известной степени соответствовала действительному положению вещей в ферромагнитных телах и в первом приближении указывала основные черты молекулярных процессов, сопровождающих магнитные явления.

§ 103. Элементарные магнитные моменты

В 1911 г. Вейсс * впервые высказал предположение, что *магнитные моменты атомов должны быть кратными* некоторой определенной величины. Теория атома Бора ** дала возможность определить магнитные моменты атомов. Вращающийся электрон имеет *магнитный момент*

$$M = \frac{e\omega r^2}{2},$$

где e — заряд, ω — угловая скорость, r — радиус.

В простейшем случае для движения электронов в водородном атоме в основном состоянии

$$\omega r^2 = \frac{h}{2\pi m},$$

где m — масса электрона, h — постоянная Планка. Этому соответствует *магнитный момент Бора*:

$$M_B = \frac{eh}{4\pi m c} = 0{,}928 \cdot 10^{-20} \quad эрг \cdot гс^{-1}.$$

Эту величину называют *магнетон Бора* и ее можно принять за элементарную единицу магнитного момента. В настоящее время на основе квантово-механической теории модель атомной оболочки с вращающимися вокруг ядра электронами является лишь грубым приближением. В действительности рассмотренные магнитомеханические эффекты основываются не на вращательных движениях электронов, а на иных общих свойствах электронов. Как учит *квантовая механика*, каждый электрон обладает всегда *вращательным импульсом* относительно собственной оси, который называется *спином*. К выводу о существовании этого спина впервые пришли Уленбек *** и Гаудсмит **** из спектроскопических наблюдений. Этот спин всегда равен $h/4\pi$.

---

* Пьер Вейсс (1865—1940) — французский магнитолог.

** Нильс Бор (род. в 1885 г.) — датский физик, один из создателей современной квантовой физики. Лауреат Нобелевской премии 1922 г. за заслуги по раскрытию строения атома в связи с излучением.

*** Джордж Юджин Уленбек (род. в 1900 г.) — физик-теоретик в США.

**** Самюэль Гаудсмит (род. в 1902 г.) — физик-теоретик в США.

Если же представить себе магнитный момент электрона как действие вращения равномерно распределенного в нем заряда, то на основе классической электродинамики получается величина, которая вдвое больше Борова магнетона, что противоречит опыту. Однако позже Дирак * показал, что если учесть теорию относительности, то получается равенство с магнетоном Бора. Тем самым оправдывается количественно и результат опытов Барнета и Эйнштейна — де-Гааза. Магнитный момент атома определяется как векторная сумма магнитных моментов его электронной оболочки. Поэтому атом является *парамагнитным*, если эта векторная сумма не равна нулю, в противном случае он *диамагнитен*. Если у атомов имеются *незаполненные места в электронных слоях*, что имеет место у редкоземельных элементов, то проявляется особенно сильно парамагнетизм.

Однако спин величиной $h/4\pi$ имеют не только электроны, но и элементарные частицы, из которых состоят атомные ядра — *протоны* и *нейтроны*. Отсюда следовало бы ожидать, что электроположительные протоны должны были бы обладать магнетоном, который должен быть меньше магнетона Бора во столько раз, во сколько масса электрона меньше массы протона:

$$M_p = \frac{he}{4\pi mc} = 0{,}505 \cdot 10^{-23} \quad эрг \cdot гс^{-1}.$$

Эта величина называется *ядерным магнетоном*. Наоборот, беззарядный нейтрон, казалось бы, не должен иметь никакого магнитного момента. Но в действительности, как показали измерения, *протон обладает магнитным моментом* + 2,78 *ядерных магнетонов, а нейтрон* — 1,94 *ядерных магнетонов*. Знак относится здесь к ориентировке момента с вектором вращательного импульса. Это значит, что протон и нейтрон не являются существенно разными образованиями, и могут превращаться один в другой.

Магнитные моменты атомных ядер представляют собою векторные суммы моментов их составных частиц. Но так как ядерный магнетон почти в 2000 раз меньше магнетона Бора, то магнитные моменты ядра играют, по сравнению с магнитными моментами оболочки, в отношении проявляющихся во вне магнитных свойств атома, второстепенную роль.

Квантовая теория приводит к выводу, что магнитный момент атома может устанавливаться лишь по определенным направлениям к магнитному полю (*пространственное квантование*). В простейшем случае магнитный момент может располагаться только по направлению поля или в обратную сторону. Это было доказано ре-

* Поль Дирак (род. в 1902 г.) — английский физик. Лауреат Нобелевской премии 1933 г. за разработку новой многообещающей формы атомной теории.

шающим опытом Штерна* и Герлаха. Они заставили серебро испаряться в вакууме и, пропуская пары серебра через узкую щель, получали тонкий пучок атомов серебра (атомный луч, рис. 315). Этот пучок проходил сквозь сильное, резко неоднородное магнитное поле. В нем одинаково с ним ориентированные атомы отклоняются в сторону возрастания поля, атомы же обратной ориентации — в сторону убывания напряженности поля. Атомный пучок расщепляется поэтому на два луча, отклоняющиеся в противоположные стороны. Это можно заметить по осаждению серебра на пластинке, поставленной поперек хода лучей. Магнитный момент атомов серебра оказался в этом случае, как и следовало ожидать, равным магнетону Бора. У других металлов оказались иные, не соответствующие теории, магнитные моменты.

Упорядоченная в магнитном отношении область с определенной ориентировкой магнитных моментов, как мы уже видели, называется *доменом*. Удалось подобрать тончайший порошок, при помощи

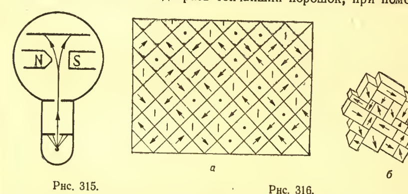


Рис. 315. Рис. 316.

которого можно проследить расположение доменов и их спонтанную (самопроизвольную) магнитную ориентировку. Этот метод впервые применил в СССР Акулов, в США Биттер. На рис. 316, *а* изображена плоская картина расположения магнитного поля в доменах; точки и черточки определяют эти направления к нам и от нас. На рис. 316, *б* изображена пространственная схема расположения доменов в кристалле железа.

В некоторых веществах электрическое взаимодействие магнитных моментов атомов приводит к тому, что магнитные моменты атомов располагаются *антипараллельно*. Такое явление называется *антиферромагнетизмом*. Им обладают некоторые окислы марганца, кобальта, хрома. В зависимости от ориентации спинов и рас-

* Отто Штерн (род. в 1888 г.) — немецкий физик, с 1933 г. в США. Лауреат Нобелевской премии 1944 г. за развитие метода молекулярных лучей и открытие магнитного момента протона.

положения электронных орбит в атоме их магнитные поля могут усиливать или ослаблять друг друга и даже нейтрализоваться. *Если атомы обладают магнитными моментами, вещество парамагнитно.* Вследствие теплового движения магнитные моменты расположены беспорядочно, но во внешнем магнитном поле они устанавливаются параллельно вектору напряженности поля.

Переходим к качественному объяснению диамагнетизма. На электроны, обращающиеся вокруг ядра в атоме, действует *пондеромоторная сила Лоренца*, если внешнее поле имеет индукцию B:

$$f = e[vB]. \qquad (103\text{-}1)$$

Здесь квадратные скобки обозначают векторное произведение скорости v движения электрона на индукцию внешнего поля B, e —

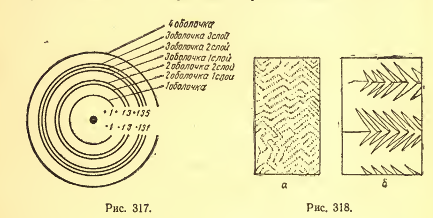


Рис. 317. Рис. 318.

заряд электрона. Если внешнее поле не перпендикулярно к плоскости орбиты электрона, эта орбита будет охвачена *прецессионным движением*. Получится картина, подобная возникновению индукционного тока, причем направление его магнитной напряженности противоположно внешнему полю. Здесь находит своеобразное выражение закон Л е н ц а. Отсюда можем сделать вывод: *у всех атомов, оказавшихся во внешнем магнитном поле, возникают диамагнитные свойства*. Но у некоторых веществ атомы имеют *собственные орбитальные магнитные моменты*; тогда они могут оказаться *парамагнитными*. Но если магнитный момент атомов мал, то будут преобладать диамагнитные свойства. Теорию диа- и парамагнетизма разработал ранее всех Л а н ж е в е н.

Ферромагнитные свойства обусловлены спинами электронов. В электронной оболочке ферромагнетиков имеются незаполненные слои. В атоме железа 26 электронов расположены на 4 оболочках. Внутренняя оболочка у всех атомов содержит 2 электрона, вторая оболочка — 8, третья — 14, четвертая — 2 электрона. Но третья и четвертая оболочка атома железа не достроены; в третьей оболоч-

ке не достает 4 электронов. Спины электронов расположены в противоположных направлениях, обозначим их на рис. 317 знаками плюс и минус. *В 1 оболочке* два электрона: один с положительным, другой с отрицательным спинами. *Во 2 оболочке* два слоя: в одном слое по 1 электрону с положительным и отрицательным, во втором слое 3 электрона с положительным и 3 электрона с отрицательным спинами. Но в *3 оболочке* дело обстоит иначе: в то время как положительный спин имеет в 1 слое этой оболочки 1 электрон, во 2 слое 3, в 3 слое их 5, а отрицательный спин имеет соответственно 1, 3 и 1. Таким образом, 4 электрона с положительными спинами остаются некомпенсированными и создают определенный магнитный момент атома. Наружные 2 «*валентных*» электрона *4 оболочки* существенно не меняют магнитного момента атома. Вследствие плотной упаковки атомов внешнее магнитное поле почти не влияет на орбитальное движение электронов. Следует учитывать, что *ферромагнетизм есть свойство вещества*, а не отдельных изолированных атомов.

Френкель * показал, что между атомами действуют не только магнитные, но и электрические силы, обусловленные взаимодействием электронов незаполненных оболочек между атомами. Такие силы называются *обменными*, так как взаимодействующие электроны перестают быть связанными с определенными атомами, «*коллективизируются*».

Современная техника позволяет наблюдать расположение «доменов» на поверхности ферромагнитного тела и изменения их положения, вносимые при намагничивании:

1) Области группового намагничивания и образования «доменов» становятся видимыми по расположению тончайшего ферромагнитного порошка, насыпанного на поверхность ферромагнетика (рис. 318, *а* и *б*).

2) На рис. 319 даны два снимка при помощи металлографического микроскопа, показывающие изменения в расположении доменов кобальта при изменении внешнего поля (слева — без поля, справа — при наличии поля).

3) При помощи обычного лампового усилителя можно слышать шум—хруст при повороте молекул намагничиваемого образца. Чтобы осуществить этот опыт, железный стержень Fe (рис. 320) вводим в соленоид, концы спирали которого соединены через усилитель с громкоговорителем; этот соленоид и стержень находятся в поле электромагнита *NS*. Всякое изменение поля электромагнита, например, при перемене его полюсов или при его движении, обусловит сдвиг и поворот магнитных моментов доменов в образце Fe, что вызовет кратковременный ток в соленоиде, который регистри-

* Яков Ильич Френкель (1894—1952) — советский физик. Лауреат Государственной премии СССР 1947 г. за разработку кинетической теории жидкостей.

руется усилителем и громкоговорителем как треск (*эффект Баркгаузена*).

4) Форма и объем ферромагнитных тел изменяются при измене-

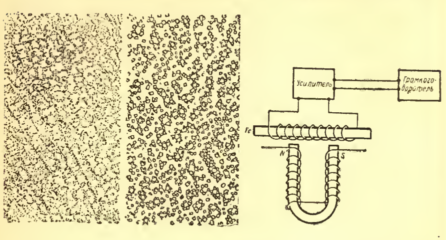


Рис. 319. Рис. 320.

нии магнитного поля, в котором они находятся; это явление называется *магнитострикцией*. Изменения эти очень малы (например, 10^{-5} длины образца), тем не менее они могут быть обнаружены.

§ 104. Характеристики намагничивания

Опираясь на изложенные представления, можно установить величины, характеризующие процесс намагничивания, подобно тем величинам, которые введены для характеристики процесса поляризации диэлектрика.

Сохраняя для каждого элементарного магнитика понятие о магнитном моменте, напишем выражение *магнитного момента*:

$$M = 2m\Delta l,$$

где: $2\Delta l$ — длина магнитика по его оси; m—«количества магнетизма».

Вектором намагничивания $\dot{I}$ будем называть сумму магнитных моментов ΣM_k всех элементарных магнитов, рассчитанную на единицу объема магнита:

$$\dot{I} = \frac{\Sigma M_k}{\Delta V} = \frac{M}{2\Delta l\Delta S}, \qquad (104\text{-}1)$$

где ΔS — поперечное сечение магнитика. Отсюда

$$\dot{I} = \frac{M}{2\Delta l\Delta S} = \frac{2m\Delta l}{2\Delta l\Delta S} = \frac{m}{\Delta S} = \sigma,$$

где σ — *интенсивность намагничивания*.

Это значит, что вектор намагничивания численно равен поверхностной плотности «количества магнетизма» на концах намагниченного тела.

Распространяя это заключение на магнит любой величины, можно говорить о средней величине намагничивания всего тела:

$$\dot{I} = \frac{M}{V} = \sigma. \tag{104-2}$$

Естественно ввести гипотезу, что при прочих равных условиях вектор намагничивания данного тела пропорционален напряженности того поля H, которое вызывает намагничивание:

$$\dot{I} = \chi H. \tag{104-3}$$

Коэффициент χ, связывающий вектор намагничивания в поле с напряженностью последнего, называется *магнитной восприимчивостью*. Фарадей отмечает в пояснение этой терминологии, что способность проводить или пропускать сквозь себя линии индукции весьма различна у разных тел: наибольшая у ферромагнитных, наименьшая у диамагнитных.

Если в магнитном поле в вакууме

$$\Phi_0 = HS$$

появляется тело, которое намагничивается в этом поле, то тело создает поток индукции Φ_1:

$$\Phi_1 = H_1 S.$$

Результатом сложения этих потоков будет поток индукции Φ:

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1 = BS.$$

Отсюда приходим к соотношению:

$$B = H + H_1.$$

Напряженность H_1 нового поля $\Phi_1 = H_1 S$ можно связать с введенными ранее характеристиками:

$$H_1 = 4\pi\sigma, \quad \text{или} \quad H_1 = 4\pi\dot{I}.$$

Индукция B получает такое выражение:

$$B = H + 4\pi\dot{I}, \tag{104-4}$$

из которого особенно ясно видно, как зависит поле внутри данной среды от ее намагничивания.

Имея в виду определения:

$$B = \mu H; \; \dot{I} = \chi H,$$

находим:

$$\mu H = H + 4\pi \chi H; \; \mu = 1 + 4\pi\chi. \tag{104-5}$$

Это важное соотношение между магнитной проницаемостью и магнитной восприимчивостью связывает характеристики магнитно-

го поля H и B с характеристиками магнитных свойств вещества μ, χ, I.

Формула связи μ и χ позволяет отметить основные типы вещества по их магнитным свойствам:

1) Для *вакуума* в системе СГСМ $\mu = 1$, $\chi = 0$.

2) Для *парамагнитных*, в частности, для ферромагнитных веществ $\mu > 1$, следовательно, $\chi > 0$; введение такого вещества в поле приводит к сгущению потока в этом намагниченном веществе с большой восприимчивостью. Как было упомянуто для *ферромагнитных* веществ μ есть функция H.

3) Для *диамагнитных* тел $\mu < 1$, следовательно, $\chi < 0$; такое тело, имея малую проницаемость и отрицательную восприимчивость, ослабляет внутреннее поле, в нем силовые линии идут менее густо, чем в первоначальном поле.

Заметим еще раз, что во всех парамагнитных и диамагнитных телах эти изменения поля очень малы, μ для них близко к единице, а χ близко к нулю; исключение представляют тела ферромагнитные.

Значения μ и χ для некоторых веществ приведены в таблице.

	μ	χ	t°C
Железо	6200	$+101,2$	17
Никель	300	$+44,7$	23,5
Кобальт	175	$+23,5$	25
Воздух	1,0000004 (0°C, 760 *мм рт. ст.*)	$+24\cdot10^{-6}$	20
Вода	0,99999	$-0,721\cdot10^{-6}$	10
Висмут	0,99982	$-1,38\cdot10^{-6}$	18
Пермаллой	90000 (H=0,06)		

Сделаем еще одно замечание о состоянии внутреннего поля в железе. Ослабление с течением времени магнитного поля внутри ферромагнитных тел формально можно объяснить так.

Полюсы N_1 и S_1, как видно на рис. 313, создадут поле H_1 внутри железа от N_1 к S_1 — против основного поля H_0; можно было бы сказать, что это противодействующее поле создано теми «количествами магнетизма» $+m_1$ и $-m_1$, которые появились на концах или на полюсах намагниченного тела. Это поле по его действию надо назвать *размагничивающим* (учет его действия весьма усложняет теорию намагничивания). Это обстоятельство способствует тому, что намагниченное тело постепенно теряет свой магнетизм.

Чтобы предотвратить это явление, следует уничтожить вредное влияние свободных полюсов, т. е. заполнить все пространство между намагничивающими полюсами NS железом. Можно указать на аналогию с поляризацией диэлектрика, который сплошь занимает все пространство между наэлектризованными пластинками. Так

и поступают, если хотят иадолго сохранить иамагиичиваиие; полюсы искусствеиного магиита, например, подковообразного, замыкают якорем (рис. 321); тогда линии осиовного поля проходят по якорю, не образуя свободных полюсов; такая же замкнутая *«магнитная цепь»* образуется в иамагиичениом кольце и в прямоугольнике, сложениом из прямолииейных магнитов.

§ 105. Гистерезис

Профессор Московского уииверситета А. Г. Столетов первый (1872) устаиовил зависимость магнитиой восприимчивости χ и магнитной прооиицаемости железа μ от напряженности виешнего поля. Столетов исследовал намагничивание железного коль-

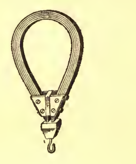


Рис. 321.

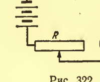


Рис. 322.

ца в поле замкнутого солеиоида. Затем эти исследоваиия, оказавшиеся очень важными для машиностроеиия, были продолжены многими учеными, особенно английским ииженером Юииго м (1885). Были тщательио исследованы процессы намагничиваиия проволок, тороидов, цилиндров из ферромагиитных материалов.

Схема устаиовки Столетова — Юиига для исследоваиия процессов намагиичиваиия ферромагиитных материалов изображена на рис. 322: NS — цилиндр или проволока из исследуемого материала; ои располагается в обмотке соленоида P, который вводится в цепь источника тока, в ией установлеи реостат R, амперметр A и ключ K. Меняя реостатом силу тока I в соленоиде, изменяем иапряжеиность поля соленоида по формуле

$$H = 0{,}4\pi \frac{nI}{l}.$$

Цилиидр NS в солеиоиде иамагиичивается, и возникший поток пронизывает катушку Q, иадетую иа иамагничиваемое тело под соленоидом P и замкнутую иа гальваиометр G. При замыкании цепи соленоида P в катушке Q возиикает индуктивный ток, вызывающий отброс стрелки или зеркальца гальванометра, который про-

порционален возникающему в цилиндре магнитному потоку $\Phi = BS$ (баллистический отброс и отсчет); зная Φ и S, находим для каждого замыкания тока величину B. Таким образом, находим отдельные соответствующие пары значений H и B (или H и I) и наносим последовательные точки кривой OA (рис. 323) на диаграмме (B, H). Зная связь между B и H, можно перейти от кривых (B, H) к кривым (I, H), выражающим зависимость намагничивания данного образца от напряженности поля H.

Рассмотрим последовательно весь процесс намагничивания.

1. Пусть мы намагничиваем некоторое ферромагнитное тело (например, кольцо или цилиндр) током, силу которого I в обмотке

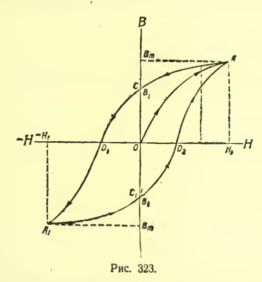


Рис. 323.

электромагнита мы можем изменять, благодаря чему изменяется и H, при этом положим, что мы имеем сначала тело совершенно размагниченное, такое, в котором при $H = O$ и $B = 0$ (рис. 323). По мере увеличения силы тока I увеличивается H и возрастает B, процесс этого первичного намагничивания изобразится кривой OA.

Когда напряженность H достигает некоторого значения H_1, прекратим дальнейшее увеличение I и H, пусть при этом значении H_1 индукция получила значение B_m.

2. Дойдя до некоторого значения напряженности H, станем уменьшать I и H; сейчас обнаружится (рис. 323), что уменьшение B идет не по AO, а по некоторой кривой AC, лежащей выше AO, т. е. уменьшение B отстает от уменьшения H; это явление называется *гистерезисом* *. При $H = O$ имеем ординату кривой OC; это зна-

* Греч. слово — отставание («гюстерео» — отстаю).

чит, что когда уже исчезло намагничивающее поле, в теле остается индукция B_1, определяющая интенсивность намагничивания $\dot{I}$:

$$\dot{I} = \frac{1}{4\pi}(B_1 - H); \quad H = 0; \quad \dot{I} = \frac{1}{4\pi}B_1. \qquad (105\text{-}1)$$

Это намагничивание называется *остаточным*.

3. Для полного размагничивания тела образуем противоположное поле H, изменив направление тока I (рис. 323); постепенно усиливая его, записываем ход процесса в виде кривой CD_1A_1. Значение напряженности $OD_1 = H_2$ характеризует способность данного вещества сохранять остаточное намагничивание; меру этой способности H_2 один из первых исследователей магнитных свойств железа Гопкинсон (1885) назвал *задерживающей, или коэрцитивной силой*.

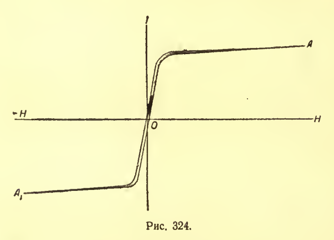


Рис. 324.

4. Увеличивая значение H в отрицательной области, доходим до значения его $-H_1$, при котором имеем индукцию $-B_m$. Затем, уменьшая абсолютные значения H в отрицательной области, найдем вторую ветвь кривой гистерезиса $A_1C_1D_2A$. Заметим, что при первых циклах перемагничивания данного тела мы не придем точно в начальную точку A, а лишь к ней приблизимся; в предельном случае, после 5—10 перемагничиваний достигаем того, что весь процесс становится устойчивым и изображается замкнутой *петлей гистерезиса* (рис. 324, 325, 326), на этих рисунках видно, что разные сорта железа (рис. 324 — отожженное железо, 325 — мягкое железо) имеют ничтожную задерживающую силу, сталь (рис. 326) — значительную задерживающую силу и большое остаточное намагничивание.

На диаграмме рис. 324 (отожженное железо) на оси ординат отложены не B, а $\dot{I}$ — интенсивности намагничивания как функ-

ции H. При некотором значении H намагничивание достигает максимального значения для данного образца, которое остается постоянным при дальнейшем увеличении H. Такое состояние ферромагнитного тела называется *состоянием насыщения*.

Метод Юинга и Столетова был усовершенствован Гопкинсонами * (1888), которые разработали технические приемы исследования ферромагнитных веществ; способы эти дают возможность найти полную характеристику исследуемого материала, определив для данного H значения μ, B, χ, $\dot{I}$.

Надо усвоить себе представление, что описанный процесс перемагничивания ферромагнитных материалов в современных аппа-

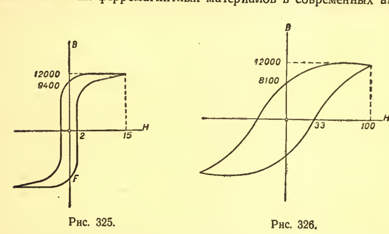


Рис. 325. Рис. 326.

ратах электротехники и радиотехники происходит с большой частотой, тысячи раз в секунду.

А. Г. Столетов в конце своей диссертации говорит, что для построения и употребления электродвигателей и электромашин значение свойств железа относительно временного намагничивания так же необходимо, как необходимо знакомство со свойствами пара для теории паровых машин.

Определим значение энергии W, затрачиваемой на процесс намагничивания. Допустим, что μ — магнитная проницаемость в течение процесса остается постоянной.

Энергия в 1 $см^3$ намагниченного вещества равна, как мы видели,

$$W = \frac{\mu H^2}{8\pi}. \qquad (105\text{-}2)$$

Если мы увеличим поле на величину dH, то энергия изменится

$$dW = \frac{\mu H}{4\pi} dH = \frac{H}{4\pi} d(\mu H) = \frac{1}{4\pi} H dB.$$

* Джон Гопкинсон (1849—1898) — английский физик.

При изменении индукции от B_1 до B_2 придется сообщить 1 $см^3$ намагничиваемого тела энергию:

$$W = \frac{1}{4\pi}\int_{B_1}^{B_2} HdB. \qquad (105\text{-}3)$$

Можно доказать, что и при $\mu = f(H)$ эта формула остается верной.

Вычислим работу, затрачиваемую в течение всего цикла гистерезиса; рассмотрим его диаграмму (рис. 323), разбив ее на ряд отдельных процессов:

1) Первый (не первичный) процесс C_1D_2A; индукция изменяется от 0 до B_m:

$$W_1 = \frac{1}{4\pi}\int_{-B_1}^{B_m} HdB = \frac{1}{4\pi} \text{ площ. } C_1D_2AB_m.$$

2) Второй процесс AC:

$$W_2 = \frac{1}{4\pi}\int_{-B_m}^{B_1} HdB = -\frac{1}{4\pi}\int_{B_1}^{B_m} HdB = -\frac{1}{4\pi} \text{ площ. } CAB_m.$$

3) Третий процесс CD_1A_1:

$$W_3 = \frac{1}{4\pi}\int_{B_1}^{B_m} HdB = \frac{1}{4\pi} \text{ площ. } CD_1A_1B_m.$$

4) Четвертый процесс A_1C_1:

$$W_4 = \frac{1}{4\pi}\int_{-B_m}^{-B_1} HdB = -\frac{1}{4\pi}\int_{-B_1}^{-B_m} HdB = -\frac{1}{4\pi} \text{ площ. } C_1A_1B_m.$$

Сложив все работы на отдельных частях цикла, найдем работу, затрачиваемую в 1 $см^3$ вещества на его перемагничивание, или работу гистерезиса W:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = \frac{1}{4\pi} \text{ площ. } AD_1A_1D_2A.$$

Работа численно равна площади петли гистерезиса, деленной на 4π.

§ 106. Зависимость намагничивания магнетиков от температуры. Точка Кюри

Процессы намагничивания постоянно имеют место в основных электротехнических установках (генераторы, электромоторы, трансформаторы); все они сопровождаются процессами гистерезиса, на который приходится затрачивать работу. Эта работа с технической

точки зрения представляет собой потерю энергии и подлежит учету как важная характеристика вещества, участвующего в данном процессе. Для ферромагнитных веществ при вычислении работы на гистерезис существует эмпирическая формула Штейнмеца *:

$$W = \eta B^{n}_{\text{макс}} \left(\frac{эрг}{см^3}\right); \qquad (106\text{-}1)$$

здесь $B_{\text{макс}}$ есть наибольшая индукция при данном процессе; показатель n при сравнительно небольших значениях $B_{\text{макс}}$ полагают равным 1,6; для значений $B_{\text{макс}}$ выше 16 000 *гс* следует считать около 2. Коэффициент η характеризует вещество; так, для динамного железа $\eta = 0{,}0016$, для трансформаторного железа η от 0,0007 до 0,001; для закаленной стали $\eta = 0{,}0337$. Для целей электротехники вычисления по этой формуле дают достаточно точные результаты; однако предложены и другие эмпирические формулы, определяющие W.

Еще Гильберт (1600) заметил, что железо и сталь, будучи накалены до красного каления, теряют многие магнитные свойства. Позднейшие исследования Гопкинсона и П. Кюри (1894) привели к выводу, что можно полагать для парамагнитных тел магнитную восприимчивость χ обратно пропорциональной абсолютной температуре:

$$\chi = \frac{C}{T}. \qquad (106\text{-}2)$$

Для ферромагнитных тел *закон Кюри* имеет более сложный вид, но можно указать температуру, при которой ферромагнитное тело обращается в парамагнитное.

На рис. 327 изображен результат опытного исследования куска коваиого железа: при небольшом поле ($H = 0{,}3$ *э*) изменяют температуру тела; как видно, сперва проницаемость μ растет примерно до $t = 785°$C; при этой температуре происходит полное размагничивание железа и оно теряет способность намагничиваться. Это *точка Кюри* для данного вещества. Вот ее значение для некоторых ферромагнитных тел: железо 775°C; никель 360°C; кобальт 1110°C; магнетит 580°C и т. д.

Повышение температуры и сотрясения намагничиваемого тела способствуют новой ориентировке молекул под действием внешнего поля, особенно если поле невелико. Обратно, если мы имеем постоянный магнит, то нагревание и сотрясение способствуют разрушению установившегося расположения молекул, т. е. размагничиванию. Наконец, температуры выше *точки Кюри* обусловливают столь высокие уровни кинетической энергии молекул, при которых

* Чарльз Протеус Штейнмец (1865—1923) — американский электротехник, родом из Германии. Изобретатель и конструктор.

вообще невозможны никакие длительные их ориентировки, а значит, и намагничивание становится невозможным.

Сильнейшие магнитные поля до последнего времени осуществлялись при помощи огромных электромагнитов; при надлежащем выборе вещества сердечников (обычно — железо) и при большом числе *ампер-витков* (до 40—50 тыс.) между полюсами таких электромагнитов, в очень небольшом объеме (порядка нескольких кубических миллиметров, образуются наиболее сильные поля порядка 50—70

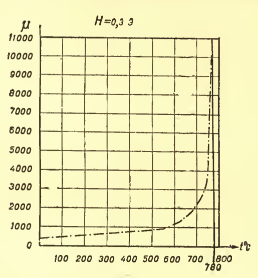


Рис. 327.

тыс. *э*; предел дальнейшему увеличению полей полагает насыщение сердечника.

При усовершенствованиях техники строительства электромагнитов, при замене железного сердечника феррокобальтовым, можно ожидать достижения полей в 100—200 тыс. *э*.

Для образования более сильных магнитных полей стали употреблять соленоиды без сердечника, пропуская через них очень сильный ток. Но при этом возникла опасность разрушения соленоида вследствие теплового эффекта или электродинамического взаимодействия витков. К а п и ц а осуществил огромные магнитные поля в соленоидах при мгновенных замыканиях токов большой мощности; правда, эти поля существуют лишь 10^{-3} *сек*, но для исследования молекулярно-атомных процессов такая длительность вполне приемлема, так как многие из этих процессов протекают во время 10^{-10}—10^{-15} *сек*. К а п и ц а установил два метода получения таких кратковременных разрядов (1925).

1. Разряжалась через соленоид аккумуляторная батарея специальиого устройства; разрядиый ток при мощиости около 1000 *квт* достигал 10 000 *а*. При этом в солеиоиде возникало поле с индукцией 500 000 *гс* в 1 *мм*³ и 80 000 *гс* в 2 *мм*³.

2. Мгновеииое замыкаиие иа соленоид дииамо мощностью до 220 000 *квт*; в солеиоиде возникает ток около 70 000 *а*; в течение нескольких тысячиых долей секунды появляется поле с индукцией до миллиоиа *гауссов*.

Методами кратковременного разряда через соленоид получен верхний предел ные осуществленных магнитный полей.

Устаиовка для этих опытов потребовала иовых остроумных аппаратов и сооружеиий; для лаборатории необходимо специальиое здаиие. Сам соленоид состоит из хорошо изолироваииой леиты (5 *мм* толщииы) из сплава меди и кадмия (2%), навитой иа цилиидр из этого сплава; витки солеиоида могут двигаться по цилиндру, этим ослабляется разрушающее действие электродииамических сил; солеиоид помещен в стальную оболочку.

§ 107. Магнитиые цепи

Простейшую магнитную цепь можио представить себе в виде замкиутого соленоида из n витков проволоки, намотанной иа железиый сердечиик длииой l с площадью поперечиого сечеиия S (рис. 328). Стрелки обозиачают иаправление магнитного поля напряжеииостью H *э*; знаки « + » ток, идущий к нам, «·» — ток, идущий от иас. Пусть магнитиый полюс с «количеством магнетизма» m обходит виутри солеиоида по замкнутому коитуру. Тогда работа обхода равиа mHl. Если $m = 1$, то при обходе тока I совершеииая работа равна $4\pi I$, а при n витках $4\pi nI$.

Итак, магнитодвижущая сила

$$Hl = 4\pi nI.$$

Магиитиая напряжениость поля виутри замкиутого тонкого и длинного солеиоида

$$H = \frac{4\pi nI}{l}. \qquad (107\text{-}1)$$

Поток магиитной индукции

$$\Phi = BS = \mu HS.$$

Следовательно,

$$\Phi = \frac{4\pi nI}{l}\mu S. \qquad (107\text{-}2)$$

Отсюда можио записать *формулу Гопкинсона*, подобную закону Ома для замкиутой цепи:

$$\Phi = \frac{4\pi nI}{\frac{l}{\mu S}} = \frac{\mathcal{E}_m}{R_m}, \qquad (107\text{-}3)$$

где магнитное сопротивление

$$R_m = \frac{l}{\mu S}. \qquad (107\text{-}4)$$

Единица магнитодвижущей силы — *ампер-виток*, единицу магнитного сопротивления называют *магнитный ом*.

Мы видим, что магнитная проницаемость в этом случае занимает место удельной электропроводности.

При электротехнических расчетах часто прибегают к этой формальной аналогии с законом Ома.

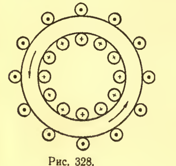


Рис. 328.

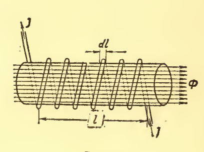


Рис. 329.

Представим себе соленоид длиной l с железным сердечником (рис. 329), сечение его S. Когда обмотка этого соленоида включена в цепь и в ней идет ток, то сердечник намагничивается, возникает магнитный поток Φ и напряженность поля выразится так:

$$H = \frac{\Phi}{\mu S}.$$

Для вычисления магнитодвижущей силы $\mathscr{E}_m$ имеем соотношение

$$d\mathscr{E}_m = Hdl;$$

$$\int_0^l Hdl = \int_0^l \frac{\Phi dl}{\mu S} = \mathscr{E}_m;$$

это есть магнитодвижущая сила $\mathscr{E}_m$, если соленоид замкнутый или почти замкнутый; поток Φ можно считать постоянным; поэтому:

$$\Phi = \frac{\mathscr{E}_m}{\int \frac{dl}{\mu S}}. \qquad (107\text{-}5)$$

Эта формула внешне аналогична закону Ома: магнитодвижущая сила $\mathscr{E}_m$ определяет поток Φ при данном значении величины,

$$R_m = \int_0^l \frac{dl}{\mu S} = \frac{1}{\mu} \int_0^l \frac{dl}{S},$$

которая аналогична сопротивлению, почему и называется *магнитным сопротивлением*. При постоянном сечении S имеем:

$$R_m = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}; \tag{107-6}$$

откуда заключаем, что магнитная проницаемость μ аналогична удельной проводимости.

Хотя эта аналогия с законом Ом а совершенно формальна, однако в электротехнике постоянно пользуются формулой *Гопкинсона* для расчетов так называемых *«магнитных цепей»* или *«магнитопроводов»* по аналогии с электрическими цепями.

§ 108. Магнитные цепи в технике. Ферриты

На рис. 330 изображено схематически устройство динамомашины. В ней магнитную цепь составляют железные сердечники электромагнита, якорь и воздушные промежутки.

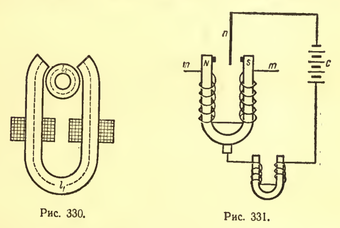


Рис. 330. Рис. 331.

Пусть поток $\Phi = 3{,}6 \cdot 10^6$ *мкс*, $l_1 = 100$ *см*, $S = 400$ *см*^{2}, зазоры по $l_0 = 1$ *см*. Расчет приводит к следующему результату:

Части цепи	$B_{(мкс)}$	$nI/l \left(\frac{ав}{см}\right)$	l (*см*)	nI (*ав*)
Якорь	10 000	3	20	60
Воздушный зазор	6 000	4 800	1	4 800
Электромагнит	9 000	2,4	100	240

Мы видим, какое громадное значение имеет воздушный промежуток. Поэтому стараются сделать его как можно меньше.

В качестве другого примера познакомимся с устройством *электромагнитного реле*. На рис. 331 приведена схема поляризованного реле. В нем сердечник сделан из постоянного магнита NS, а обмотка намотана так, что образует у N и S одинаковые полюсы. Железная пластинка n подвешена легко и находится в равновесии, пока нет тока в обмотке mm. Очень слабый ток приходящий, например, по телеграфному проводу в обмотку mm усиливает действие одного полюса и ослабляет действие другого. Пластинка n притягивается к одному из штифтиков и замыкает сильный ток местной батареи. Но как только слабый внешний ток исчезнет, восстановится начальное положение, т. е. пластинка n, оторвавшись от штифта, разомкнет ток. Таким образом, при помощи реле можно во много раз усиливать токи. В технике используются магнитные материалы различных свойств; для трансформаторов требуются высокая магнитная проницаемость μ и слабый гистерезис, для постоянных магнитов — остаточное намагничивание и большая коэрцитивная сила.

Приведем два примера магнитомягких сплавов:

Вещество	Состав	Проницаемость		Индукция B, в *гс*	Коэрцитивная сила, в *э*
		начальная	максимальная		
Пермаллой . .	78% Ni + 22% Fe	8000	100 000	10 000	0,05
Супермаллой .	79% Ni + 5% Mo + 16% Fe	100 000	800 000	8000	0,004

Теперь приведем примеры высококоэрцитивных сплавов:

Вещество	Состав	Коэрцитивная сила, в *э*	Остаточная индуктивность, в *гс*
Алнико 5	8% Al + 14% Ni + + 24% Co + 3% Cu + + 51% Fe	550	12 500
Магнико	13,5% Ni + 9% Al + + 24% Co + 3% Cu + + 50% Fe	700	13 000
Вольфрамовая сталь	6% W + 0,7% C + + 0,3 Mn + 93% Fe	65	10 500

Некоторые сплавы из неферромагнитных элементов при определяемом соотношении между компонентами обладают сильным ферромагнетизмом. Таковы сплавы: Mn + Bi; Mn + Sb; Cr + + Tl и др.

Особое значение получили *ферриты* — соединения типа $MeO \cdot Fe_2O_3$, где Me — один или смесь двухвалентных катионов Mn, Co, Ni, Cu, Mg, Zn, Cd, Fe.

Они имеют большое удельное электрическое сопротивление порядка 10^2—10^6 *ом · см* и являются магнитными полупроводниками. Ферриты используются в радиотехнике высоких частот без потерь на вихревые токи. Из ферритов с большой коэрцитивной силой можно получить постоянные магниты короткой приплюснутой формы. В качестве примера приведем стрелку компаса, продольное направление которой указывает на восток и на запад, в то время как ее полюсы N и S расположены на длинных стрелках. Ферритные постоянные магниты со многими полюсами применяются у лент магнитофона.

Нетрудно видеть, что к магнитным цепям приложимы и законы Кирхгофа:

	Электрический ток	Магнитный поток
I закон:	$\Sigma I = 0$;	$\Sigma\Phi = 0$;
II закон:	$\Sigma IR = \Sigma\mathcal{E}$.	$\Sigma\Phi \dfrac{l}{\mu S} = 4\pi nI$.

Здесь $\dfrac{l}{\mu S} = R_m$ — магнитное сопротивление, а $4\pi nI$ — магнитодвижущая сила. Применим законы Кирхгофа к последовательному и параллельному соединению в магнитной цепи.

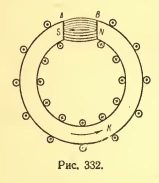


Рис. 332.

На рис. 332 изображен электромагнит с воздушным зазором AB, представляющий пример последовательного соединения магнитной цепи. Внутри железного сердечника

$$H_1 = \frac{\Phi}{\mu_1 S};$$

в воздушном зазоре;

$$H_0 = \frac{\Phi}{\mu_0 S};$$

$$H_1 l_1 + H_0 l_0 = 4\pi nI. \qquad (108\text{-}1)$$

Формула Гопкинсона дает:

$$\Phi = \frac{4\pi nI}{\dfrac{l_1}{\mu_1 S} + \dfrac{l_0}{\mu_0 S}}. \qquad (108\text{-}2)$$

Так как μ_1 примерно в 2000 раз больше, чем μ_0, то очевидно, что магнитное сопротивление воздушного зазора играет важнейшую роль.

На рис. 333, *а*, изображено разветвление магнитной цепи. В случае параллельного соединения, по I закону Кирхгофа:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2; \quad \mathscr{E}_m = \Phi_1 R_1 = \Phi_2 R_2;$$
$$\Phi = \mathscr{E}_m \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\mathscr{E}_m}{R_m}, \qquad (108\text{-}3)$$

где R_m— общее магнитное сопротивление соединенных параллельно ветвей.

Физически важно, что *ферриты не ферромагнитны, но антиферромагнитны с неравными антипараллельными магнитными моментами спинов*. Это обозначают коротко: ферриты ферримагнитны.

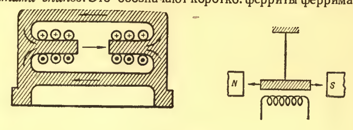


Рис. 333.

Приведем любопытный опыт с ферритовой пластинкой, подвешенной на закручивающейся нити (рис. 333, *б*). В покое она направлена перпендикулярно к плоскости чертежа. Но будучи помещена между двумя магнитными полюсами N и S, она поворачивается в плоскости чертежа, закручивая нить. Затем эту пластинку подогревают снизу при помощи спирали, по которой проходит ток. Когда температура пластинки достигнет 36°С; она становится немагнитной и возвращается в положение покоя, т. е. перпендикулярно плоскости чертежа.

Компактные изделия из ферритов приготовляются методами порошковой металлургии — прессованием из порошков и спеканием при 1000—1300°С.

Применяются ферриты в технике связи, автоматике и телемеханике для изготовления сердечников трансформаторов, катушек индуктивности, магнитных усилителей радиоволноводных элементов, экранов, деталей электроизмерительных приборов.

ЧАСТЬ IV

Колебания и волны

А. МЕХАНИКА КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Глава XV

КОЛЕБАНИЯ

§ 109. О колебательном движении

На рис. 334, *а* шарик *m* находится в равновесии под действием двух растянутых пружин. Равновесие это устойчивое, так как пружины тянут шарик, каждая в свою сторону, с равными силами, а весом шарика мы пренебрегаем. Если поднять шарик немного вверх, то силы пружин уже не уравновешиваются, а складываются по правилу параллелограмма сил (рис. 334, *б*) и получается равнодействующая сила, возвращающая шарик в прежнее положение. Но если подобрать подходящие пружинки, то можно легко добиться того, что станет заметно, как шарик, возвращаясь в прежнее положение, пройдет через точку равновесия и пойдет дальше вниз замедленно, остановится, затем пойдет вверх и т. д. Мы наблюдаем колебания, направленные поперек действия сил; это —*поперечные колебания*. Но можно поступить иначе. Шарик можно сместить вправо (рис. 334, *в*). Тогда силы, действующие на шарик со стороны пружин, станут уже неравны: влево — больше, вправо — меньше. Если выпустить шарик из рук, то под действием *возвращающей силы*, равной разности двух приложенных сил, шарик будет двигаться к положению равновесия, наращивая свою скорость. В положение равновесия он придет с запасом кинетической энергии, за счет которой пойдет дальше. Но тут на него станет действовать вправо

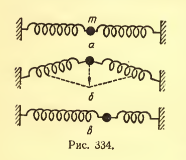


Рис. 334.

возвращающая сила. Скоро шарик остановится и начнет возвращаться к положению равновесия. Подбором пружинок можно добиться заметных колебаний шарика вдоль направления сил — *продольных колебаний*.

Характерным признаком таких колебаний является то, что шарик через некоторое время возвращается в положение равновесия. Расстояние, пройденное при этом колеблющейся материальной точкой, изменяется таким образом, что каждое значение s повторяется через одинаковые промежутки времени T:

$$s(t+T) = s(t). \qquad (109\text{-}1)$$

Промежуток времени, в течение которого материальная точка возвращается в прежнее положение, проходя в ту же сторону, называется *периодом*. Если колебания тела совершаются после того, как на него перестали действовать внешние силы, выведшие его из положения равновесия, то такие колебания называются *свободными*. Если же тело совершает колебания под действием внешних сил, то колебания называются *вынужденными*.

Периодичность изменений представляет собою чрезвычайно часто встречающееся явление природы и широко распространено в технике. Не только в механике встречаются колебания; периодичность характерна и для звуковых явлений и для оптики и для всей радиотехники. Поэтому *учение о колебаниях и волнах* представляет собою обширный и очень важный раздел физики, состоящий в основном из трех подразделений: а) механические колебания и волны, б) акустика и в) электромагнитные колебания и волны. Все эти столь разнообразные явления имеют один общий признак — *периодичность*. Периодический характер процессов механических, акустических и электромагнитных колебаний и распространение их в форме волн позволяет объединить все эти различные колебания и волны в один раздел физики — *учение о колебаниях и волнах*.

§ 110. Гармонические колебания

Простейший вид колебательного движения осуществляет точка, совершающая колебания по прямой; моделью такого движения является колебание груза P (рис. 335) на пружине; выйдя из своего начального положения M_0, груз при колебаниях смещается в M_1 и M_2, описывая при колебательном движении прямую $M_1 M_0 M_2$.

Чтобы подойти к определению кинематических элементов этого движения, рассмотрим такое геометрическое построение. Пусть точка N равномерно движется по окружности с радиусом A, занимая положения $N_0, N_1, N_2, N_3, N_4, N_0$ (рис. 336); время полного оборота, или период обращения, обозначим через T, пусть число оборотов в секунду, или частота, будет ν. Тогда

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad \text{или} \quad T\nu = 1; \quad \nu = \frac{1}{T}. \qquad (110\text{-}1)$$

Будем проектировать последовательные положения точки N на горизонтальную ось Y; в то время, как точка N в течение времени T совершит полный оборот по окружности, проекция ее пройдет по прямой YY путь $M_0M_1M_2M_3M_4M_5M_0$ и завершит одно *полное колебание*, возвратившись в исходную точку M_0. Такое движение проекции точки, равномерно движущейся по окружности, называется *простым гармоническим колебанием*.

Время T одного полного колебания называем *периодом колебания*; число колебаний в секунду ν — *частотой*, наибольшее отклонение колеблющейся точки от положения равновесия M_0 — *амплитудой* * колебания A:

$$M_0M_2 = M_0M_4 = A.$$

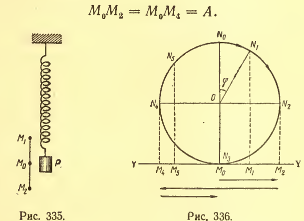


Рис. 335. Рис. 336.

Положим, что через время t после начала движения точка в круговом движении занимает положение N_1, а проекция ее в колебательном движении M_1. Дуга N_0N_1, или угол N_0ON_1, определяющий положение точки N или колеблющейся точки M через время t после выхода их из начального положения, называется *фазой* ** колебания. Так как в течение периода T точка N описывает полную окружность, т. е. угол 2π, то для определения фазы φ по элементам движения имеем пропорцию:

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{t}{T}, \text{ откуда } \varphi = \frac{2\pi}{T}t = 2\pi\nu t. \qquad (110\text{-}2)$$

Введем угловую скорость $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и последнее равенство перепишем иначе:

$$\varphi = \omega t, \qquad (110\text{-}3)$$

* Широта (латин.).
** Явление, вид (греч.).

Отклонение колеблющейся точки от ее нормального положения в данный момент через время t после начала колебания определится ее координатой $M_0M_1 = y$:

$$y = A \sin \varphi; \; y = A \sin \omega t. \qquad (110\text{-}4)$$

Это — *уравнение гармонического колебания*; оно выражает закон этого движения.

Так как A и ω суть величины постоянные, то y — отклонение точки от нормального положения M_0, или *смещение* колеблющейся точки в данный момент времени t, — будет изменяться по тому же закону, по которому изменяется синус угла φ; следовательно, y есть *периодическая функция фазы* φ.

Итак, если вектор-амплитуду A равномерно вращать и проектировать все положения конца этого вектора — точки N на ось Y при всех фазах от 0 до 2π, то получим совокупность всех мгновенных значений отклонений или смещений $y = A \sin \omega t$ точки в гармоническом колебании за весь период полного колебания.

Для того чтобы ход изменения отклонений y изобразить графически, отложим в избранном масштабе по оси абсцисс фазы $\varphi = \omega t$ от 0 до 2π и в каждой точке восставим соответствующие ординаты $y = A \sin \omega t$ (рис. 337), которые будут пропорциональны $\sin \omega t$;

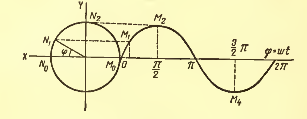


Рис. 337.

в течение одного периода T ($\varphi = 2\pi$) концы непрерывно изменяющихся ординат опишут синусоиду $M_0M_1M_2M_4$.

Чтобы определить *скорость и ускорение гармонического колебательного движения* и тем решить вопрос об их значении и направлении, остановимся предварительно на одной общей теореме механики, касающейся не только колебательного движения, но и иных видов движения.

1. По криволинейной траектории MM_1 (рис. 338) движется точка; возьмем дугу этой траектории $AB = \Delta s$, проходимую в очень малое время Δt. Тогда скорость в точке A выразится так:

$$v_0 = \lim \left(\frac{AB}{\Delta t}\right)_{\Delta t \to 0} = \lim \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)_{\Delta t \to 0},$$

а проекция этой скорости на некоторую ось YY будет:

$$AN = v_1 = v_0 \cos \alpha,$$

или

$$v_1 = \lim \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)_{\Delta t \to 0} \cos \alpha. \qquad (110\text{-}5)$$

2. Будем проектировать движение точки по MM_1 на ту же ось YY. Тогда за то же время Δt, в которое точка по траектории MM_1 перейдет из A в B, проекция ее переместится из A_1 в B_1; скорость

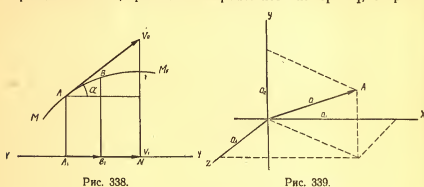


Рис. 338. Рис. 339.

движения проекции точки по оси YY обозначим через v; тогда

$$v = \lim \left(\frac{A_1 B_1}{\Delta t} \right)_{\Delta t \to 0};$$

но

$$A_1 B_1 = AB \cos \alpha;$$

поэтому

$$v = \lim \left(\frac{AB}{\Delta t} \right)_{\Delta t \to 0} \cos \alpha = \lim \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)_{\Delta t \to 0} \cos \alpha. \qquad (110\text{-}6)$$

3. Сравнив обе формулы, находим

$$v = v_1.$$

Это значит, что *скорость движения проекции точки по оси YY равна проекции скорости этой точки на ту же ось.*

Так же можно доказать эту теорему и для проекции ускорения.

Если вектор ускорения $\vec{a}$ разложить по трем осям X, Y, Z, то найдем проекции ускорения по этим осям (рис. 339):

$$a_1 = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad a_2 = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad a_3 = \frac{d^2z}{dt^2}.$$

Из этих общих положений вытекают следствия для гармонического колебательного движения:

1) Чтобы найти *скорость* гармонического колебательного движения в данной точке M_1 (рис. 340), проектируем скорость кругового движения v_0 на ось YY; тогда проекция скорости кругового движения $v_0 = \omega R$ на эту ось M_1D и есть скорость точки, совершающей гармоническое колебательное движение:

$$v = v_0 \cos\varphi \; .$$

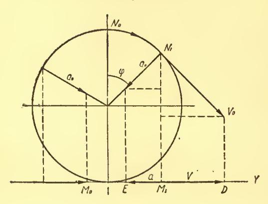


Рис. 340.

2) Точно так же найдем *ускорение* a в некоторой точке M_1 колебательного движения, проектируя вектор ускорения кругового движения $a_0 = \omega^2 A$ на ось YY:

$$a = -\,a_0 \sin\varphi.$$

Знак минус указывает, что ускорение направлено против отклонения y: при положительном y ускорение отрицательно, при отрицательном y ускорение положительно и всегда направлено к M_0 — начальному положению колеблющейся точки.

Итак, *скорость и ускорение* в любой точке гармонического колебательного движения определены и могут быть представлены в следующих видах:

$$v = \omega A \cos\varphi = \omega A \cos\omega t; \qquad (110\text{-}7)$$

$$a = -\,\omega^2 A \sin\varphi = -\,\omega^2 A \sin\omega t. \qquad (110\text{-}8)$$

Так как $y = A\ sin\,\omega t$, то ускорение a можно еще выразить так:

$$a = -\,\omega^2 y. \qquad (110\text{-}9)$$

Это значит, что *при простом гармоническом колебании ускорение пропорционально смещению*; это — важнейший признак гармонического колебания и может быть принят за его определение.

14*

Не прибегая к геометрическому методу, можно определить выражения скорости и ускорения гармонического колебательного движения по аналитическому способу. Именно, для нахождения скорости v и ускорения a при гармоническом колебательном движении возьмем первую и вторую производные от пути, в данном случае — смещения y по времени:

$$y = A\sin\varphi = A\sin\omega t;$$

$$\frac{dy}{dt} = \omega A\cos\omega t; \quad v = \omega A\cos\omega t;$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 A\sin\omega t; \quad a = -\omega^2 A\sin\omega t;$$

$$a = -\omega^2 y. \qquad (110\text{-}10)$$

О направлениях векторов $\vec{v}$ и $\vec{a}$ сказано уже выше.

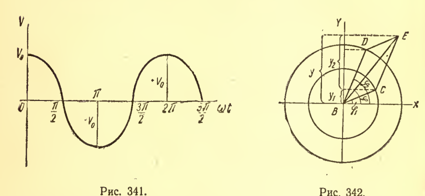


Рис. 341. Рис. 342.

Отметим еще некоторые особенности гармонического колебательного движения.

1. Это движение есть *прямолинейное и переменное*, скорость которого периодически меняется от точки к точке по закону косинуса (рис. 341); в течение одного колебания (одного периода T) дважды значение скорости достигает максимума при проходе точки через начальное положение M_0 и дважды обращается в нуль при крайних, наибольших отклонениях точки M_2 и M_4.

2. Смещение и ускорение a суть периодически меняющиеся величины по закону синуса; графически их значения изобразятся двумя синусоидами противоположно расположенными по отношению к оси ωt вследствие того, что y и a для каждого момента движения имеют противоположные знаки.

Рассмотренные формулы гармонического движения имеют огромное значение как в физической теории, так и во всех отделах техники (в прикладной механике, электротехнике, сопротивлении материалов и т. д.).

§ 111. Сложение одинаково направленных гармонических колебаний

Изучим вопрос о сложении двух гармонических колебаний одного и того же периода T, совершающихся вдоль одной прямой. Сложение смещений точки:

$$y_1 = A_1 \sin\varphi_1; \quad y_2 = A_2 \sin\varphi_2$$

дает суммарное смещение y:

$$\vec{y} = \vec{y}_1 + \vec{y}_2.$$

Графически это сложение показано на рис. 342. Пусть в данный момент колебания имеют фазы φ_1 и φ_2. Складывая по правилу параллелограмма два вектора BC и BD, находим амплитуду сложного колебания — вектор BE, проекция которого на ось Y определит смещение y точки B для данного момента, а положение этого вектора BE даст фазу сложного колебания φ для этого момента времени t. Проекции векторов BC и BD на ось Y дадут мгновенные значения слагаемых смещений y_1 и y_2, а проекция вектора BE определит мгновенное значение смещения y в сложном колебании.

Если этот векторный параллелограмм вращать против стрелки часов так, чтобы полный оборот был сделан за период T, то проекции векторов BE дадут всю совокупность смещений y в сложном колебании, появившемся в результате сложения двух колебаний по прямой Y.

Это графическое построение выясняет, что сложное колебание будет гармоническим с тем же периодом T, амплитуда его определится диагональю параллелограма $BE = A$, смещение точки B в сложном колебании y есть алгебраическая сумма смещений в слагаемых колебаниях y_1 и y_2:

$$y = y_1 + y_2.$$

Уравнение сложного колебания можно написать так:

$$y = A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2. \qquad (111\text{-}1)$$

Полагая $\varphi_1 = \omega t + \beta_1$ и $\varphi_2 = \omega t + \beta_2$, где ω — угловая частота, а β_1 и β_2 — начальные фазы колебаний при $t = 0$, перепишем равенство $y = y_1 + y_2$:

$$y = A_1 \sin(\omega t + \beta_1) + A_2 \sin(\omega t + \beta_2).$$

С другой стороны, y — смещение в гармоническом колебании с амплитудой $BE = A$ и фазой $\varphi = \omega t + \beta$; поэтому

$$y = A \sin(\omega t + \beta).$$

Можно написать тождество:

$$A \sin(\omega t + \beta) = A_1 \sin(\omega t + \beta_1) + A_2 \sin(\omega t + \beta_2).$$

При помощи обычных тригонометрических преобразований находим:

$$A \sin(\omega t + \beta) = A \sin \omega t \cos \beta + A \cos \omega t \sin \beta;$$

$$A_1 \sin(\omega t + \beta_1) + A_2 \sin(\omega t + \beta_2) = (A_1 \cos \beta_1 + A_2 \cos \beta_2) \sin \omega t + \\ + (A_1 \sin \beta_1 + A_2 \sin \beta_2) \cos \omega t. \qquad (111\text{-}2)$$

Тождество принимает вид:

$$A \cos \beta \sin \omega t + A \sin \beta \cos \omega t = \\ = (A_1 \cos \beta_1 + A_2 \cos \beta_2) \sin \omega t + (A_1 \sin \beta_1 + A_2 \sin \beta_2) \cos \omega t.$$

Так как оно справедливо для всякого момента t, то, сравнивая коэффициенты при одних и тех же переменных, получаем два уравнения:

$$\left.\begin{aligned} A_1 \sin \beta_1 + A_2 \sin \beta_2 = A \sin \beta; \\ A_1 \cos \beta_1 + A_2 \cos \beta_2 = A \cos \beta. \end{aligned}\right\} \qquad (111\text{-}3)$$

Эти два уравнения позволяют определить амплитуду A и начальную фазу β сложного колебания.

Амплитуду A найдем, возведя в квадрат каждое уравнение и сложив результаты:

$$A^2 = A_1^2 \sin^2 \beta_1 + A_2^2 \sin^2 \beta_2 + 2A_1A_2 \sin \beta_1 \sin \beta_2 + \\ + A_1^2 \cos^2 \beta_1 + A_2^2 \cos^2 \beta_2 + 2 A_1A_2 \cos \beta_1 \cos \beta_2.$$

Амплитуда сложного колебания A выражается так:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\beta_1 - \beta_2). \qquad (111\text{-}4)$$

Из тех же уравнений делением первого на второе получим значение начальной фазы β:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{A_1 \sin \beta_1 + A_2 \sin \beta_2}{A_1 \cos \beta_1 + A_2 \cos \beta_2}. \qquad (111\text{-}5)$$

Если вместо β_1 и β_2 подставить их значения, то получим:

$$\beta_1 = \varphi_1 - \omega t; \quad \beta_2 = \varphi_2 - \omega t; \quad \beta_1 - \beta_2 = \varphi_1 - \varphi_2; \qquad (116\text{-}6)$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Так выражается амплитуда сложного колебания $A = BE$ в зависимости от разности фаз слагаемых колебаний.

Могут быть следующие частные случаи:

1) $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$; *фазы обоих слагаемых колебаний совпадают*, или вообще: $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi n$; $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Тогда

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 1; \quad A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2;$$

$$A = A_1 + A_2.$$

В этом случае амплитуда сложного колебания оказывается равной сумме амплитуд слагаемых колебаний. Если при этом $A_1 = A_2$, то $A = 2A_1$.

2) $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi$, или вообще: $\varphi_1 - \varphi_2 = (2n+1)\pi$. В этом случае *фазы слагаемых колебаний противоположны.* Тогда

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \cos(\varphi_2 \pm \pi - \varphi_2) = \cos(\pm\pi) = -1;$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2; \quad A = A_1 - A_2.$$

В этом случае амплитуда сложного колебания оказывается равной разности амплитуд слагаемых колебаний.

3) $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi$; $A_1 = A_2$. Тогда, очевидно, $A = 0$, т. е. в результате сложения двух гармонических колебаний с одинаковыми периодами и амплитудами, имеющих противоположные фазы, получается покой, *колебания гасят друг друга.*

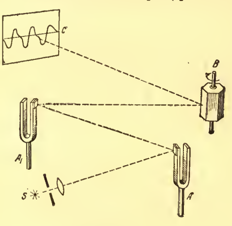


Рис. 343.

Сложение колебаний, совершающихся вдоль одной прямой, можно демонстрировать при помощи измененной установки Л и с с а ж у (рис. 343): S — источник света, B — вращающееся зеркало, C — экран.

§ 112. Биения

До сих пор мы предполагали, что складываются колебания с одним и тем же периодом T. Если периоды слагаемых колебаний T_1 и T_2 и частоты их ν_1 и ν_2 — неодинаковы, то, вообще, в результате сложения таких колебаний

$$y_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1); \quad y_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \qquad (112\text{-}1)$$

образуются негармонические колебания. Возникающие при этом периодические движения можно наблюдать при помощи установки Лиссажу (рис. 343); как видим, при разных отношениях периодов получаются весьма сложные кривые.

Фурье*—знаменитый французский математик, доказал весьма общую теорему (1822): *всякое периодическое движение с периодом T можно образовать через сложение простых гармонических колебаний с периодами*:

$$T, \quad \frac{1}{2}T, \quad \frac{1}{3}T, \quad \frac{1}{4}T, \ \ldots$$

Колебание с наибольшим периодом T называется *основным*, остальные — верхними гармоническими, иначе *гармониками*.

Итак, теорема Фурье говорит, что всякое сложное колебание можно представить как результат сложения простых гармонических колебаний, и обратно — всякое периодическое движение с периодом T можно разложить и притом единственным способом на простые гармонические, в ряду которых колебание с периодом T будет основным. Разложение сложного периодического движения на составляющие его гармонические колебания или на гармоники, называется *гармоническим анализом*.

Рассмотрим один замечательный случай сложения колебаний с разными, но *близкими* друг к другу периодами T_1 и T_2:

$$T_1 - T_2 = \Delta T; \qquad \nu_1 - \nu_2 = n;$$

здесь ΔT и n — малые числа; например, $\nu_1 = 256$ *гц*; $\nu_2 = 252$ *гц*; $n = 4$.

Так как периоды мало отличаются друг от друга, то колебания в некоторый момент совпадают по фазе и усиливают друг друга; через некоторое время фазы становятся противоположными, колебания ослабляют или даже гасят друг друга. В результате такого сложения амплитуда сложного колебания все время изменяется (рис. 344, результат сложения — жирная кривая), значит, меняется в течение процесса и энергия колебания. Эти явления усиления и ослабления колебаний в течение периодического процесса называются *биениями*.

Весьма яркая иллюстрация биений получается при одновременном звучании двух расстроенных камертонов почти одного периода; сила сложного звука все время колеблется между некоторым максимумом и минимумом; возникают биения.

Пусть имеем два колебания:

$$y_1 = A \sin(\omega_1 t - \varphi_1); \quad y_2 = A \sin(\omega_2 t - \varphi_2);$$

* Жан Батист Фурье (1768 — 1830) — французский математик; разработал основы математической физики. Особенно важное значение имела его «Аналитическая теория теплоты».

$$y_1 = A\sin(2\pi\nu_1 t - \varphi_1); \quad y_2 = A\sin(2\pi\nu_2 t - \varphi_2);$$

результат их сложения:

$$y = 2A\sin\left[2\pi t\,\frac{\nu_1+\nu_2}{2} - \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]\cos\left[2\pi t\,\frac{\nu_1-\nu_2}{2} - \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]. \qquad (112\text{-}2)$$

Положим, что число $n = \nu_1 - \nu_2$ очень мало; тогда приближенно имеем:

$$\frac{\nu_1+\nu_2}{2} = \frac{\nu_2+n+\nu_2}{2} = \nu_2 + \frac{n}{2} \approx \nu_2;$$

$$\frac{\nu_1-\nu_2}{2} = \frac{\nu_2+n-\nu_2}{2} = \frac{n}{2}.$$

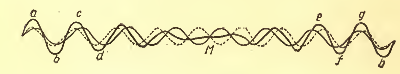


Рис. 344.

Поэтому

$$y = 2A\cos\left[\pi nt - \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]\sin\left[\pi\nu_2 t - \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right];$$

введем обозначения

$$\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \gamma; \quad 2A\cos(\pi nt - \gamma) = \rho. \qquad (112\text{-}3)$$

Уравнение сложного колебания получает вид:

$$y = \rho\sin\left[\pi\nu_2 t - \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]. \qquad (112\text{-}4)$$

Как видим, ρ имеет характер *амплитуды сложного колебания*. Из этой формулы заключаем:

1) амплитуда сложного колебания ρ есть периодическая функция времени;

2) она обращается в нуль при $\pi nt - \gamma = \frac{\pi}{2}$;

3) она достигает максимума при $\pi nt - \gamma = 0$;

4) в течение четверти периода между этими крайними значениями она приобретает промежуточные значения, возрастая от 0 до $2A$;

5) пусть в некоторый момент t амплитуда имеет значение ρ_0; такое же значение ρ_0, но с обратным знаком, она будет иметь в такой момент t_1, при котором аргумент косинуса будет на $\pm\pi$ отличаться от $(\pi nt - \gamma)$:

$$\cos(\pi nt - \gamma \pm \pi) = \cos(\pi nt - \gamma).$$

В частности, максимумы (или минимумы) будут повторяться через промежуток времени $(t_1 - t)$; этот промежуток времени определяется из предыдущего условия:

$$\pi nt - \gamma \pm \pi = \pi nt - \gamma; \quad t_1 - t = \frac{1}{n}.$$

Следовательно, биения будут происходить через $\frac{1}{n}$ *сек*, иначе n раз в секунду будут максимумы и n раз в секунду будут минимумы амплитуды.

Итак, *число биений в секунду равно разности чисел обоих колебаний*:

$$n = \nu_1 - \nu_2.$$

§ 113. Свободные колебания. Математический маятник

Свободными или собственными колебаниями называются такие колебания, которые совершаются в какой-либо системе при отсутствии внешних воздействий, за счет запаса энергии одного вида, переходящей в другой вид, вследствие первоначального смещения или начальной скорости. Характер свободных колебаний определяется в основном собственными параметрами системы. Вследствие рассеяния энергии свободные колебания являются *затухающими*: амплитуды постепенно уменьшаются. Однако, если доля потери энергии на рассеяние невелика, то можно систему принимать приближенно за консервативную, а колебания считать *незатухающими*. Одной из самых простых систем, совершающих свободные колебания, является *маятник*.

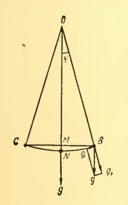


Рис. 345.

Приложим теорию гармонического колебания к частному случаю — к теории маятника, причем здесь будем говорить о *маятнике простом, или математическом*, т. е. о тяжелом теле весьма малого размера (шарик), привешенном на длинной нити (или проволоке), весом которой можно пренебречь. Введем еще условие: будем рассматривать колебания с небольшой амплитудой (3—5°).

В положении равновесия N (рис. 345) вектор ускорения, вертикально направленный, совпадает с направлением NO — к неподвижной точке подвеса O; в положении B вектор $\vec{g}$ разлагаем:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2;$$

числовое значение вектора g_1 определится так:

$$g_1 = g \sin \varphi.$$

Из этого выражения видим, что движение по дуге BNC будет переменное и периодическое, так как g_1 зависит от периодической функции $\sin \varphi$.

Представим выражение g_1 в ином виде:

$$\sin \varphi = \frac{MB}{OB} = \frac{y}{l};$$

здесь l — длина маятника, $y = MB$ — отклонение от положения равновесия; MB можем принять за дугу NB, т. е. при введенном условии — малости амплитуд — можем допустить, что движение происходит не по дуге CNB, а по хорде CMB.

Из написанных равенств находим:

$$g_1 = \frac{g}{l} y.$$

Эта формула показывает, что движение маятника при указанных условиях есть простое гармоническое колебание, так как ускорение движения пропорционально смещению y. Поэтому численное значение g_1 можем представить так:

$$g_1 = \omega^2 y.$$

Сравнивая это выражение g_1 с предыдущим, находим:

$$\frac{g}{l} = \omega^2; \quad \frac{g}{l} = \frac{4\pi^2}{T^2}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Полагая $T = 2t$, где t — время одного качания маятника, т. е. время, в течение которого он описывает дугу CB, имеем:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (113\text{-}1)$$

Эта замечательная формула выражает *закон качания математического маятника при малых амплитудах*. Закон этот можно сформулировать в следующих положениях:

1) Время качания t не зависит ни от амплитуды, ни от вещества маятника: ни то, ни другое в выражение t не входят.

2) Время качания прямо пропорционально корню квадратному из длины маятника l и обратно пропорционально корню квадратному из ускорения силы тяжести g.

Независимость t от вещества маятника была установлена и подтверждена многими опытными исследованиями.

Галилей * первый (1583) непосредственным наблюдением

---

* Галилео Галилей (1564—1642) — итальянский физик, механик и астроном; один из основателей точного научного естествознания.

над качаниями маятников установил оба закона, выраженные в этих двух теоретнчески выведенных положениях.

Одно из важнейшнх применений маятника — *определение ускорения силы тяжести* g на разных точках земной поверхностн; нз формулы маятника прямо находим:

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2}; \qquad (113\text{-}2)$$

отсюда видим, что дело сводится к возможно точному определению длины маятника l и времени его качания t. Для того и другого измерения разработаны в высшей степени чувствительные прнемы и со времени первых точных определений Пикара* (1669), Гюйгенса** (1673) и особенно классических работ Борда*** (1792), связанных с установленнем метрнческой системы, можно счнтать вопрос об определении g на любой точке земной поверхности решенным.

Заметим, что еслн допущены при наблюденнях большие амплитуды, то колебания маятника перестают быть гармоническими и вместо простой формулы точная теорня дает более сложную формулу, в которой принимается во внимание влиянне угла отклонения α:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\right)^2 \sin^4\frac{\alpha}{2} + \ldots\right]. \qquad (113\text{-}3)$$

Разннца между результатом этой точной формулы и приближенной $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ составляет при $\alpha = 10^\circ$ всего $2\,\text{‰}$ (тысячные долн — промилли), но при $\alpha = 60^\circ$ — уже $7\,\%$!

Огромное число тщательно выполненных нзмерений, произведенных в разных точках земной поверхностн, позволило установить об ускорении силы тяжести следующие два основных положення:

1) На данной точке земной поверхности g постоянно.

2) При перемещении по земной поверхности g с широтой изменяется, именно, оно увеличивается при движении наблюдателя от экватора к полюсам, как видно из приведенной на стр. 429 таблнцы.

Как вндим, нзменения g невелики, наибольшее значение разностн $\Delta g = 5{,}186$ — около 0,5% нзмеряемой величины. Поэтому, еслн не требуется особенно высокой точностн, обычно берут стандартное значение g_0 на шнроте 45° и на уровне моря, называемое *нормальным*:

$$g_0 = 980{,}665\,\frac{см}{сек^2},$$

* Жан Пикар (1620—1682) — францауский астроном, измерил размеры Земли.

** Христиан Гюйгенс (1629—1695) — нидерлаидский механик, физик и математик.

*** Жан Шарль Борда (1733—1799) — французский физик и геодезист.

Место наблюдения	φ (широта)	$g \frac{см}{сек^2}$
Шпицберген	70°50′	983,053
Осло	59°55′	981,927
Пулково	59°46′	981,899
Москва	55°45′	981,564
Лондон	51°29′	981,188
Париж	48°50′	980,943
Либревилль (Африка)	0°22′	977,999
Рио-де-Жанейро (Америка)	—22°54′	978,801
Мельбурн (Австралия)	—37°50′	979,985
Величины, вычисленные теоретически	90°	983,216
	0°	978,030
		$\Delta g = 5,186$

приближенно:

$$g = 981 \frac{см}{сек^2}.$$

Заметим, что ускорение силы тяжести уменьшается как при подъеме над земной поверхностью, так и при погружении на некоторую глубину. Без доказательства приведем формулы (для небольших высот и глубин):

$$g_1 = g\left(1 - \frac{2h_1}{R}\right), \tag{113-4}$$

здесь g — ускорение на высоте h_1, R — радиус Земли;

$$g_2 = g\left(1 - \frac{h_2}{R}\right); \tag{113-5}$$

здесь g_2 — ускорение на глубине h_2 под земной поверхностью.

§ 114. Физический маятник

Твердое тело произвольной формы, могущее вращаться около горизонтальной оси под действием силы тяжести, называется *физическим или сложным маятником* (рис. 346). Если мы выведем этот маятник из положения равновесия, то он начнет качаться около оси O, причем действующей силой будет вес маятника $P = mg$, приложенный в центре тяжести его C, который при отклонении маятника на угол φ занимает положение C_1. Определим момент вращающей силы P:

$$M = P \cdot C_1E; \qquad M = P \cdot OC_1 \sin\varphi;$$

обозначим расстояние от оси O до центра тяжести C через $L = OC = OC_1$:

$$M = PL \sin\varphi = mgL \sin\varphi.$$

Уравнение II закона Ньютона напишется для физического маятника так:

$$mgL \sin\varphi = J\varepsilon, \qquad (114\text{-}1)$$

где J — момент инерции, ε — угловое ускорение.

Физический маятник, как и всякое твердое тело, можно представить как совокупность неизменно соединенных материальных точек с массами m_1, m_2, m_3,...; если бы эти точки не были связаны между собой, то это было бы собрание математических маятников, из которых каждый качался бы по закону математического маятника:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (114\text{-}2)$$

где l — длина, для каждого маятника своя: Om_1, Om_2, Om_3.... Времена качаний каждого из этих маятников были бы различны:

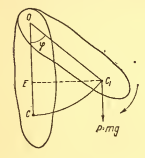


Рис. 346.

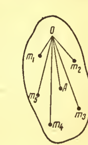


Рис. 347.

более короткие качались бы скорее, для них t мало; более длинные — медленнее, для них t больше. Будучи соединены вместе и связаны в одно тело, все эти маятники будут качаться с одним периодом; можно себе представить дело так, как будто более быстрые маятники ускоряют движение более медленных, а более медленные замедляют движение более быстрых. Очевидно, среди этих математических маятников найдется такой OA (рис. 347), который, будучи свободен, качался бы с тем же периодом $T = 2t$, с каким качается весь физический маятник; такой математический маятник OA называется *изохронным* с физическим; точку физического маятника A, выбранную в нем так, что OA есть длина изохронного математического маятника, называем *центром качаний*, а длину $OA = l$ — *приведенной длиной физического маятника.*

Произведем следующие замены: 1) вместо L подставим $l = OA$; 2) вместо m подставим m_0 — массу, сосредоточенную в точке A; 3) вместо J — момент инерции точки A относительно оси O: $J_0 = m_0 l^2$; 4) для изохронности колебания необходимо, чтобы ускоре-

ние ε для математического маятника OA и для физического было одно и то же; таким образом, находим:

$$m_0 gl \sin\varphi = m_0 l^2 \varepsilon;$$

$$g \sin\varphi = l\varepsilon. \qquad (114\text{-}3)$$

Сравнение этого уравнения с (114-1) дает:

$$mL = \frac{J}{l};$$

отсюда

$$L = \frac{J}{ml}. \qquad (114\text{-}4)$$

Мы определили длину того математического маятника, который имеет тот же период T, как и физический, с моментом инерции J, массой m и расстоянием от оси до центра тяжести L.

Подставив в формулу математического маятника (для небольших амплитуд)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

вместо l приведенную длину, найдем подобную же формулу, определяющую *период колебания физического маятника*:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgL}}. \qquad (114\text{-}5)$$

Подобные формулы имеют применение в самых разнообразных вопросах механики и физики; везде, где имеем систему, участвующую в периодическом явлении, — будь то колебания вследствие упругих деформаций, или под действием силы тяжести, или электрические колебания, — для вычисления периода колебаний приходится прибегать к формулам, аналогичным приведенной формуле маятника.

Приведенная длина маятника l играет важную роль при определении ускорения силы тяжести g. Таким образом, задача определения l — основная в теории физического маятника; она приводит нас к вопросу об оборотном маятнике.

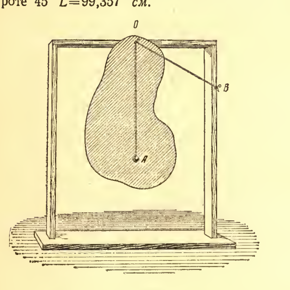
Теория оборотного маятника устанавливает, что точки O и A (рис. 347) взаимны, т. е. если, перевернув маятник, центр качаний A сделаем неподвижной точкой, то O станет центром качаний. Не приводя теоретического доказательства этого положения, рассмотрим эксперимент с оборотным маятником, при помощи которого определяется l, а стало быть и g.

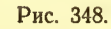
1) Лист картона или лучше лист железа или жести пробьем в точке O (рис. 348) и наденем его на спицу или тонкий гвоздь, прикрепленный к штативу. Через спицу O перекинем нить, на которой привешен шарик A; конец нити OB держим в руке.

Отклонив от положения равновесия, пустим качаться физиче-

ский маятник (лист) и математический (шарик на нити). Перетягивая нить OB, добиваемся, чтобы оба маятника стали изохронными, т. е. чтобы оба имели один и тот же период колебания. Тогда закрепляем нить у O (или у B) и измеряем длину OA; это есть *приведенная длина* физического маятника $l = OA$, и точка A есть *центр качаний*.

2) Отметим точку A на листе и пробьем его в этом месте. Если перевернув физический маятник (лист), надеть на спицу это новое отверстие A, то O должно стать центром качаний, а период маятника не изменится, т. е. он будет качаться изохронно с математическим маятником прежней длины $OA = l$. Длина секундного маятника на широте 45° $L = 99{,}357$ *см*.




Рис. 348.

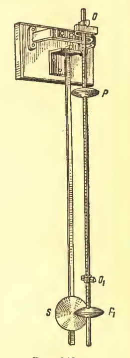


Рис. 349.

Для более точного определения l маятник, имеющий вид как на рис. 349, привешивают попеременно на призмы O и O_1; перемещая эти призмы добиваемся изохронности колебаний маятника при привесах на O и O_1. Таков *оборотный маятник* К а т е р а.

§ 115. Энергия гармонического колебательного движения

В кинематике колебательного движения были установлены три основные формулы для гармонического движения:

1) Смещение, или отклонение от начального положения M_0 колеблющейся точки (рис. 335):

$$y = A\sin\omega t, \qquad (115\text{-}1)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — угловая скорость вспомогательной точки в теории колебаний, называемая угловой или *круговой частотой* вследствие связи ее с частотой ν, т. е. с числом полных колебаний в секунду:

$$\omega = 2\pi\nu; \quad \nu = \frac{1}{T};$$

если T выражено в секундах, ν измеряется в герцах *.

2) *Скорость в данный момент* t (или в данной точке траектории):

$$v = \omega A\cos\omega t. \qquad (115\text{-}2)$$

3) *Ускорение в данный момент* t:

$$a = -\omega^2 A\sin\omega t = -\omega^2 y. \qquad (115\text{-}3)$$

Находим выражение силы, действующей при гармоническом колебании:

$$f = ma; \; f = -m\omega^2 y. \qquad (115\text{-}4)$$

Этой формулой выяснен характер силы: 1) она пропорциональна смещению y; 2) она направлена *против смещения*, к начальной точке M_0 (рис. 335).

Что это за начальная точка M_0? Если мы обратимся к колебательным явлениям — пружина (рис. 335), рессора, жидкости в сообщающихся сосудах и т. д., то заметим, что начальное состояние этих тел, к которому они периодически возвращаются в процессе колебаний, это — положение устойчивого равновесия. Как только внешняя сила (толчок маятника, сжатие пружины и т. д.) выводит тело из этого положения, появляется сила

$$f = -m\omega^2 y, \qquad (115\text{-}5)$$

направленная к положению равновесия; эта сила названа *возвращающей силой*. Таковы в случае маятника— слагающие силы тяжести, в случае пружины или рессоры — силы упругости и т. д. Как видно, эта сила по характеру ее действует по *закону Гука* **, выражающему линейную зависимость величин f и y.

Коэффициент

$$m\omega^2 = k$$

* 1 герц —частота, при которой происходит одно колебание в секунду.

** Роберт Гук (1635—1703) —английский естествоиспытатель, замечателен разносторонностью своих научных интересов.

называется *коэффициентом возвращающей* силы, формула которой получает такой вид:

$$f = -ky. \qquad (115\text{-}6)$$

Из этого видно, что явление колебания происходит так, что при движении от положения равновесия M_0 — движение замедленное против силы f, а движение к положению равновесия — ускоренное; в положении M_0 максимальна скорость $v = \omega A$ и движение продолжается по инерции, причем вновь начинает действовать против движения сила f.

Круговая частота:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (115\text{-}7)$$

зависит от двух характеристик колебательной системы — от ее массы и коэффициента k, определяющего силу, которая производит деформацию; по отношению к пружине k уместно назвать «*жесткостью*». Круговую частоту ω можно назвать *собственной частотой* колеблющейся системы, так как она определяется собственными параметрами системы — m и k и может быть принята в свою очередь за основной физический параметр, характеризующий колебательные свойства системы.

Вся картина колебательного движения становится особенно ясной с точки зрения происходящих преобразований энергии.

В каждой точке траектории колебания M (рис. 335) имеем запас кинетической энергии Т, обусловленный наличием скорости v, и запас потенциальной энергии П, обусловленный наличием возвращающей силы f. По принципу сохранения энергии для каждой точки имеем:

$$\mathrm{T} + \Pi = E,$$

где E постоянна и выражает полный запас энергии тела, совершающего колебание.

Кинетическая энергия выражается для каждой точки:

$$\mathrm{T} = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t. \qquad (115\text{-}8)$$

Потенциальная энергия массы при силе, действующей по закону Г у к а, т. е. при линейной зависимости f от y, определится так:

$$\Pi = \frac{1}{2} fy = \frac{1}{2} ky^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 y^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t. \qquad (115\text{-}9)$$

Итак, принцип сохранения энергии для колебательного процесса выражается одной из следующих формул:

$$T + \Pi = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t = E;$$

$$\frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = E. \qquad (115\text{-}10)$$

Из этих выражений следует:

1) При $t = 0$, или $t = \frac{1}{2} T$, т. е. в точке M_0, потенциальная энергия $\Pi = 0$, кинетическая — имеет максимальное значение, равное всему запасу энергии процесса:

$$T = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2.$$

2) При $t = \frac{1}{4} T$ или $t = \frac{3}{4} T$, т. е. в точках наибольшего смещения M_2 и M_1, имеем $T = 0$, потенциальная энергия максимум:

$$\Pi = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2.$$

3) *Энергия системы, совершающей гармонические колебания при данной частоте, пропорциональна квадрату амплитуды.*

Это очень важное заключение, к которому часто придется обращаться в дальнейшем.

Описанный здесь процесс эквивалентного преобразования энергии при колебательном движении без потерь может происходить лишь в консервативных изолированных системах. Системы, в которых колебательный процесс сопровождается трением, теплопроводностью, лучеиспусканием и иными явлениями, обусловливающими потери или рассеяние энергии, называются *диссипативными* * *системами*; колебания в них имеют затухающий характер.

Если потерями энергии при колебаниях можно пренебречь, то единственную силу, обусловливающую повторяемость колебаний, выражаем так:

$$f = -m\omega^2 y;$$

введя сюда общее выражение силы:

$$f = ma; \quad f = m\frac{d^2y}{dt^2},$$

имеем

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y. \qquad (115\text{-}11)$$

Это *дифференциальное уравнение колебаний без затухания.*

Как известно, решение этого уравнения:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi) \qquad (115\text{-}12)$$

представляется *уравнением гармонического колебания*, происходящего без затухания.

* «Диссипацио» (латин.) — рассеяние.

§ 116. Затухающие колебания

Если диссипативную систему, находящуюся в колебательном движении, предоставить самой себе, то энергия ее колебаний постепенно уменьшается, что внешне выражается в непрерывном уменьшении смещений $y = A \sin \omega t$, зависящем от того, что наибольшие смещения (размахи) или, говоря условно *, амплитуды для разных моментов колебательного процесса становятся переменными, уменьшаясь по абсолютной величине (рис.350). Так, например, наблюдаем сокращение размахов маятника или амплитуд тела на пружине и т. д. Это явление называется *затуханием колебаний*. Две причины обусловливают процесс затухания: 1) энергия колебаний вследствие неизбежного трения передается другим телам в виде тепла, 2) она передается другим телам в виде энергии колебательного же движения, обусловливая образование в окружающей среде волн; это явление носит название *лучеиспускания*. Наличие этих процессов обусловливает *диссипативность системы*.

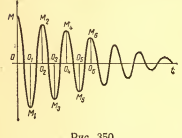


Рис. 350.

Пусть начальная амплитуда $OM = A_0$; через период T — амплитуда $O_2M_2 = A_1$, затем через следующий период T станет $O_4M_4 = A_2$ и т. д. (рис. 350). Положим через T — через каждый период — амплитуда убывает на εA_0, где ε есть характеристика скорости убывания амплитуд:

$$\varepsilon = \frac{OM - O_2M_2}{OM} = \frac{O_2M_2 - O_4M_4}{O_2M_2} = \ldots$$

Такие последовательные амплитуды через время T получают значения:

$$O_2M_2 = A_1 = A_0 - \varepsilon A_0 = A_0(1-\varepsilon);$$
$$O_4M_4 = A_2 = A_0 - \varepsilon A_0 - \varepsilon A_0(1-\varepsilon) = A_0(1-\varepsilon)^2;$$
$$O_6M_6 = A_3 = A_0(1-\varepsilon)^2 - A_0\varepsilon(1-\varepsilon)^2 = A_0(1-\varepsilon)^3;$$

. . . .

. . . .

вообще через n периодов:

$$A = A_0(1-\varepsilon)^n. \qquad (116\text{-}1)$$

Но процесс затухания *непрерывен*, затухание происходит во все время движения, а не в конце периода; все смещения y и наи-

* Условно, потому что при синусоидальном колебании амплитуда постоянна.

большие смещения A меньше, чем смещения при свободных колебаниях без затухания для тех же моментов времени t. Поэтому предыдущее рассуждение надо уточнить.

Допустим, что уменьшения смещений происходят небольшими скачками на $\frac{\varepsilon}{m}$ части амплитуды A_0 и что в течение времени t таких скачкообразных изменений было mt; тогда для момента времени t после начала затуханий амплитуда A будет иметь значение:

$$A = A_0\left(1 - \frac{\varepsilon}{m}\right)^{mt}. \qquad (116\text{-}2)$$

Введя обозначение: $-\frac{\varepsilon}{m} = n$; $m = -\frac{\varepsilon}{n}$, находим:

$$A = A_0(1+n)^{-\frac{1}{n}\varepsilon t}. \qquad (116\text{-}3)$$

Чтобы процесс уменьшения амплитуд был непрерывен, надо, чтобы скачки уменьшения были бесконечно малы, т. е. чтобы $m \to \infty$; как известно, при этих условиях в пределе имеем:

$$\lim (1+n)^{\frac{1}{n}} = e,$$

где e — основание неперовых логарифмов.

Таким образом, через время t после начала затухания, т. е. после того как колеблющаяся масса вышла из точки O, наибольшее смещение (амплитуда) должно было бы иметь значение:

$$A = A_0 e^{-\varepsilon t}. \qquad (116\text{-}4)$$

Таково *мгновенное значение амплитуды*; поэтому действительно существующее смещение в момент t изобразится по общей формуле смещения:

$$y = A_0 e^{-\varepsilon t} \sin \omega_1 t; \qquad (116\text{-}5)$$

это *уравнение колебаний с затуханием*. Графически (рис. 351) — это непериодическая кривая LM; $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$, где T_1 так называемый «условный» период — время между двумя последовательными наибольшими отклонениями в одну сторону.

Величина ε характеризует процесс затухания и называется показателем или *коэффициентом затухания*. Весьма часто при физических явлениях (колебания маятника, подвижной системы гальванометра, электромагнитных полей в колебательном контуре и т. д.) показатель затухания определяется из наблюдений, причем его относят к периоду. Для этого дадим t ряд следующих значений:

$$t = 0,\ T_1,\ 2T_1,\ 3T_1, \ldots$$

Соответствующие значения амплитуд:

$$A = A_0, \quad A_0 e^{-\varepsilon T_1}, \; A_0 e^{-2\varepsilon T_1}, \; A_0 e^{-3\varepsilon T_1}, \ldots$$

Отсюда видим, что разность логарифмов двух последовательных амплитуд за период есть число постоянное, равное εT_1, называемое *логарифмическим декрементом* *. Ясно, что оно выражает логарифм отношения двух последовательных амплитуд затухающего колебания.

Силу сопротивления, в частности силу трения, при многих процессах можно считать пропорциональной скорости и дать ей выра-

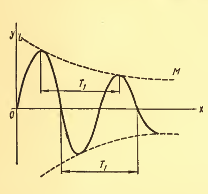


Рис. 351.

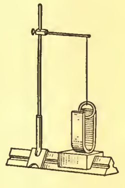


Рис. 352.

жение ($-rv$), где r — коэффициент трения. Поэтому вместо уравнения

$$ma = -ky, \tag{116-6}$$

годного для незатухающих свободных колебаний, для силы, действующей при *затухающих* колебаниях, находим следующее выражение:

$$ma = -ky - rv; \tag{116-7}$$

$k = m\omega_0^2$, где ω_0 есть частота начального колебания.

Это уравнение определяет явление затухающих колебаний. Математический анализ следствий из этих уравнений приводит к заключениям:

1) $\varepsilon = \frac{r}{2m}$; показатель затухания пропорционален коэффициенту трения и обратно пропорционален колеблющейся массе.

2) Частота колебаний с затуханием: $\omega_1^2 = \omega_0^2 - \varepsilon^2$, или $\frac{4\pi^2}{T_1^2} =$

* Латин. — уменьшение.

$=\frac{4\pi^2}{T_0^2}-\varepsilon^2$; при затухании частота уменьшается, а период увеличивается.

Приведем пример затухающих колебаний в электромагнитных явлениях. На рис. 352 изображено металлическое кольцо, подвешенное как маятник в поле постоянного подковообразного магнита. Приведенный в колебательное движение маятник, сделав несколько качаний туда и обратно, останавливается. Силы, вызванные индукцией, тормозят колебания (*закон Ленца*). Это «*индукционное затухание*» практически используется для подавления вредных колебаний. Часто его называют «затуханием вихревого тока».

Индукционное затухание прежде всего используется при устройстве многочисленных измерительных приборов. Уменьшаются помехи и трата времени указателя маятника до его окончательной остановки. Практически всегда можно добиться «*совершенно апериодической*» установки указателя.

§ 117. Апериодическое движение

На рис. 353 изображен тяжелый маятник. Одним концом он погружен в очень вязкую жидкость, например, в мед. Вследствие этого движение маятника сильно затухает. Сообщим ударом молотка этому маятнику импульс силы $\int f dt$. Маятник отбрасывается одним взмахом и затем практически остается на одном месте из-за большой силы трения. Он может возвратиться назад (к нулевому положению) только через некоторое время. Поэтому второй импульс силы (удар молотка) может застать маятник практически в конечной точке первого отброса. Такой маятник может суммировать импульсы и стать измерителем их суммы.

Апериодическими называются такие системы, в которых вследствие больших потерь энергии не могут возникать собственные колебания. Для груза массой m удерживаемого в положении равновесия пружиной с коэффициентом упругости k и испытывающего пропорциональную скорости силу трения с коэффициентом трения b, критическое значение b, при котором происходит переход от колебательной к апериодической системе

$$b_{\text{кр}}=2\sqrt{mk}. \qquad (117\text{-}1)$$

Из этого условия видно, что переход от колебательной к апериодической системе происходит не только при увеличении b, но и при изменении колебательных параметров m и k, в частности, при достаточном уменьшении m и k. В пределе при $k=0$ (отсутствие силы, возвращающей груз в положение равновесия) система становится *апериодической*. Примером апериодической электроизмерительной системы является *флюксметр*, применяемый для суммиро-

вания импульсов напряжения $\int U dt$ или изменений магнитного потока и градуируемый в вольт-секундах. Пусть в катушке (рис. 354) нет тока. Указатель гальванометра стоит на нулевом делении шкалы. Теперь производим опыты с флюксметром.

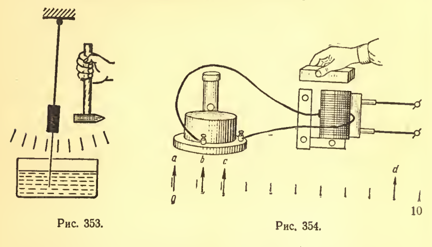


Рис. 353.

Рис. 354.

1. В катушку включают ток около 3 *а*. В петле провода, охватывающей катушку и замкнутой на гальванометр, появляется импульс напряжения, и указатель гальванометра смещается в положение *a* (например, в опыте 10^{-4} *в · сек*). Это магнитный поток Φ пустой катушки.

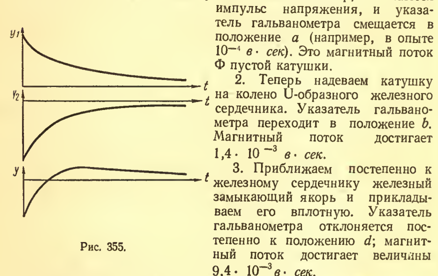


Рис. 355.

2. Теперь надеваем катушку на колено U-образного железного сердечника. Указатель гальванометра переходит в положение *b*. Магнитный поток достигает $1{,}4 \cdot 10^{-3}$ *в · сек*.

3. Приближаем постепенно к железному сердечнику железный замыкающий якорь и прикладываем его вплотную. Указатель гальванометра отклоняется постепенно к положению *d*; магнитный поток достигает величины $9{,}4 \cdot 10^{-3}$ *в · сек*.

4. Прерываем ток в катушке. Указатель гальванометра отходит к *с*. Следовательно, остаточное намагничивание железа имеет магнитный поток $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ *в · сек*.

Наконец, удаляем замыкающий якорь и железный сердечник. Указатель гальванометра возвращается в нулевое положение.

В этом опыте убедительно показано, как магнитное поле катушки направляет магнитные поля молекулярных токов в железе параллельно себе, и напряженность поля H сильно возрастает. Магнитный поток катушки $\Phi = \mu HS$ в этом опыте усиливается, примерно, в 100 раз при помощи железного сердечника. Пример графика апериодического процесса в случае большого трения изображен на рис. 355. Верхняя кривая изображает

$$y_1 = A_1 e^{-\alpha_1 t}, \text{ средняя} — y_2 = A_2 e^{-\alpha_2 t},$$

нижняя

$$y = y_1 + y_2 = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t}. \qquad (117\text{-}2)$$

§ 118. Вынужденные колебания

В какой-либо механической системе внешние силы возбуждают движение, а затем внутренние силы, стремясь восстановить нарушенное равновесие, обращают его в периодическое. Такие колебания (например, пружины, камертона), происходящие под действием внутренних сил и инерции, называются *свободными*, или *собственными колебаниями системы*; колебания же, вызываемые и поддерживаемые внешними, периодически действующими силами, называются *вынужденными*.

Собственные колебания имеют период и частоту, которые свойственны данному телу и носят названия собственного периода и собственной частоты; этот период определяется теми внутренними силами, которые связывают части данного тела или данной системы в одно целое, характеризуемое рядом индивидуальных свойств — упругостью, внутренним трением, вязкостью, кристаллизацией и т. д. *Собственная* частота и период системы или тела зависят прежде всего от *вещества*; кроме того, они определяются геометрическими особенностями тела — его *формой* и *размерами*. Одним словом, собственная частота колебательной системы зависит от характерных ее признаков или от ее *параметров*; амплитуда же собственных колебаний зависит от начальных условий, например, в случае камертона от начального толчка или удара.

Силу, действующую при собственном гармоническом движении системы и поддерживающую его:

$$f = -m\omega^2 y \qquad (118\text{-}1)$$

мы представляем себе как внутреннюю силу упругости (закон Гука), например, в камертоне, струне, в воздухе и т. д. По аналогии и всякую иную периодическую силу, действующую по указанному закону (например, силу, обусловливающую колебания маятника), естественно называть квазиупругой * силой.

* Как бы упругой (латин.)

При действии только такой силы и трения мы имеем в данной системе затухающие колебания:

$$ma = -m\omega_0^2 y - rv; \qquad (118\text{-}2)$$

здесь: 1) $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ определяет период и частоту собственных колебаний системы; 2) r — коэффициент трения; rv — сила трения; $rv = r\,\frac{dy}{dt}$. Внесем эти значения в уравнение:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -m\omega_0^2\, y - r\,\frac{dy}{dt}. \qquad (118\text{-}3)$$

Пусть на эту колеблющуюся систему начала действовать *внешняя периодическая сила* с иной частотой $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$, где T_1 — период действующей внешней силы f_1, которую выразим так:

$$f_1 = F\sin\omega_1 t,$$

где F — амплитуда этой силы. При этих новых условиях уравнение движения принимает вид:

$$m\,\frac{d^2y}{dt^2} = m\omega_0^2\, y - r\,\frac{dy}{dt} + F\sin\omega_1 t. \qquad (118\text{-}4)$$

Действие новой силы, характеризуемой своей амплитудой, частотой и фазой, вызовет в системе *вынужденные колебания*, изменит существующую амплитуду колебаний в теле и внесет пертурбацию в фазу колебания; поэтому можно положить:

$$y = A\sin(\omega_1 t + \delta),$$

здесь A — амплитуда возникших в системе вынужденных колебаний, δ — разность между фазой действительно происходящих колебаний и фазой действующей внешней силы.

Дважды дифференцируя это выражение, находим v и a:

$$\frac{dy}{dt} = v = A\omega_1\cos(\omega_1 t + \delta);\ \ \frac{d^2y}{dt^2} = a = -A\,\omega_1^2\sin(\omega_1 t + \delta).$$

Затем y, v, a, внесем в уравнение движения:

$$[(-m\omega_1^2 + m\omega_0^2)\,A\cos\delta - r\omega_1 A\sin\delta - F]\sin\omega_1 t +$$
$$+ [(-m\omega_1^2 + m\omega_0^2)\,A\sin\delta + r\omega_1 A\cos\delta]\cos\omega_1 t = 0.$$

Это соотношение устанавливает связь между *собственными* (частота ω_0) и *вынужденными* (частота ω_1) колебаниями системы, которые возникли после появления внешней силы. Так как соотношение это имеет значение для всякого момента t, то, положив сначала $t = 0$ ($\omega_1 t = 0$), затем $t = \frac{T_1}{4}$ $\left(\omega_1 t = \frac{\pi}{2}\right)$, находим два уравнения:

$$mA(\omega_0^2 - \omega_1^2)\sin\delta + rA\omega_1\cos\delta = 0; \qquad (118\text{-}5)$$

$$mA(\omega_0^2 - \omega_1^2)\cos\delta - rA\omega_1\sin\delta = F. \qquad (118\text{-}6)$$

Получив эти уравнения, произведем ряд математических преобразований.

1. Из уравнений определим $A\sin\delta$ и $A\cos\delta$; находим $\operatorname{tg}\delta$.

2. Возведя в квадрат $A\sin\delta$ и $A\cos\delta$, т. е. найдя $A^2\sin^2\delta$ и $A^2\cos^2\delta$, сложим их и определим A.

3. В полученных формулах $\operatorname{tg}\delta$ и A исключим r, введя декремент затухания

$$r = 2\,m\varepsilon. \qquad (118\text{-}7)$$

После этих преобразований окончательно получим разность фаз δ и амплитуду A, которые обусловлены действием внешней силы:

$$\operatorname{tg}\delta = -\frac{2\varepsilon\omega_1}{\omega_0^2 - \omega_1^2};$$

$$A = \frac{F}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\varepsilon\omega_1^2}}. \qquad (118\text{-}8)$$

Следствия

1) Если ω_0 и ω_1 (или периоды T_0 и T_1) не равны, если они даже очень немного отличаются друг от друга, то знаменатель получает огромные значения. Так, например, при $\nu_0 = 110$ *гц*, $\nu_1 = 100$ *гц*, тогда $(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 = (82\,915)^2$. Если при этом и ε мало, то амплитуда вынужденных колебаний мала; кроме того, $\operatorname{tg}\delta \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow -\pi$; фаза вынужденных колебаний почти противоположна фазе внешнего воздействия. Действия внешней силы не усваиваются системой.

2) Если частота внешней силы ω_1 приближается к собственной частоте системы ω_0, то амплитуда A возрастает и при $\omega_1 = \omega_0$ достигает *максимума*:

$$A_{\text{макс}} = \frac{F}{2\varepsilon m\omega_0}. \qquad (118\text{-}9)$$

Это резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний и есть *резонанс* (рис. 356).

При этом $\operatorname{tg}\delta \rightarrow \infty$, $\delta \rightarrow -\frac{\pi}{2}$, фаза вынужденных колебаний на $\frac{\pi}{2}$ отстает от фазы внешней силы.

3) Из выражения $A_{\text{макс}}$ видно, что наиболее резкий резонанс имеем при малом ε, т. е. при незначительном затухании. Если же ε имеет большое значение, то амплитуды вынужденных колебаний уменьшаются, $A_{\text{макс}}$ становится менее выраженным (рис. 356). При сильном затухании резонанс вообще исчезает. Итак, *резо-*

нансными свойствами, т. е. способиостью отзываться на колебаиия одиой определеииой частоты ω обладают системы *с малым затуханием*.

Приведем пример резонаиса колебаний с двумя степенями свободы. Груз подвешен на пружине (рис. 335). Он может перемещаться по вертикали, причем пружина упруго растягивается и сжимается. Но груз может и качаться в вертикальной плоскости в качестве маятника. Подберем вес груза так, чтобы частота вертикальных колебаний была вдвое больше средней частоты колебаний груза как маятника. Сначала отклоиим груз в сторону и пустим. Мы заметим, что маятникообразные колебания быстро затухают, а вместо них начинаются и растут вертикальиые колебания вследствие сжатия и растягивания пружины. В свою очередь они постепенно затухают, и маятник начинает все быстрее раскачиваться. Этот

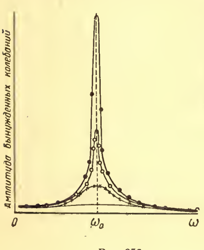


Рис. 356.

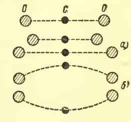


Рис. 357.

опыт перехода механической эиергии из одиого вида в другой — потенциальной энергии тяжести в кинетическую, затем в энергию упругости, опять в кинетическую и т. д. представляет собою пример резонансного явления (З о м м е р ф е л ь д, 1906 г.).

Советский ученый М а и д е л ь ш т а м применил его для иллюстрации некоторых особенностей колебаний молекул двуокиси углерода CO_2, в которых частота колебаний типа *а* (рис. 357) приблизительно в два раза превышает частоту колебаний типа *б*.

Во всех физических явлениях, связанных с колебаниями, в механике, акустике, оптике, в учении об электромагнитных колебаниях разонанс играет большую роль. Он приводит к тому, что малыми силами совершаются большие действия. Бесчисленны применения резонанса в технике. Но и вред резонансных явлений обнаруживается нередко. Если поставить на стол быстро вращающийся мотор, то становится заметным, как стол начинает трястись. Если толчки мотора попадут в резонанс с собственными колебаниями стола, то мотор скоро соскользнет со стола на пол. Подобное дей-

ствие оказывают движущиеся машины на свой фундамент. В автомобилях, на кораблях, на самолетах за вибрацией частей приходится тщательно следить, чтобы предотвратить поломки несущих частей из-за резонансных явлений.

В 1940 г. в США из-за большого ветра упала часть подвесного моста на реке Такома длиною 853 *м*. Причиной этой самой крупной в мире катастрофы с мостом были колебания моста, возникшие вследствие действия порывов ветра, раскачавших мост.

Академик А. Н. Крылов* посвятил свою книгу «Вибрация судов» мерам борьбы с вредными последствиями резонансных явлений на кораблях.

§ 119. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Лиссажу ** осуществил опыт, наглядно дающий результаты сложения колебаний, направленных взаимно перпендикулярно. Две пластины MA_1 и NA (камертоны, рис. 358) снабжены зеркалами M и N, колеблющимися в двух перпендикулярных направлениях; пластины приводятся в колебательное движение (колебания поддерживаются электромагнитами, вставленными между ножками камертонов). Если луч света от источника света S падает на одно из зеркал, то после отражения от него пятно на экране (зайчик) будет совершать простое гармоническое колебание. Но если после отражения от зеркала N, луч направить на зеркало M, то пятно на экране будет участвовать в двух колебаниях зеркал M и N и своими перемещениями изобразит результат сложения колебаний зеркал M и N.

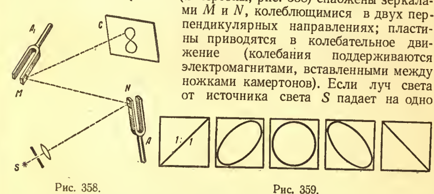


Рис. 358. Рис. 359.

Если периоды колебаний M и N одинаковы (например, колеблются унисонные камертоны), то на экране увидим или прямую, или эллипсы, или круг (рис. 359). Если периоды колебаний хотя бы немного отличаются друг от друга, то появляющиеся кривые будут иметь более сложный вид (рис. 358).

---

* Алексей Николаевич Крылов (1863—1945) — советский математик, механик и кораблестроитель — Герой Социалистического Труда, лауреат Государственной премии СССР 1941 г.

** Жюль Антуан Лиссажу (1822—1880) — французский физик, преподаватель лицея в Париже.

Изучим вопрос о сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одного и того же периода T. Пусть одно колебание направлено по оси OX (рис. 360), амплитуда его $OM = A_1$, другое — по оси OY, его амплитуда $ON = A_2$. Для данного момента времени t имеем уравнения двух отклонений:

$$x = A_1 \sin\varphi; \quad y = A_2 \sin\varphi_1.$$

Заметим, что фазы φ и φ_1 отсчитываются от начального положения радиусов-векторов точек M и N.

Пусть $\varphi_1 = \varphi - \delta$, где δ разность фаз этих колебаний; находим:

$$x = A_1 \sin\varphi; \quad y = A_2 \sin(\varphi - \delta). \qquad (119\text{-}1)$$

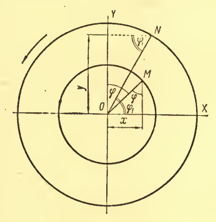


Рис. 360.

Из этих двух уравнений исключаем φ, чтобы получить соотношение колебаний, которое при данных условиях годилось бы для всех фаз:

$$\frac{y}{A_2} = \sin(\varphi - \delta) = \sin\varphi\cos\delta - \cos\varphi\sin\delta = \sin\varphi\cos\delta -$$

$$-(1 - \sin^2\varphi)^{\frac{1}{2}}\sin\delta = \frac{x}{A_1}\cos\delta - \left(1 - \frac{x^2}{A_1^2}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\delta;$$

$$\left(\frac{y}{A_2} - \frac{x}{A_1}\cos\delta\right)^2 = \left(1 - \frac{x^2}{A_1^2}\right)\sin^2\delta;$$

$$\frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos\delta + \frac{x^2}{A_1^2}\cos^2\delta = \sin^2\delta - \frac{x^2}{A_1^2}\sin^2\delta;$$

$$\frac{x^2}{A_1^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos\delta + \frac{y^2}{A_2^2} = \sin^2\delta. \qquad (119\text{-}2)$$

Мы получили уравнение кривой второго порядка, отнесенное к центру, составим его дискриминант:

$$\frac{\cos^2\delta}{A_1^2 A_2^2} - \frac{1}{A_1^2 A_2^2} < 0;$$

следовательно, это есть *уравнение эллипса*; эту кривую мы видели в числе *фигур Лиссажу*.

Рассмотрим частные случаи.

1) Если $\delta = 0$, то $\sin\delta = 0$, $\cos\delta = 1$; уравнение принимает вид:

$$\frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} + \frac{x^2}{A_1^2} = 0; \quad \left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0.$$

Получилось уравнение прямой:

$$\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} = 0; \quad y = \frac{A_2}{A_1} x. \qquad (119\text{-}3)$$

Прямую мы тоже видели среди фигур Лиссажу; теперь ясны условия ее появления: такая прямая, угловой коэффициент которой равен $\frac{A_2}{A_1}$, является в результате сложения двух колебаний, разность фаз которых $\delta = 0$; она наклонна к оси X под углом α, который определяется условием:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{A_2}{A_1}.$$

2) Если $\delta = \pi$, то $\cos\delta = -1$; $\sin\delta = 0$; из уравнения находим:

$$\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} = 0; \quad y = -\frac{A_2}{A_1} x.$$

Это тоже уравнение прямой, но образующей с осью X тупой угол $(\pi - \alpha)$, под условием:

$$\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\frac{A_2}{A_1}.$$

3) Если $\delta = \frac{\pi}{2}$ или $\delta = \frac{3}{2}\pi$, то $\cos\delta = 0$, $\sin^2\delta = 1$;

поэтому имеем:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1; \qquad (119\text{-}4)$$

это уравнение эллипса, для которого A_1 и A_2 суть главные оси, совпадающие с осями координат X и Y (рис. 361).

4) При $\delta = \frac{\pi}{4}$ тоже находим уравнение эллипса. Сложение таких двух колебаний (*I*, *II*,... и *1*, *2*, ...) по точкам дает движение, изображенное на рис. 362.

5) Наконец, если при предыдущих условиях $\delta = \frac{\pi}{2}$ или $\delta = \frac{3}{2}\pi$ еще имеем $A_1 = A_2$, то получаем уравнение окружности:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1; \quad x^2 + y^2 = A_1^2.$$

Рис. 361.

Рис. 362.

Окружность тоже являлась одной из фигур Л и с с а ж у; теперь мы видим условие ее появления: *два взаимно перпендикулярных колебания с разностью фаз $\delta = \frac{\pi}{2}$ или $\delta = \frac{3}{2}\pi$ с равными амплитудами и равными периодами, слагаясь, дают в результате круговое движение с тем же периодом и амплитудой*; разбор одновременных положений точек в I и II колебаниях (рис. 363; a_1 и a_2, b_1 и b_2) показывает, что при $\delta = \frac{\pi}{2}$ получаем левое круговое движение (против стрелки часов), при $\delta = \frac{3}{2}\pi$ — правое (по стрелке часов.)

Рис. 363.

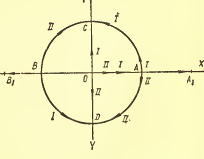


Рис. 364.

Обратно, *всякое круговое равномерное движение можно разложить на два гармонических колебания по взаимно перпендикулярным прямым с амплитудами*, равными радиусу круга, и с разностью фаз $\delta = \frac{\pi}{2}$ или $\delta = \frac{3}{2}\pi$.

Из последнего положения вытекает очень важное применимое в оптике следствие.

Представим себе, что по кругу радиуса r (рис. 364) имеем два равномерных и противоположных движения: одно — левое, против стрелки часов (I), второе — правое, по стрелке часов (II); периоды этих движений одинаковы, равны T. Пусть движущиеся точки вышли одновременно из A, встретились через время $\frac{T}{2}$ в B, затем опять в A и т. д.; диаметр AB определяет точки их встреч. Каждое из этих круговых движений для каждого момента движения t можем на основании предыдущего разложить на два простых гармонических по осям X и Y (по диаметру AB и CD):

I. Левое движение

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= r \sin \omega t, \\ y_1 &= r \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -r\cos\omega t. \end{aligned}\right\} \qquad (119\text{-}5)$$

II. Правое движение

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= r \sin \omega t, \\ y_2 &= r \sin\left(\omega t - \frac{3}{2}\pi\right) = \\ &= -r \sin\left[\pi + \left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)\right] = \\ &= r \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = r \cos\omega t. \end{aligned}\right\} \qquad (119\text{-}6)$$

Уравнения двух колебаний по оси X, т. е. по диаметру AB, показывают, что для каждого момента движения смещения x_1 и x_2 складываются, и по правилу сложения векторов результат смещения по направлению диаметра AB изобразится так:

$$\vec{x} = \vec{x_1} + \vec{x_2} = 2r \sin \omega t.$$

Далее, из тех же уравнений видим, что колебания по оси OY, т. е. по диаметру CD, взаимно уничтожаются:

$$\vec{y} = \vec{y_1} + \vec{y_2} = 0. \qquad (119\text{-}7)$$

Таким образом, приходим к заключению: *два круговых движения с одинаковыми периодами и амплитудами — левое* (*I*) *и правое* (*II*) — *слагаются в одно гармоническое колебание с двойной амплитудой* $2r = OA$ *и тем же периодом* T.

Если одно из движений, например, левое (*I*) имеет период несколько меньший, чем период правого, то встреча произойдет не в точке A, например, в точке A_1, встреча сдвинется по направлению более быстрого движения; следующая встреча еще несколько сдвинется в ту же сторону. Следовательно, можно сказать, что при некоторой разности периодов сложение двух противоположных круговых движений происходит по диаметру, вращающемуся в сторону более быстрого движения.

Мы рассматривали лишь перпендикулярные колебания с одинаковым периодом; если периоды складываемых колебаний различны, то, в зависимости от отношений периодов (например, 1 : 2, 2 : 3,...), получаются самые разнообразные и сложные фигуры, которые называются *фигурами Лиссажу*.

§ 120. Колебания связанных систем

Особый интерес представляют случаи, когда одна колеблющаяся система связана с другой системой, которая тоже может колебаться. Такие системы называются *связанными*. Очень простой пример связи представляют два маятника, соединенные нитью, несущей грузик. При помощи силы, действующей на нить, маятник A связан с маятником B (рис. 365). Если масса маятника B во время колебания удаляется от A, то сила связи между обоими маятниками становится больше, а при сближении — меньше. Маятник A получает в такт с колебаниями маятника B импульс периодически действующей силы, частота которой согласуется с частотой собственных колебаний A, но может отличаться от частоты колебаний B.

Наблюдения над колебаниями, наступающими под влиянием

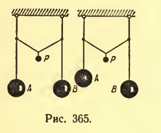


Рис. 365.

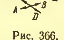


Рис. 366.

силы связи между маятниками разной длины, приводит к выводу, что маятник A приходит в колебания, когда маятник B колеблется. Его амплитуда возрастает с каждым новым импульсом в то время,

как амплитуда B убывает. Спустя известное время амплитуды A убывают, а B возрастают до тех пор, пока не наступит обратное явление. Отсюда устанавливается, что *энергия колебаний передается через связь от одной колеблющейся системы к другой и обратно.* Если периоды собственных колебаний обоих маятников равны, то обмен энергией осуществляется нацело.

Рассмотрим передачу энергии колебаний связанных маятников в случае их *резонанса*. Подвесим на нитях одинаковой длины две равных массы, например, по $\frac{1}{2}$ *кг* и соединим маятники тонкой нитью, нагруженной тяжестью. Оба связанных маятника имеют один и тот же период колебаний. Проведем опыт следующим образом.

1. Пустим *I* маятник (рис. 366) колебаться в направлении AB, перпендикулярном плоскости покоя обоих маятников. Тогда *II*

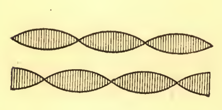


Рис. 367.

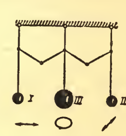


Рис. 368.

маятник начнет колебаться в том же направлении со все возрастающей амплитудой, в то время как амплитуда *I* маятника начнет убывать. После нескольких колебаний энергия колебания *I* маятника перейдет ко *II* маятнику. На мгновение *I* маятник остановится. Затем энергия тем же способом начнет переходить от *II* маятника к *I* и остановится *II* маятник и т. д. Графическое изображение таких колебаний изображено на рис. 367.

2. Теперь проведем тот же опыт, пустив *I* маятник колебаться по направлению CD. Маятник *II* начнет колебаться в той же плоскости. Передача энергии происходит как и раньше.

3. Если в качестве связи повесить больший груз, то разница окажется лишь в том, что процесс пойдет быстрее. В обратном случае, при малом весе связи, процесс передачи энергии продолжается дольше. Смотря потому, велика или мала сила связи, говорят о *сильной или слабой связи.*

4. Особенно замечателен следующий опыт. Между двумя синхронными маятниками *I* и *II* помещен третий маятник такой же длины, но с двойной массой (рис. 368). Три маятника соединены между собою двумя равными силами связи. Маятник *I* приводят в колебание в плоскости покоя, а затем через время равное $T/4$

приводят в колебание с такой же амплитудой в плоскости перпендикулярной чертежу. Энергия от *I* и *II* маятников переходит к *III* маятнику таким образом, что он приходит в круговое движение. Маятник *III* отдает полученную энергию снова *I* и *II*. При этом маятники *I* и *II* обмениваются энергией. Но колеблются они всегда перпендикулярно друг другу. Этот опыт подтверждает, что равномерное круговое движение может быть получено в результате сложения двух гармонических колебаний, а также, что каждое колебание можно получить из кругового движения.

Если два маятника колеблются с одинаковыми периодами, амплитудами и фазами колебаний, то никакого обмена энергией между ними не происходит. Должна быть разность в амплитудах или в фазах колебаний, чтобы энергия была получена или отдана. Наблюдая фазы колебаний двух маятников, находящихся в резонансе, увидим, что маятник, энергия которого отдается другому, на четверть периода опережает второй. Он находится в покое, когда другой испытывает наибольшее отклонение. Разность фаз колебаний составляет $T/4$. При обмене энергией эти соотношения оказываются взаимными.

§ 121. Колебания стержней, струн и пластин

Стержень — твердое призматическое или цилиндрическое тело, колебательные движения которого вызываются исключительно упругими силами, развивающимися вследствие изменения его формы. Стержень может быть закреплен на одном конце и свободен на другом, или закреплен на обоих концах, или закреплен посредине. Стержень может испытывать продольные и поперечные колебания. *Скорость* распространения по стержню *продольных* колебаний выражается формулой:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{121-1}$$

где E — модуль Юнга, ρ — плотность вещества стержня. Поперечные колебания стержня основного тона показаны на рис. 369 — *I*, первого добавочного тона — 369 — *II*, второго добавочного тона — 369 — *III*. Неподвижные точки — *узлы* колебаний, места наибольших амплитуд называются *пучностями*. В *I* случае внизу— закрепленный узел, вверху — свободный конец стержня — пучность. В *II* колебании — два узла и две пучности. В *III* колебании — 3 узла и 3 пучности и т. д.

Примером колебания стержней служит *камертон*.

На рис. 370 — *I* изображены колебания основного тона — камертона (2 узла и 3 пучности), *II* — добавочного тона (4 узла и 5 пучностей), *III* — еще одного добавочного тона (6 узлов и 7 пучностей).

Струною в теории называется твердое нитевидное тело, пло-

щадь поперечного сечения которого мала сравнительно с его длиною, и которое вовсе не сопротивляется изгибу, так что изменение его формы, не меняющее его длины, не вызывает в нем никаких упругих сил.

Пусть L — длина, R — радиус сечения струны, P — сила ее натяжения, ρ — плотность вещества струны, $M = \pi R^2 L\rho$ — масса струны, N — число колебаний в 1 *сек*, $T = \frac{1}{N}$ — период колебания. Законы поперечных колебаний струн были открыты Мерсенном* в 1636 г. (первый закон был указан Галилеем).

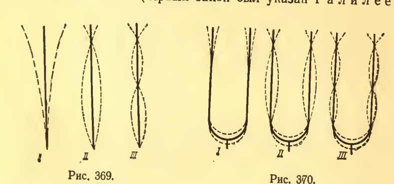


Рис. 369. Рис. 370.

Число колебаний струны N обратно пропорционально ее длине L и радиусу R, прямо пропорционально корню квадратному из силы натяжения P и обратно пропорционально корню квадратному из плотности ρ:

$$N = \frac{1}{2RL}\sqrt{\frac{P}{\pi\rho}}. \tag{121-2}$$

Тейлор** в 1713 г. теоретически вывел формулу:

$$N = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{P}{ML}}. \tag{121-3}$$

т. е. *число колебаний струны при данной длине и данном натяжении обратно пропорционально корню квадратному из ее массы.* Законы колебания струны изучаются на приборе, называемом сонометром, а при одной струне — *монохордом* (рис. 371).

Колеблющаяся струна имеет, кроме основного тона *I* (2 узла и 1 пучность), также добавочные тона, которые изображены на рис. 372: *II* — 3 узла и 2 пучности, *III* — 4 узла и 3 пучности.

* Марен Мерсенн (1588—1648) — французский ученый; работал по физико-математическим наукам, философии и музыке.

** Брук Тейлор (1685—1731) — английский математик.

Кроме поперечных колебаний, струна может совершать и продольные колебания, причем для основного тона также на средине струны образуется пучность, а на концах узлы.

Число продольных колебаний струны определяется формулой:

$$N' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{ES}{ML}}, \tag{121-4}$$

где E — модуль Юнга, S — площадь поперечного сечения струны, M — масса, L — длина струны.

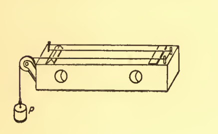


Рис. 371.

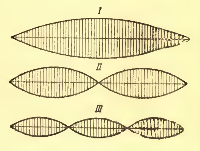


Рис. 372.

Мы видим, что

$$\frac{N}{N'} = \sqrt{\frac{P}{ES}}. \tag{121-5}$$

Пусть натяжение P вызвало удлинение струны ΔL. Произведение ES представляет собою натяжение, вызывающее удлинение равное L. Следовательно, $P : ES = \Delta L : L$ и

$$\frac{N}{N'} = \sqrt{\frac{\Delta L}{L}}. \tag{121-6}$$

Отсюда вытекает, что даже при сильнейшем натяжении P все же N' очень велико в сравнении с N, т. е. от продольных колебаний получается звук гораздо более высокий, чем от поперечных колебаний.

Подобно разнице между стержнями и струнами существует различие между пластинками и перепонками. *Пластинки* совершают поперечные колебания только под влиянием внутренних сил упругости, развивающихся при изменении их формы.

Перепонки лишены упругости и совершают движения только под влиянием натяжений, которым они подвергаются.

Колеблющиеся упругие пластинки можно посыпать песком. Песчинки соберутся в местах покоя — на *узловых линиях* и образуют характерные фигуры Хладни * (рис. 373).

* Эрнст Флоренс Хладни (1758—1827); работал в области акустики и метеоритики в Германии; чл.-корр. Петербургской Академии наук с 1794 г.

К и р х г о ф вывел формулу для числа *колебаний пластинки*:

$$N = k\frac{c}{S}\sqrt{\frac{E}{\rho}}, \qquad (121\text{-}7)$$

где c — толщина пластинки, S — площадь ее поверхности, E — модуль Юнга, ρ — плотность, k — числовой множитель, который для основного типа круглой пластинки равен $\pi/4$.

На *перепонке* также наблюдаются фигуры, подобные хладниевым. Весьма важно, что перепонку можно заставить произвести



Рис. 373.

«насильственные» колебания, не соответствующие ни одному из присущих ей колебаний.

§ 122. Нелинейные колебания и автоколебания

В природе и технике колебательные процессы бесконечно разнообразны. В XX в. учение о колебательных процессах получило мощное развитие благодаря необходимости построить теорию новых генераторов энергии, прежде всего — лампового генератора, основного прибора радиотехники.

Основание учения о колебаниях (собственных и затухающих) дал Г ю й г е н с в сочинении «Часы с маятником» (1673). В начале XIX в. оно получило дальнейшее развитие в акустике и оптике (Ф р е н е л ь и его многочисленные последователи), а во второй половине этого века — в области электромагнитных колебаний (У. Т о м с о н, М а к с в е л л, Г е р ц, А. С. П о п о в), а также в теории переменного тока. Новые методы исследований вынужденных колебаний и резонанса были разработаны лордом Р е л е е м (1883), академиком А. Н. К р ы л о в ы м (1898) в связи с изучением вибрации и устойчивости кораблей и академиком Б. Б. Г о л и ц ы н ы м (1912) в связи с изучением распространения и измерением волн землетрясений.

При математическом выражении этих вопросов появились нелинейные дифференциальные уравнения, т. е. такие, в которых переменные и производные их входят в высших степенях, например — в третьей степени. Это внесло математические затруднения в решение этих и подобных им проблем.

П р и м е р ы. 1) Уравнение колебаний диссипативной системы

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + m\omega^2 y + r\frac{dy}{dt} = 0 \qquad (122\text{-}1)$$

можно кратко записать так:

$$\ddot{y} + \omega^2 y + \frac{r}{m}\dot{y} = 0; \qquad (122\text{-}2)$$

это *линейное уравнение собственных колебаний диссипативной системы.*

2) Уравнение лампового генератора электромагнитных волн

$$\ddot{y} + \omega^2 y = (\alpha - \gamma\dot{y}^2)\dot{y}; \qquad (122\text{-}3)$$

нелинейное уравнение, так как содержит третью степень производной $\dot{y}$; α и γ — характеристики системы.

Голландский физик Ван-дер-Поль (и его школа) в ряде работ (с 1920 г.) дал приближенные решения некоторых из этих уравнений и тем положил начало изучению нелинейных колебаний.

Около 25 лет тому назад академики Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси дали точные методы исследования нелинейных проблем, в частности — электромагнитного генератора. В то же время А. А. Андронов* ввел новые идеи в учение о нелинейных колебаниях.

1. Он показал, что математический аппарат для решения вопроса о нелинейных колебаниях давно был уже дан знаменитыми математиками А. Пуанкаре (1881) и А. М. Ляпуновым (1892), которые разрабатывали его для решения задач небесной механики; их математические методы оказались пригодными для решения и анализа нелинейных колебаний.

2. Он ввел, развил и математически обосновал учение об *автоколебаниях.* Автоколебательной системой он называл такую систему, в которой для поддержания стационарного режима колебаний не требуется внешних периодических воздействий.

Энергия всякой реальной диссипативной колебательной системы рассеивается (переходит в тепло и т. д.), собственные колебания системы затухают. Поэтому для поддержания стационарного режима в состав автоколебательной системы должен быть включен источник энергии, покрывающий потери при колебаниях; таким образом, само устройство автоколебательной системы таково, что *постоянное по времени воздействие обусловливает в ней стационарный колебательный режим.*

Оказалось, что под определение автоколебательной системы подходит огромное число устройств при самых разнообразных явлениях. Наиболее показательный пример — часы как замкнутая динамическая система: постоянная сила (тяжесть или упругость

* Александр Александрович Андронов (1901—1952), профессор университета в Горьком, с 1946 г. академик.

пружины) вызывает в целесообразно устроенной системе колебательный процесс. Таковы же смычковые инструменты (скрипка): при равномерном движении смычка возникают колебания струны; органные трубы; все поршневые тепловые машины — постоянное (в среднем) давление пара обусловливает колебательное движение поршня и связанных с ним механизмов; всякая электрическая цепь с постоянным источником (аккумуляторы) и с молоточковым прерывателем — звонок, индуктор Румкорфа; сюда же относится деятельность сердечной мышцы. Наконец, самый важный пример — колебательный контур с генератором радиоволн (ламповый генератор), проблема которого и явилась важнейшим стимулом развития всей теории о нелинейных колебаниях и об автоколебательных системах.

Общий признак этих систем: внешнее постоянное непериодическое воздействие вызывает автоматически развиваемый в системе колебательный процесс.

Многие ученые и научные школы (Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси, А. А. Андронов, К. Ф. Теодорчик, Н. М. Крылов и Н. Н. Боголюбов) провели за последние десятилетия обширные исследования по теории автоколебательных систем. Дальнейшее развитие этого нового научного течения привело к общей теории автоматического регулирования машин (тепловых и других двигателей) без идеализации процессов, которая неизбежно появляется при менее общих методах исследования. Следующие шаги в изучении этих процессов позволяют перейти к построению общей теории автоматики и телемеханики.

Отметим сложность и новизну математического аппарата, который играет основную роль в построении теории автоколебаний. Учение об автоколебательных системах в ближайшем будущем охватит огромную область техники, которой оно даст необходимую теоретическую основу.

Глава XVI

ВОЛНЫ

§ 123. Образование волн

Отвлекаясь от внутреннего трения в теле и от других причин, влияющих на амплитуду колебаний, можно предвидеть, что вследствие внутренних связей колебательное движение будет распространяться в материальной среде и частицы B, C, D,... (рис. 374) будут повторять с запаздыванием движение начальной точки A, являющейся источником колебаний. Запаздывание выразится в том, что в каждый данный момент частицы тела, захваченные колебательным

движеиием, иаходятся в разиых фазах, ииаче — по разному отклоиены от своих иачальиых положеиий A, B, C, D,...

Если рассмотрим расположение частиц A, B, C, D,..., в иачальиом состоянии иаходящихся на одиой прямой (рис. 374), через время T после иачала колебаиия в A, т. е., в тот момеит, когда точка A, пройдя путь AA_1AA_2A (рис. 374, справа), закоичила колебаиие и в даииый момеит иаходится в положеиии A иа прямой ABC, то, идя от точки A вправо, найдем такую точку B, которая в этот момент ие успела еще завершить полиого колебания и иаходится в B_1; оиа совершила 7/8 полного колебаиия и по отиошеиию к A запаздывает иа 1/8 T; ей еще остается пройти вверх B_1B, чтобы

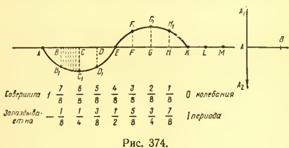


Рис. 374.

завершить полиое колебание. Далее, найдем точку C, которая запаздывает иа 1/4 T, D — на 3/8 T и т. д. и, иакоиец, точку K, которая запаздывает по сравиеиию с A иа целый период T; в тот момеит, когда A закончила одно полиое колебаиие, точка K еще не двигалась; оиа иачнет свое первое колебаиие, когда A начнет свое второе колебаиие. Дальше точки K находятся частицы L, M,..., до которых в рассматриваемый момеит еще не дошло колебательиое движеиие. Следовательио в течеиие времеии T колебательиое движеиие в нашем случае успело распростраииться иа расстояиие AK, причем вся совокупность частиц между A и K иаходится в разиых фазах отклоиеиия: между каждой парой взятых частиц (иапример, между B и C) иайдем миожество других частиц в промежуточиых фазах отклоиеиия. Если через положеиия всех этих частиц в даииый момеит проведем кривую, то, предполагая гармоническое движеиие по закоиу $y = A\sin \omega t$, вычертим сииусоиду (рис. 374).

Таким образом, в процессе передачи с запаздываиием колебаиий от иачальной частицы A другим частицам образовалось особое их расположеиие, при котором все частицы в одии и тот же момеит иаходятся в разиых фазах отклонеиия. Совокупиость отклоиеииых таким образом частиц называется *волной*.

В рассмотреиином случае колебаиия частиц происходили перпеидикулярио к линии распростраиеиия колебаиий (от A и K); такие колебания называются *поперечными*. Но то же рассуждение мож-

но применить и к *продольным* колебаниям (рис. 375), если частицы совершают колебания вдоль линии распространения волны по AM. Разница будет только в том, что при поперечных колебаниях частицы располагаются при отклонениях по синусоиде, а при продольных — по прямой AM, местами частицы сближены (например, ABC, GHK,...), местами разошлись (например, $CDEF$). Из этого

A B C D E F G H K L M

A B C D E F G H K L M

B_1 C_1 D_1 F_1 G_1 H_1

Совершила	1	$\frac{7}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	0 колебания
Запаздывает на	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1 периода

Рис. 375.

следует, что при продольных колебаниях изменяется *плотность* среды в разных областях, по которым распространяются эти колебания. Так, на рис. 376 видно сгущение и разрежение слоев воздуха около колеблющихся ветвей камертона.

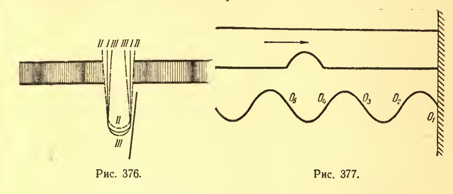


Рис. 376.

Рис. 377.

В случае же поперечных колебаний изменяется *форма* тела, по которому распространяются колебания; так, например, прямая струна или резиновая трубка (или веревка) при распространении по ним поперечных колебаний принимают вид (рис. 377) синусоиды; при распространении волн элементы, имеющие вид прямоугольных параллелепипедов (рис. 378), скашиваются, происходит деформация сдвига. Следовательно, поперечные колебания возможны только в твердых телах, так как только в них есть упругость формы и возникает возвращающая сила при изменении формы; жидкости и газы по их определению не обнаруживают упругости формы (модуль сдвига $n = 0$), и потому поперечные колебания в них не возникают. Заметим, что волны на поверхности воды (на море)

обязаны своим происхождением внешним силам — силе тяжести и силе ветра.

Все тела твердые, жидкие, газообразные обладают упругостью объема. При изменении объема или плотности в них возникают *возвращающие силы*, и потому продольные колебания возможны и в твердых, и в жидких, и в газообразных телах.

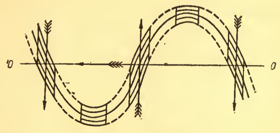


Рис. 378.

Таким образом, в твердом теле возможно одновременное образование двух волн — с поперечными и продольными колебаниями.

§ 124. Распространение волн

Распространяясь от источника колебаний A (рис. 379), волновой процесс в течение времени T — в течение одного периода — успел распространиться на расстояние AA_1, в следующий промежуток времени T — еще на A_1A_2, т. е. за время $2\,T$, на AA_2, $3\,T$ — на AA_3 и т. д.

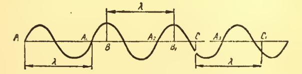


Рис. 379.

Совокупность точек, захваченных колебательным движением в течение одного периода и находящихся в данный момент во всех возможных фазах отклонения, называется *волной*, а расстояние, на которое успело распространиться колебательное движение в течение одного периода, называется *длиной волны* λ:

$$\lambda = AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots$$

Более общим является следующее определение: *длиной волны называется расстояние вдоль линии распространения волны между*

двумя последовательными точками, находящимися в одних и тех же фазах отклонения; на это расстояние волновое движение распространяется в течение одного периода:

$$AA_1 = BB_1 = CC_1 \ldots = \lambda.$$

Мы представляли себе, что колебательное движение передается от точки к точке, причем они расположены на одной прямой. В изотропном и однородном теле колебательный процесс в виде волн распространяется от источника колебаний O (рис. 380) по всем направлениям с одинаковой скоростью v, так что в каждый данный момент частицы в одних и тех же фазах отклонений будут располагаться на поверхности сфер $S_1, S_2, S_3, \ldots$ с радиусами $r_1, r_2, r_3, \ldots$ Каждую из этих сфер называем *поверхностью волны* или *фронтом волны*.

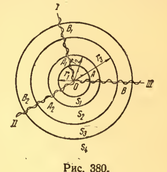


Рис. 380.

Энергия колебания, возникшего в O, распределяется на все точки поверхностей сфер S_1, S_2, $S_3, \ldots$, которые пропорциональны квадратам их радиусов:

$$S_1 = 4\pi r_1^2, \quad S_2 = 4\pi r_2^2, \quad S_3 = 4\pi r_3^2, \ \ldots$$

Поток энергии Φ из O будет распределяться последовательно на все точки поверхностей этих сфер, а потому *поверхностная плотность энергии* ψ, т. е. количество энергии на 1 $см^2$, будет убывать обратно пропорционально квадрату расстояния от источника O:

$$\psi = \frac{\Phi}{4\pi r^2}.$$

Так как энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды, то амплитуды колебания по мере образования сферических волн уменьшаются обратно пропорционально первой степени расстояния от источника:

$$A = k\frac{A_0}{r},$$

где A_0 — амплитуда начального колебания в точке O, k — коэффициент, зависящий от свойств среды.

Если скорость распространения волнового движения v постоянна, то из определения длины волны выводим важное соотношение:

$$\lambda = vT, \qquad (124\text{-}1)$$

или

$$\lambda = \frac{v}{\nu}; \quad \lambda\nu = v. \qquad (124\text{-}2)$$

Последняя формула обозначает, что длина волны λ обратно пропорциональна частоте ν.

Так, для скорости звука в воздухе при нормальных условиях (0°C, 760 *мм рт. ст.*) множество экспериментальных исследований дают число: $v = 331{,}8\ \frac{м}{сек}$; для температуры $t = 20$°C можно принять $v = 343\frac{м}{сек}$; зная это число, легко вычислить длину волны, которую образует в воздухе камертон, число колебаний в секунду которого $\nu = 256$:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = 1{,}3\ м.$$

Скорость передачи колебаний в данной среде определяет запаздывание передачи движений от точки к точке, что обусловливает образование волн. Скорость распространения волн, очевидно, должна зависеть от характера связей между частицами в данной среде, которые определяют ее упругость, и от плотности ее. Ньютон дал формулу, определяющую скорость распространения колебаний в зависимости от упругости и плотности среды:

а) *скорость продольных волн*:

$$v = \sqrt{\frac{k}{\rho}}, \tag{124-3}$$

где k — модуль сжатия, ρ — плотность среды;

б) *скорость поперечных волн*;

$$v = \sqrt{\frac{n}{\rho}}, \tag{124-4}$$

где n — модуль сдвига.

По этим формулам могут быть вычисляемы скорости распространения колебаний в разных средах, причем для их применения требуется тщательное обсуждение, что надо понимать под k и n для данного тела.

В твердом теле идут две волны — с поперечными и продольными колебаниями, и так как модуль сдвига n и модуль сжатия k не равны между собой для данной среды (вообще, $k > n$), то эти волны распространяются в твердом теле с разными скоростями, волна с продольными колебаниями идет впереди волны с поперечными.

В телах *анизотропных* — в кристаллах — скорость распространения волн по разным направлениям различна, поэтому в них идут волны не сферические.

Наконец, заметим, что часть сферической поверхности BB_1 (рис. 381), очень удаленной от центра колебаний, можно принять за плоскость BB_1; так возникает представление о *плоской волне*; все точки этой плоскости в данный момент находятся в одной фазе, почему эту плоскость можно назвать *фазовой плоскостью*.

§ 125. Уравнение волны

Положение точки M, являющейся источником колебаний, относительно ее начального положения O (рис. 382) выражается для всякого момента времени t уравнением:

$$y = A \sin \omega t, \tag{125-1}$$

причем t мы отсчитываем от начала колебаний точки M.

В каком положении находится через промежуток времени t после начала колебаний в точке O некоторая точка B, расстояние

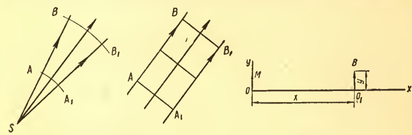


Рис. 381. Рис. 382.

которой от O таково, что колебательный процесс, распространяясь из O, доходит до O_1 через время τ, пройдя расстояние $OO_1 = x$? Этот промежуток времени τ естественно назвать *запаздыванием* точки B по сравнению с M. Обозначим время от начала колебаний в O_1 до рассматриваемого момента через t_1; тогда, применив формулу колебания к точке B, найдем отклонение ее y через время t_1 после начала ее колебаний:

$$y = A \sin \omega t_1;$$

но

$$t = \tau + t_1; \quad t_1 = t - \tau;$$

поэтому

$$y = A \sin \omega (t - \tau) = A \sin \frac{2\pi}{T} (t - \tau);$$

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\tau}{T} \right).$$

Через период T колебание распространилось на λ, через время t — на x, отсюда составим отношение:

$$\frac{\tau}{T} = \frac{x}{\lambda};$$

сделаем замену в предыдущей формуле:

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \tag{125-2}$$

Это *уравнение волны*, определяющее смещение любой точки B на поверхности волны для любого момента времени t, отсчитываемого от момента возникновения колебания в начале O, по отношению к которому дана координата точки B — абсцисса x.

Из уравнения волны мы видим, что $2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ есть фаза точки B в момент t; так как фаза точки M в тот же момент есть $\omega t = 2\pi\,\frac{t}{T}$, то величину

$$\delta = 2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) = 2\pi\frac{x}{\lambda} = 2\pi\frac{\tau}{T} = \omega\tau$$

естественно назвать *разностью фаз* колебаний в точках M и B. Уравнение волны может быть еще представлено так:

$$y = A\sin(\omega t - \delta);\quad y = A\sin(\varphi - \delta). \qquad (125\text{-}3)$$

Соединяя полученные равенства, находим важное соотношение:

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{\tau}{T} = \frac{\delta}{2\pi}. \qquad (125\text{-}4)$$

Это значит: путь волны в долях длины волны, запаздывание в долях периода и разность фаз в долях окружности выражаются одним и тем же числом.

В предыдущей теории распространения волн допущена некоторая идеализация явления, именно, не учтено затухание колебаний как начальной точки O, так и точек, которым передается движение; амплитуды их вследствие трения и других причин будут убывать в зависимости от времени и расстояния от O.

Обобщим предыдущие выводы.

Пусть волна распространяется по направлению оси x. Смещение y в каждой точке x в данный момент времени есть функция двух переменных x и t:

$$y = f(x,\ t).$$

Тогда:

1) Известная связь, выражаемая второй производной по t:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y = -\frac{4\pi^2}{T^2}\,y. \qquad (125\text{-}5)$$

2) Дважды дифференцируем уравнение волны по x:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\,y. \qquad (125\text{-}6)$$

Отсюда

$$y = -\frac{\lambda^2}{4\pi^2}\,\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}.$$

Из соотношения

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2}\frac{x}{\partial\ {}^2},\qquad \frac{\lambda}{T} = v, \qquad (125\text{-}7)$$

находим *общее уравнение волны*, распространяющейся по направлению оси x:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \qquad (125\text{-}8)$$

Это уравнение дает связь величин y, x, t для всякой точки при прохождении волны через эту точку.

§ 126. Волны на поверхности воды

Общее понятие о волнах происходит от знакомства с волнами на поверхности жидкости. Так как именно на них особенно наглядны основные понятия, то полезно с ними ознакомиться. Движение воды в волне заключается в круговом движении частичек вблизи поверхности воды. При рассмотрении состояния волны в определенный момент времени оказывается, что расположенные в направлении распространения волны частички продвинутся в своем круговом движении тем больше, чем ближе они находятся к источнику колебаний, т. е. тем более их отклонение по фазе от начальной фазы (рис. 383). На *гребнях волн* частички воды движутся в направ-

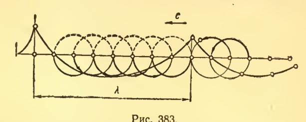


Рис. 383.

лении скорости волны c, во *впадинах* — в обратном направлении. *Расстояние между двумя последовательными гребнями волн или впадинами*, вообще, между двумя последовательными точками, в которых частички воды находятся в одинаковых колебательных состояниях, т. е. их фазы разнятся на 2π, называется *длиной волны* λ. Пусть угловая скорость водяных частиц равна ω. Время обращения по кругу

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Это и будет период волны:

$$T = \frac{\lambda}{c};$$

отсюда

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}. \qquad (126\text{-}1)$$

Целесообразно рассматривать состояние волны в такой координатной системе, которая движется со скоростью волны c по направлению распространения волны. По отношению к этой системе гребни и впадины волны находятся в покое на своих местах, а покоящаяся как целое в неподвижной координатной системе вода в этой системе течет со скоростью c. В неподвижной относительно жидкости системе скорость траектории вращающейся частички жидкости равна $r\omega$, где r — радиус траектории, или $2\pi rc/\lambda$. В движущейся системе она поэтому равна

$$\text{на гребнях} \quad v_1 = -c + \frac{2\pi rc}{\lambda},$$

$$\text{во впадинах} \quad v_2 = -c - \frac{2\pi rc}{\lambda}.$$

Так как жидкость в движущейся системе сохраняет неизменную свою форму всюду, в ней установился *стационарный поток* жидкости, линии тока которого образуются кружащимися частичками жидкости. К нему можно применить уравнение Бернулли. Давление p на гребнях и впадинах волн, как и по всей поверхности, одно и тоже, а именно, *атмосферное давление*. Высоту h будем отсчитывать от поверхности уровня жидкости. Во впадинах она равна $-r$, на гребнях $+r$, где r — радиус орбиты поверхностных частичек. Тогда уравнение Бернулли для этих положений:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p + \rho gr = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p - \rho gr,$$

или

$$v_2^2 - v_1^2 = 4gr = \frac{8\pi rc^2}{\lambda}. \qquad (126\text{-}2)$$

Отсюда

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = \frac{g}{\omega},$$

или

$$\lambda = \frac{2\pi c^2}{g} = \frac{2\pi g}{\omega^2}. \qquad (126\text{-}3)$$

Обыкновенно водяные волны возбуждаются ветром и скорость их распространения определяется скоростью ветра. В этом случае λ и ω являются функциями скорости c. Если же волна возбуждается вынужденными колебаниями частотой ν, т. е. угловой частотой $2\pi\nu$, то $\omega = 2\pi\nu$, а c и λ являются функциями ω или ν. Если же волна возбуждена брошенным на жидкость телом, то частота тоже является аргументом. Она равна частоте, с которой впадина поверхности, образованная телом, снова выравнивается и в основном определяется размерами тела. Из написанных выше формул видно, что она не

зависит от плотности жидкости, ни от высоты волн. Но при очень больших высотах волн приведенная теория не оправдывается, и скорость зависит от высоты.

Волны такого рода, состояние которых определяется силой тяжести, называются *гравитационными волнами*. Влияние силы тяжести здесь сказывается в том, что возмущенная поверхность жидкости стремится стать снова горизонтальной, т. е. создается *возвращающая сила* для колебаний частичек жидкости. Но в том же значении действует и сила *поверхностного натяжения*. Если учесть и ее действие, то уравнение для скорости поверхностной волны станет равной:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \alpha\frac{2\pi}{\rho\lambda}}, \tag{126-4}$$

где α — капиллярная постоянная жидкости. При длинных волнах преобладает первый член, при коротких волнах — второй член суммы. *Для капиллярных волн*

$$c = \sqrt{\frac{2\pi\alpha}{\rho\lambda}}. \tag{126-5}$$

Эти маленькие волны наблюдаются на поверхности воды при совсем слабом ветре или при легком постукивании стакана с водой. Из написанного уравнения следует, что скорость волны проходит через минимум при длине волны

$$\lambda = 2\pi\sqrt{\frac{\alpha}{\rho g}}. \tag{126-6}$$

Соответствующее наименьшее значение $c = \sqrt{\frac{4\alpha g}{\rho}}$. Эта *критическая скорость* для воды около 23 *см* · *сек*$^{-1}$, а соответствующая длина волны 1,7 *см*.

Волновое движение простирается на известную, зависящую от высоты волн, глубину. На мелководье они простираются до дна. В этом случае частички воды испытывают во впадинах волн у дна торможение и поступательное движение волн у их основания замедляется, в то время как гребни волн еще движутся беспрепятственно. Поэтому они начинают перегонять впадины и, наконец, перекатываются через них. Так возникает *прибой* на мелководье. *Гравитационные волны* появляются и на границе двух воздушных слоев различной температуры, когда они скользят один относительно другого (воздушная зыбь). Часто на их гребнях появляются облачные образования.

§ 127. Групповая и фазовая скорости

Мы уже познакомились с тем, что скорость распространения волны есть скорость распространения процесса, не совпадающая со скоростью колебаний отдельных частичек, осуществляющих

этот процесс. Но величина скорости волны зависит и от того, в каком направлении ее измерять. Если вдоль реки распространяется несколько волн (цуг волн), то скорость перемещения гребней (или впадин) волн по направлению, перпендикулярному гребням, представляет собою то, что называют *групповой скоростью* волн u. Если мы будем наблюдать перемещение гребней вдоль какой-либо наклонной к перпендикуляру линии, то скорость гребней в косом направлении будет иной, чем в перпендикулярном к гребням направлении. Это же самое можно выразить иначе: пусть цуг волн движется не вдоль реки, а косо по отношению к берегу. Тогда скорость перемещения гребней вдоль берега будет иной, чем групповая скорость. Это значит, что точки поверхности волны, находящиеся в одной фазе (например, гребни волн), вдоль берега будут перемещаться с иной скоростью, называемой *фазовой скоростью* v.

При *нормальной дисперсии*, если $d\lambda > 0$, то $dv > 0$, т. е. с *увеличением длины волны фазовая скорость возрастает.*

Наоборот, если $\frac{dv}{d\lambda} < 0$, имеет место *аномальная дисперсия*: с увеличением длины волны фазовая скорость убывает.

Для гравитационных волн на поверхности жидкости из формулы

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \qquad (127\text{-}1)$$

имеем

$$\frac{dv}{d\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad u < v.$$

Для капиллярных волн

$$v = \sqrt{\frac{2\pi\alpha}{\rho\lambda}} \qquad (127\text{-}2)$$

имеем

$$\frac{dv}{d\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad u > v.$$

При отсутствии дисперсии $\frac{dv}{d\lambda} = 0$ и $u = v$.

Если нет поглощения, то групповая скорость равна скорости перемещения энергии в волне. В этом частном случае можно рассматривать групповую скорость как скорость перемещения энергии в волне, а фазовая скорость остается скоростью перемещения одной и той же фазы. В этом случае плотность энергии W и плотность потока энергии S связаны соотношением $S = Wu$. В оптических измерениях измеряется *групповая*, а не фазовая скорость света.

Заметим, что описание сложных форм колебаний графическим путем можно упростить, если сложный колебательный процесс представить в виде *спектра*. Приведем пример: пусть даны прямоугольные колебания (рис. 384). По формуле Фурье:

$$x = \frac{4A}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\,\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\,\omega t + \cdots\right),$$

где x — отклонение, A — амплитуда, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T — период.

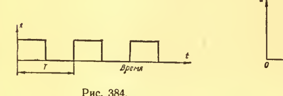


Рис. 384.

Рис. 385.

Этот сложный колебательный процесс можно представить графически так: на горизонтальной оси абсцисс откладываются абсциссы частоты отдельных частных колебаний, а ординаты, называемые *спектральными линиями*, своей длиной изображают амплитуды отдельных используемых частных колебаний (рис. 385). Это линейчатый спектр, в нем a — общий делитель используемых частот.

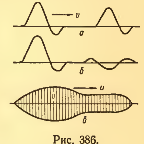


Рис. 386.

Лишь в том случае, когда волновое возмущение перемещается без деформации с одной и той же скоростью, групповая скорость u и фазовая скорость v совпадают (рис. 386, *а*). Таково распространение электромагнитных волн в вакууме, акустических волн в воздухе. Но если форма возмущения при распространении изменяется (рис. 386, *б*), то уже нельзя отождествлять точки возмущения в разные моменты времени. В таких случаях групповая скорость приближенно характеризует распространение возмущения при условии: 1) когда интенсивность возмущения не влияет на его распространение (так называемая линейная среда) и 2) когда возмущение представляет собою волну с плавными и медленными отклонениями от гармоничности во времени, т. е. волна имеет вид синусоиды с плавно меняющейся амплитудой и фазой так, чтобы можно было представить себе огибающую, определяющую форму такого возмущения (на рис. 386, *в* обозначены: u — групповая скорость, v — фазовая скорость). Если фазовая скорость v — зависит от угловой частоты ω, то говорят о дисперсии волн, при этом

составляющие волн перемещаются с разными фазовыми скоростями. Результирующее возмущение будет иметь в разное время разную форму. Для промежутка времени, в течение которого форма огибающей цуга волн сохраняется, можно говорить о групповой скорости u, а внутри огибающей поверхности волна перемещается со средней фазовой скоростью v (рис. 386, *в*).

Из теории выведена следующая формула Релея, устанавливающая связь между групповой скоростью u и фазовой скоростью v:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \qquad (127\text{-}3)$$

Если $\frac{dv}{d\lambda} > 0$, то групповая скорость меньше фазовой, такая дисперсия называется *нормальной*.

§ 128. Образование стоячих волн

Когда в некоторой точке тела (в струне, камертоне, трубе и т. д.) возникает колебательное движение, оно волнообразно распространяется до границ тела; там энергия волны разделяется, часть ее проникает в среду, окружающую тело (например, в воздух), часть остается в теле, обусловливая образование отраженной волны, которая, распространяясь в теле, встречается с новыми волнами, идущими к границе тела. В результате сложения колебаний внутри тела образуется система *стоячих волн*, разделяющих все тело неподвижными точками, называемыми *узлами*, на стационарные части, которые колеблются как бы независимо от других частей тела.

Образование стоячих волн легко заметить на струне (при помощи бумажных рейтеров) или на резиновой трубке, у которой один конец неподвижно закреплен, а другой — периодически приводится в колебание; узлы остаются неподвижными; точки между ними колеблются с разными амплитудами; точки с наибольшими амплитудами называем *пучностями*.

Для того чтобы система стоячих волн, возникших в теле, поддерживалась, необходимо соответствие длины волны с размерами и формой тела и с характером происходящих у его границ отражений; это соответствие определит период *собственных колебаний* тела. Можно так подобрать длину струны и ее натяжение, что колебания данного камертона приведут ее в состояние стоячих волн.

Вообще таких периодов для всякого тела существует несколько, но один из них с наибольшим значением T (и наименьшим ν) называется *основным*, остальные собственные периоды будут верхние гармонические:

$$\frac{1}{2}T,\ \frac{1}{3}T,\ \frac{1}{4}T,\ \ldots;\ 2\nu,\ 3\nu,\ 4\nu,\ \ldots$$

Итак, пусть волновой колебательный процесс, возникший в точке O тела (рис. 387), распространяется до границы тела в B; там падающая из O волна отразится и пойдет обратно от B к O, навстречу идущим из O новым волнам. Напишем уравнение этих волн для некоторой точки C, находящейся на расстоянии x от O и x_1 от B.

1) Волна, падающая из O к B:

$$y_1 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right). \qquad (128\text{-}1)$$

2) Волна, отраженная в B; путь ее до точки C будет $x + 2x_1$:

$$y_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{2x_1}{\lambda} - d\right); \qquad (128\text{-}2)$$

здесь d — особая величина, от которой зависит разность фаз, могущая возникнуть при отражении. Если обозначим разность фаз через δ, то $\delta = 2\pi d$.

Рис. 387

3) Сложное отклонение точки C, обусловленное действием волн, падающих и отраженных, изобразится так:

$$y = y_1 + y_2 = A\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{2x_1}{\lambda} - d\right)\right] =$$

$$= 2A\cos 2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda} + \frac{d}{2}\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{x_1}{\lambda} - \frac{d}{2}\right).$$

Положив $x + x_1 = l$, находим:

$$y = 2A\cos 2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda} + \frac{d}{2}\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} - \frac{d}{2}\right). \qquad (128\text{-}3)$$

Сравнив это уравнение с обычным видом уравнения для гармонического колебания периодического процесса $y = A\sin\varphi$, видим:

а) *Амплитуда стоячей волны*:

$$A_2 = 2A\cos 2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda} + \frac{d}{2}\right) \qquad (128\text{-}4)$$

зависит от положения точки C и для данной точки имеет постоянное значение, при данном d.

б) *Фаза*:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} - \frac{d}{2}\right) \qquad (128\text{-}5)$$

зависит от t и d, значит, в *данный момент все точки волны имеют одну и ту же фазу*: φ или $\varphi + \pi$.

Исследуем характер зависимости амплитуды стоячей волны от положения точки C и от разности фаз δ. Могут быть два случая:

I. Если точка B поверхности, отражающей волну, неподвижна и неспособна прийти в движение под действием волны, то амплитуда в точке B, т. е. при $x_1 = 0$, есть нуль:

$$A_1 = 2A \cos 2\pi \frac{d}{2} = 0.$$

Следовательно,

$$\cos \pi d = 0; \quad \pi d = \frac{\pi}{2}; \quad d = \frac{1}{2}.$$

Это значит, что *при отражении от поверхности в точке B*, которая не может следовать за падающей волной (например, наглухо закрепленный конец резиновой трубки), *возникает разность фаз падающей и отраженной волны*:

$$\delta = 2\pi d = \frac{1}{2} \cdot 2\pi = \pi.$$

Иначе этот результат можем выразить так: *отражение* в этом случае происходит с переменой знака смещения, или *с потерей полволны*. Это определение станет ясно, если обратим внимание (рис. 388) на то, что при неподвижной точке B не образуется греб-

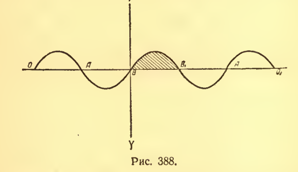


Рис. 388.

ня BB_1, который появился бы, если бы не было препятствия в B; оно действует как импульс в данном случае вниз, и потому отраженная волна будет иметь вид BAO, из последовательности гребней и впадин выпадает полволны BB_1.

Зависимость значения амплитуды от положения точки C при этом условии выразится так:

$$A_1 = 2A \cos 2\pi \left(\frac{x_1}{\lambda} + \frac{1}{4}\right).$$

1) Расположение узлов определится из условия:

$$A_1 = 0; \quad \cos 2\pi \left(\frac{x_1}{\lambda} + \frac{1}{4}\right) = 0.$$

Это условие соблюдено для тех точек, в которых имеет место зависимость:

$$2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda}+\frac{1}{4}\right)=(2n+1)\frac{\pi}{2};$$

отсюда

$$x_1 = n\frac{\lambda}{2}. \qquad (128\text{-}6)$$

Полагая $n = 0, 1, 2, 3, ..$, находим точки, в которых расположены узлы:

$$x_1 = 0,\ \frac{\lambda}{2},\ \frac{2\lambda}{2},\ \frac{3\lambda}{2},\ldots,$$

$$A_1 = 0,\ 0,\ 0,\ 0\ \ \ldots$$

В точке B узел и далее узлы идут A_1, A_2, A_3, ... через полволны (рис. 389).

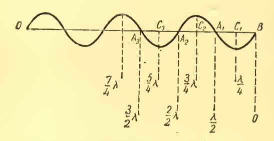


Рис. 389.

2) Расположение пучностей найдем из условия, что в этих точках амплитуды максимальны:

$$\cos 2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda}+\frac{1}{4}\right)=\pm 1;$$

или

$$2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda}+\frac{1}{4}\right)=2n\frac{\pi}{2};$$

$$x_1=\frac{n\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}. \qquad (128\text{-}7)$$

Полагая $n = 1, 2, 3, \ldots$, находим точки, в которых расположены пучности:

$$x_1=\frac{\lambda}{4},\ \frac{3}{4}\lambda,\ \frac{5}{4}\lambda,\ldots,$$

$$A_1 = -2A,\ +2A,\ -2A,\ldots$$

Налево от B идут пучности через полволны в точках $\frac{\lambda}{4}$, $\frac{3}{4}\lambda$, $\frac{5}{4}\lambda, \ldots$, на четверть волны от ближайшего узла.

II. Если точка B отражающей поверхности способна к перемещению (например, конец толстой трубки привязан к тонкой веревочке), тогда в точке B падающая волна не встретит непреодолимого препятствия и *потери полволны не происходит*; на рис. 390 точка B движется вверх, и отраженная волна будет продолжением падающей.

Это значит, что в B будет пучность, а амплитуда при $x_1 = 0$ имеет максимальное значение:

$$A_1 = 2A \cos 2\pi \left(\frac{x_1}{\lambda} + \frac{d}{2}\right);$$

$$A_1 = 2A \cos 2\pi \frac{d}{2};$$

$$\cos \pi d = 1;\ d = 0;\ \delta = 0.$$

Рис. 390.

Следовательно, *в этом случае не возникает разности фаз падающей и отраженной волны*, фаза отраженной волны есть следующая фаза падающей, *нет потери полволны*.

Общая формула амплитуды имеет вид:

$$A_1 = 2A \cos 2\pi \frac{x_1}{\lambda}. \tag{128-8}$$

Отсюда находим:

1) Расположение узлов (рис. 390) A_1, A_2, A_3, ...:

$$A_1 = 0; \quad \cos 2\pi \frac{x_1}{\lambda} = 0;\ 2\pi \frac{x_1}{\lambda} = (2n+1)\frac{\pi}{2};$$

$$x_1 = \frac{n\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4};$$

$$n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \dots$$

$$x_1 = \frac{\lambda}{4},\ \frac{3}{4}\lambda,\ \frac{5}{4}\lambda,\ \frac{7}{4}\lambda,\ \dots$$

$$A_1 = 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ \dots$$

2) Расположение пучностей:

$$\cos 2\pi \frac{x_1}{\lambda} = \pm 1;\ 2\pi \frac{x_1}{\lambda} = 2n\frac{\pi}{2};$$

$$x_1 = \frac{n\lambda}{2};$$

$$n = 0, \quad 1 \quad 2, \quad 3, \dots,$$

$$x_1 = 0, \quad \frac{\lambda}{2}, \quad 2\frac{\lambda}{2}, \quad 3\frac{\lambda}{2}, \dots,$$

$$A_1 = +2A,\ -2A,\ +2A,\ -2A,\ \dots$$

Все изложенное приводит к следующим заключениям.

I. Результат сложения двух встречных волн представляет собою волну, все точки которой в данный момент t имеют фазы $2\pi \frac{t}{T}$ или $2\pi \frac{t}{T} + \pi$; амплитуды различны для всех точек в зависимости от x, а для каждой точки имеют постоянное значение во все время процесса.

II. Узлы A, A_1, A_2, ... находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$, также и пучности расположены друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$; узел от пучности отстоит на расстоянии $\frac{\lambda}{4}$. Точки, отстоящие друг от друга на четное число полуволн $0, 2\frac{\lambda}{2}, 4\frac{\lambda}{2}$, находятся в данный момент в одинаковых фазах, а точки, отстоящие друг от друга на нечетное число полуволн $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}, 5\frac{\lambda}{2}, \ldots$, находятся в противоположных фазах. Между каждым узлом и ближайшей пучностью находятся точки, амплитуды которых заключаются между O и $\pm 2A$.

III. Процесс сложения двух волн, идущих навстречу друг другу, в результате которого образуется стоячая волна, графически изображен на рис. 391. Направление движения синусоид отмечено стрелками, положение встречных волн зафиксировано через $\frac{1}{16}$ T тонкими линиями, а результат сложения — стоячая волна — толстой линией. Расположение узлов намечено пунктиром.

Рис. 391.

IV. Существуют для всякого тела своеобразные условия, при которых в нем могут образоваться устойчивые стоячие волны при данном периоде T:

1) Если обе границы тела O и B (рис. 389) находятся в одном и том же положении, обе неподвижны или обе свободны, то для образования в этом теле стоячей волны длина ее должна быть такова, чтобы на расстоянии OB поместилось целое число полуволн или четное число четвертей волны.

2) Если же в теле один конец B свободен, а другой O неподвижен (или обратно, рис. 390), то на расстоянии OB должно быть нечетное число четвертей волны.

Если эти условия соблюдены, то в теле образуются стоячие волны, которые поддерживают последовательность отражений от O или B и лишь постепенно затухают от внешних, неизбежных сопротивлений. Если же эти условия не соблюдены, то стоячие волны не образуются, происходят беспорядочные отражения, и волны гаснут от беспорядочной интерференции.

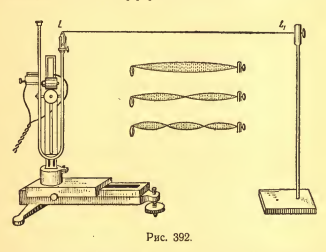


Рис. 392.

V. Мельде наблюдал особого рода образование стоячих волн (1860). Струна LL_1 (рис. 392) прикреплена на одном конце наглухо, другой конец — к ножке камертона. Когда камертон звучит, на струне образуются стоячие волны: меняя натяжение струны, изменяем расположение пучностей и узлов.

Самое замечательное в этом опыте то, что колебания камертона направлены вдоль струн, а колебания точек струны — перпендикулярно к ней. Дело в том, что колебания ветви камертона изменяют один из параметров струны — ее натяжение; поэтому она то больше, то меньше прогибается под действием силы тяжести, возникают поперечные колебания ее точек. Длина образуемых стоячих волн в n раз ($n = 1, 2, 3, \ldots$) больше волны камертона (или число колебаний струны в $\frac{n}{2}$ раза меньше числа колебаний камертона). Такие колебания называются *«параметрическими»*, так как

они зависят от изменения параметра системы — в данном случае натяжения струны.

Рассмотрим несколько простых примеров возникновения стоячих волн.

Когда в некоторой точке тела (в струне, камертоне, трубе и т. д.) возникает колебательное движение, то оно распространяется в виде волны до границы тела, где происходит образование отраженной и преломленной волны. Отраженная волна идет по обратному направлению в теле и встречается с новыми, идущими к границе тела, волнами. Таким образом, возникает условие для образования в теле *стоячих волн в результате сложения волн*, распространяющихся от источника и отраженных от границ тела.

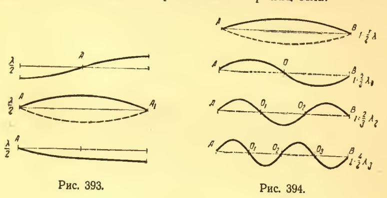


Рис. 393. Рис. 394.

Но для того чтобы система стоячих волн, возникших в теле, поддерживалась в нем, необходимо соответствие длины волны с размерами и формой тела и с характером происходящих отражений. Это соответствие и определит период и частоту собственных колебаний тела; в акустическом отношении оно определит *собственный тон* тела. Вообще, надо заметить, что для всякого тела существует несколько собственных периодов, но один из них имеет наибольшее значение T и соответствует наименьшему числу колебаний $\left(\nu = \frac{1}{T}\right)$ и волне наибольшей длины ($\lambda = vT$); остальные собственные периоды будут верхние гармонические или *гармоники*:

$$\frac{1}{2}T,\ \frac{1}{3}T,\ \frac{1}{4}T, \ldots;\ 2\nu,\ 3\nu,\ 4\nu, \ldots$$

Ясно, что колебание с основным периодом образуется тогда, когда по всему размеру тела (например, по длине струны, по длине резиновой трубки) имеется наименьшее число узлов (рис. 393): один узел A посредине $\left(\text{длина тела } \frac{\lambda}{2}\right)$, или два узла на кон-

цах $\left(\text{длина } \frac{\lambda}{2}\right)$, или один узел на одном конце, на другом пучность $\left(\text{длина } \frac{\lambda}{4}\right)$ и т. д.

Итак, наибольшей из возможных волн соответствует наибольший *собственный период* тела, или наименьшая частота (в акустике — низкий звук); это — *основной период*, кроме него возможны меньшие собственные периоды тела, гармонические по отношению к основному.

Приложим это общее рассуждение к частным случаям.

1. *Струна* длиной $AB = l$ (рис. 394) укреплена с двух концов в A и B; в этих точках возможны только узлы. Поэтому длина наибольшей стоячей волны $\lambda = 2l$; такая волна образуется, когда все тело колеблется как одно целое — на концах два узла, посредине одна пучность; имеем:

$$\lambda = 2l;\ T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2l}{v};\ \nu = \frac{v}{2l};$$

так определится *основной, собственный период* этого тела и число колебаний, его *собственная основная частота*.

2. Затем возможны *гармонические колебания* с периодами $\frac{1}{2}T$, $\frac{1}{3}T, \frac{1}{4}T, \ldots$ И действительно, струна AB может колебаться так, что посредине в O и на концах в A и B будут узлы; тогда длина волны λ_1:

$$\lambda_1 = l;\ T_1 = \frac{\lambda_1}{v} = \frac{l}{v} = \frac{1}{2}\frac{2l}{v} = \frac{1}{2}T;$$

$$\nu_1 = \frac{1}{T_1} = 2\nu.$$

3. При двух узлах на концах A и B могут возникнуть еще два узла в O_1 и O_2, которые разделят струну на три равные части; для этого стоит только в O_1 нажать пальцем (скрипка) или поставить подпорку («кобылку»). Тогда:

$$l = \frac{3}{4}\lambda_2;\ \lambda_2 = \frac{2}{3}l;\ \ T_2 = \frac{\lambda_2}{v} = \frac{1}{3}\frac{2l}{v} = \frac{1}{3}T;\ \ \nu_2 = \frac{1}{T_2} = 3\nu.$$

4. Может быть и такое разделение струны, что на ней возникнет пять узлов; тогда:

$$l = \frac{4}{2}\lambda_3;\ \lambda_3 = \frac{2}{4}l = \frac{1}{2}l;$$

$$T_3 = \frac{1}{4}T;\ \nu_3 = 4\nu,$$

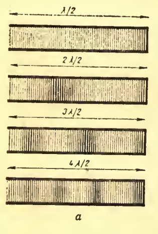
и так далее; возможно еще большее число узлов, разделяющих тело на более мелкие части, периоды будут гармонически уменьшаться, числа колебаний — гармонически увеличиваться, тон повышаться:

$$T:T_1:T_2:T_3:\ldots = 1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\ldots;\quad \nu:\nu_1:\nu_2:\nu_3:\ldots = 1:2:3:\ldots$$

Формулы колебаний струны были приведены раньше (§ 121).

В *трубах* (органных, гобое, тромбоне и т. д.) воздух при вдувании приводится в колебательное движение и образует по длине трубы почти плоские волны (если труба не очень широка). Трубы бывают закрытые и открытые.

1) *В закрытой трубе* отверстие на одном конце закрыто (рис. 395, *a*); оно находится против того, в которое вдувается воздух и



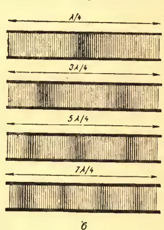


Рис. 395.

где он при помощи сужения того или другого устройства приводится в колебание. Ясно, что при этом закрытом конце может быть только узел, чем и определяется характер возможных для этой трубы стоячих волн: где вдувается воздух — пучность, закрытый конец — узел, основной тон определяется условием:

$$l = \frac{\lambda}{4};\quad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{4l}{v};\quad \nu = \frac{1}{4l}v.$$

Здесь l — длина трубы. Высшие гармонические по распределению узлов имеют частоты:

$$\nu_1 = \frac{3}{4l}v;\ \nu_2 = \frac{5}{4l}v;\ \nu_3 = \frac{7}{4l}v;$$

$$\nu:\nu_1:\nu_2:\nu_3:\ldots = 1:3:5:7:\ldots$$

2) *Открытая труба* (рис. 395, *б*) имеет открытый конец против того, где вдувается воздух: на двух концах такой трубы пучности, посредине — узел. Основной тон определится условием

$$l=\frac{\lambda}{2};\ \nu=\frac{1}{2l}\,v.$$

Затем будут верхние гармонические при иных распределениях узлов:

$$\nu_1=\frac{2}{2l}\,v;\ \nu_2=\frac{3}{2l}\,v;\ \nu_3=\frac{4}{2l}v;\ldots$$

$$\nu:\nu_1:\nu_2:\nu_3:\ldots=1:2:3:4:\ldots$$

Открытая труба имеет полный ряд гармонических тонов.

Законы труб открыты Даниилом Бернулли* (1762). Эти законы хорошо выполняются для труб не очень узких и не очень широких; в первых играет роль трение, в последних — пучность образуется выше отверстия трубы. Поправки, вносимые этими обстоятельствами, невелики, почему законы Бернулли достаточно точны для их применений.

По этому же методу можно определять основные тона и гармоники иных тел: камертонов, стержней, пластин (мембран) и т. п. Камертоны имеют узлы в нижних концах ветвей, пучность — на их свободных концах; их верхние гармонические тона крайне слабы, почему камертон и принимается за эталон данного основного тона, звука данной высоты.

Рассмотренные примеры выясняют, как именно особенности тел обусловливают их собственные периоды и частоты (акустически их собственные тоны). Весь вопрос сводится, как мы видели, к тому, как построятся в теле стоячие волны, как расположатся их узлы и пучности; этим определяется для данного тела основной период и частота, а затем и гармонические периоды и частоты.

§ 129. Интерференция волн

Многочисленные опыты и наблюдения устанавливают, что, если в какой-нибудь среде распространяются несколько волн, то каждая из них ведет себя независимо от других и при встрече смещения, вызываемые каждой волной, векторно суммируются, иначе говоря — действия волн взаимно налагаются. Это явление называется *суперпозицией волн*.

Но при некоторых специальных условиях сложение волн дает неожиданные результаты.

* Даниил Бернулли (1700—1782), жил в 1725—1733 гг. в Петербурге, потом в Швейцарии, оставаясь почетным членом Петербургской Академии наук; больше всего занимался математикой и механикой.

Пусть из точек O_1 и O_2 (рис. 396) распространяются две волны с колебаниями одинаковых периодов T; длины волн λ тоже одинаковы, но амплитуды различны: A_1 и A_2; положим, что колебания в O_1 и O_2 начались одновременно и направлены оба перпендикулярно к O_1B в плоскости чертежа.

Принимая во внимание эти условия, требуется определить для некоторого момента t после начала колебания в O_1 (или O_2) положение точки B, координаты которой по отношению O_1 и O_2 соответственно равны x_1 и x_2; надо определить для момента t смещение y точки B, являющееся в результате наложения двух волн, которые в этот момент дошли до B, распространяясь на O_1 и O_2.

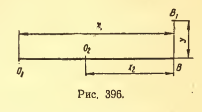


Рис. 396.

Каждая из этих волн в точке B дает в момент t смещение, определяемое уравнением волны:

$$y_1 = A_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right); \quad y_2 = A_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right). \qquad (129\text{-}1)$$

Применяя метод сложения колебаний к сложению этих смещений в точке B, имеем:

$$y = y_1 + y_2;$$

$$y = A_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) + A_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right);$$

вводим разности фаз α и β для упрощения формул:

$$-2\pi\frac{x_1}{\lambda} = \alpha; \quad -2\pi\frac{x_2}{\lambda} = \beta;$$

$$y = A_1 \sin(\omega t + \alpha) + A_2 \sin(\omega t + \beta). \qquad (129\text{-}2)$$

Но y, как известно, есть смещение в сложном гармоническом колебании с амплитудой A, а его начальную фазу (при $t = 0$) обозначим φ:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi). \qquad (129\text{-}3)$$

Сравнивая формулы, находим тождество:

$$A \sin(\omega t + \varphi) = A_1 \sin(\omega t + \alpha) + A_2 \sin(\omega t + \beta);$$

$$A \sin \omega t \cos \varphi + A \cos \omega t \sin \varphi =$$

$$= A_1 \sin \omega t \cos \alpha + A_1 \cos \omega t \sin \alpha + A_2 \sin \omega t \cos \beta + A_2 \cos \omega t \sin \beta.$$

Принимая за независимое переменное t, по способу сравнения коэффициентов, имеем:

$$A \cos \varphi = A_1 \cos \alpha + A_2 \cos \beta;$$

$$A \sin \varphi = A_1 \sin \alpha + A_2 \sin \beta.$$

Из этих двух уравнений определим фазу φ (при $t = 0$) и амплитуду A сложной волны в точке B в функции величин, определяющих слагаемые движения:

1) $$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\alpha + A_2 \sin\beta}{A_1 \cos\alpha + A_2 \cos\beta}. \qquad (129\text{-}4)$$

2) $$A^2 \cos^2\varphi + A^2 \sin^2\varphi = (A_1 \cos\alpha + A_2 \cos\beta)^2 + (A_1 \sin\alpha + A_2 \sin\beta)^2;$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\beta - \alpha). \qquad (129\text{-}5)$$

Возвратимся к прежним обозначениям:

$$\beta - \alpha = -2\pi \frac{x_2}{\lambda} + 2\pi \frac{x_1}{\lambda} = 2\pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}.$$

Число $\frac{x_1 - x_2}{\lambda}$ показывает, сколько волн содержится в том расстоянии $OO_1 = x_1 - x_2$, которое определяет *разность путей*, пройденных до B волнами, распространяющимися из O_1 и O_2. Поэтому

$$\xi = x_1 - x_2 \qquad (129\text{-}6)$$

называется *разностью хода волн* (или лучей). Тогда амплитуда сложного колебания выразится так:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos 2\pi \frac{\xi}{\lambda}. \qquad (129\text{-}7)$$

Мы нашли выражения для вычисления фазы и амплитуды сложной волны.

Рассмотрим частные случаи разности хода, которые имеют огромное значение при явлениях в периодических процессах.

1. *Разность хода* ξ *равняется четному числу полуволн*, иначе говоря — на расстоянии O_1O_2 уложилось целое число волн. Тогда имеем:

$$\xi = 2n\frac{\lambda}{2} = n\lambda; \quad 2\pi\frac{\xi}{\lambda} = 2\pi n; \quad \cos 2\pi n = +1;$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2; \quad A = A_1 + A_2.$$

Это значит: если волны, распространяясь из O_1 и O_2, приходят в точку B с разностью хода, равной четному числу полуволн, то, слагаясь, колебания *усилят друг друга*; *амплитуда сложной волны равна сумме амплитуд слагаемых волн.*

2. *Разность хода* ξ *равна нечетному числу полуволн:*

$$\xi = (2n+1)\frac{\lambda}{2}; \quad 2\pi\frac{\xi}{\lambda} = (2n+1)\pi;$$

$$\cos(2n+1)\pi = -1.$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2; \quad A = A_1 - A_2. \qquad (129\text{-}8)$$

Если волны, распространяясь из O_1 и O_2, приходят в B с разностью хода, равной нечетному числу полуволн, то в этой точке

колебания ослабят друг друга, *амплитуда сложной волны равна разности амплитуд слагаемых волн.*

3. Если $A_1 = A_2$, то при $\xi = 2n\frac{\lambda}{2}$ имеем: $A = 2A_1$, а при $\xi = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ находим: $A = 0$. Это значит, что *волны с равными амплитудами могут, слагаясь, либо дать волну с двойной амплитудой, либо уничтожить друг друга.*

Все эти явления сложения волн одинаковых периодов с колебаниями одинакового направления, при которых они усиливают, ослабляют или уничтожают друга друга, носят название *интерференции волн.*

Итак, поле интерферирующих волн с равными амплитудами A_1, распространяющихся от двух источников колебаний O_1 и O_2, представится в следующем виде (рис. 397).

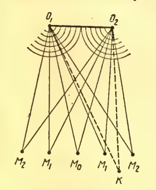


Рис. 397.

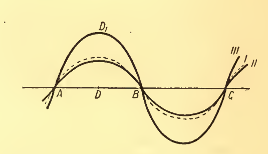


Рис. 398.

1) В точке M_0, для которой разность хода волн $\xi = O_1M_0 - O_2M_0 = 0$, *волны усилят друг друга* (амплитуды складываются).

2) Для некоторой точки M_1 разность хода становится равной нечетному числу полуволн: $\xi = O_1M_1 - O_2M_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$; в этой точке *волны погасят друг друга* (амплитуда сложного колебания $A = 0$).

3) В некоторой другой точке M_2 разность хода

$$\xi = O_1M_2 - O_2M_2 = 2n\frac{\lambda}{2},$$

в этой точке *волны усилят друг друга* (амплитуда сложного колебания $A = 2A_1$).

В любой точке K волны усилят друг друга, если $O_1K - O_2K = \xi = 2n\frac{\lambda}{2}$, или погасят друг друга, если $O_1K - O_2K = \xi = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$.

16*

Графически интерференция колебаний поясняется на рис. 398—400. На рис. 398 видим, что волны I и II дают волну III с двойной амплитудой; в этом случае I и II волны приходят в любую точку D *«согласные»*, с одинаковыми фазами.

Наоборот, на рис. 399 видим, что в точки D и E волны I и II приходят с разностью хода в нечетное число полуволн с противоположными фазами и *гасят друг друга*; в этих точках колебательное движение парализовано, они остаются в покое.

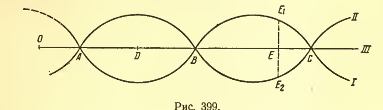


Рис. 399.

На рис. 400 слагаемые волны I и II местами усиливают друг друга, местами ослабляют; сложная волна представлена кривой III.

Весьма проста и убедительна демонстрация поверхностных волн на воде и их интерференция (рис. 401). Белые полосы на воде —

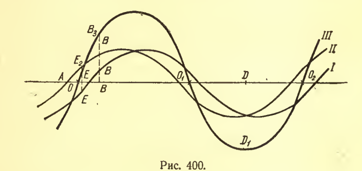


Рис. 400.

это совокупности точек, в которых колебания погашены — нет ни впадин, ни гребней. Геометрические места этих точек определятся условием, что на каждом из них разность фаз остается постоянной:

$$\delta = 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda}; \qquad (129\text{-}9)$$

отсюда

$$x_2 - x_1 = \lambda \frac{\delta}{2\pi}.$$

Это значит, что на плоскости, на которой мы рассматриваем интерференцию (на поверхности воды), эти геометрические места являются ветвями гипербол; в фокусах находятся источники колебаний, которые при вышеупомянутых условиях — равенство периодов и постоянство разности фаз — могут породить интерферирующие волны. Такие источники колебаний называются *когерентными*. Когерентность * — согласованное протекание во времени нескольких случайных процессов.

При суперпозиции волн, идущих от двух источников, могут возникнуть два противоположных случая:

а) Разность фаз обоих колебаний постоянна, в этих случаях колебания называются *когерентными*.



Рис. 401.

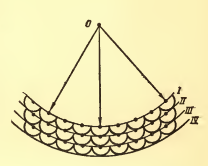


Рис. 402.

б) Фазы статистически не зависят друг от друга; тогда разность фаз за достаточно большое время принимает всевозможные значения от 0 до 2π. Колебания при этом *некогерентны*. Явления интерференции можно наблюдать лишь при наличии когерентных источников волн.

§ 130. Принцип Гюйгенса. Понятие о дифракции волн

На основании непосредственных наблюдений распространения волн Гюйгенс (1690) ввел представление, что всякая точка поверхности волны есть центр новой образующей волны.

Положим, что в данный момент t_1 волна, распространяющаяся из O (рис. 402), захватила точки на поверхности I; это значит, что все точки этой поверхности в этот момент пришли в колебательное состояние, и поэтому они все стали центрами вновь образую-

* Латинское слово «когеренс» — находящийся в связи.

щихся волн; поверхности всех этих микроволн имеют огибающую II, которую мы воспринимаем как поверхность или *фронт волны* для следующего момента t_2. Все точки этой поверхности являются центрами новых микроволн, которые имеют огибающую III, которая является фронтом волны для момента t_3 и т. д.

Такое представление о микропроцессах — об образовании элементарных волн, лежащих в основе наблюдаемого процесса — образования фронта или поверхности волн, позволило Гюйгенсу высказать принцип: *всякая точка поверхности волны является центром образования новой волны*

Но тут возникнет затруднение: всякая точка фронта волны образует волну, распространяющуюся во все стороны в виде сфе-

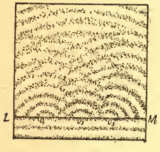
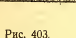



Рис. 403.

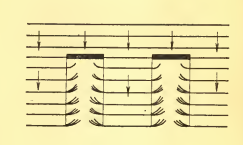


Рис. 404.

рической или круговой (на поверхности воды) волны; почему же мы наблюдаем лишь фронт волны, идущий вперед, и не наблюдаем волн, идущих назад? Это затруднение было разъяснено гораздо позже; только в конце XIX в. было доказано, что волны, идущие от фронта волны назад, по направлению источника O, взаимно уничтожаются; остаются лишь элементарные волны, образованные на внешней, выпуклой поверхности фронта.

Хорошую иллюстрацию принципа Гюйгенса дают волны на поверхности воды (рис. 403), распространяющиеся из O до преграды LM, в которой есть отверстия O_1, O_2, O_3,...; около каждого из них образуются свои волны.

На рис. 404 изображен цуг плоских волн, падающих на непрозрачные пластинки AB. В тени от этих пластинок частички, совершающие колебания, заходят чем дальше, тем больше в область тени. Таким образом, возникает *дифракция* * волн, т. е. отклонение луча от прямолинейного распространения с рассеиванием при прохождении сквозь узкую щель или около тонкого предмета.

* Латин. слово «дифракцió» — разламывание.

Глава XVII

АКУСТИКА

§ 131. Звуковые волны

Причина наших звуковых ощущений — звук — представляет собою волны, достигающие по воздуху нашего уха. Если звуковая волна строго *гармонична*, т. е. в ней содержится одно и то же число колебаний, то мы воспринимаем *чистый* (простой) *тон*. Звук есть смесь чистых тонов, состоящая преимущественно по силе из *основного тона* и более или менее значительного количества более слабых *обертонов*, имеющих большее число колебаний в секунду (частоту). При колебаниях звучащих тел почти всегда не бывает одного чистого тона, но раздается звук, в котором содержится не только основная частота, но более или менее слабо выраженные тоны более высоких частот (обертоны). Они составляют *спектр частот*, в котором, наряду с основным колебанием, имеют место и отдельные дополнительные колебания различной силы. На рис. 405 изображена схема спектра частот звучания скрипичных струн. Отношение интенсивностей отдельных обертонов к интенсивности основного тона определяет *тембр звука*, в то время как впечатление *высоты* звукового тона определяется всецело основным тоном. Характерные особенности звука различных музыкальных инструментов основываются на различиях в интенсивности их обертонов. *Чистый тон звучит бесцветно* и монотонно. Только *примесь обертонов дает ему окраску*. Одновременное звучание нескольких приблизительно одинаковой интенсивности тонов называется *аккордом*, если числа их колебаний находятся в простых рациональных отношениях. Психологическое впечатление высоты звучания аккорда определяется высотой тона наивысшего из содержащихся в нем звуков. *Шум есть смесь тонов*, которая либо содержит более или менее *непрерывный звуковой спектр*, либо составлен из очень многих отдельных тонов, частота которых и продолжительности колебаний могут изменяться со временем.

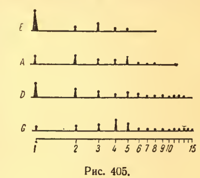


Рис. 405.

Два звука, имеющие одинаковые основные тона и обертоны одинаковой силы, могут физически еще различаться по *фазам* своих составляющих тонов; поэтому график звуковых колебаний имеет весьма различный вид (рис. 406, *а* и *б*). Сложное колебание можно выразить формулой

$$\xi = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n^0 \sin(n\omega t + \alpha_n). \qquad (131\text{-}1)$$

На рис. 406 имеем

$$\xi_1^0 : \xi_2^0 : \xi_3^0 = 4:2:1.$$

а) $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$;

б) $\alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = +\frac{\pi}{2},\quad \alpha_3 = -\frac{\pi}{2}$.

Но ухо не различает между ними никакой разницы. Следовательно, *для акустического впечатления звука существенны лишь*

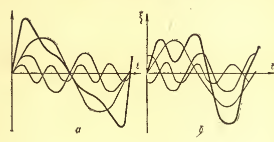


Рис. 406.

высота тона и относительная интенсивность его составных частей, но не их соотношения фаз (закон Ома).

Наиболее низкий тон, который человеческое ухо воспринимает еще как тон, а не как грохот, есть *субконтроктава* C^{-3} частотой $\nu \approx 16$ герц (*гц*), т. е. 16 колебаний в секунду, и с длиной волны в воздухе около 20 *м*.

Молодые люди слышат тоны до $\nu = 20\,000$ *гц* (длина волны около 1,7 *см*). Но верхняя граница слуха заметно снижается у лиц пожилого возраста. В музыке применяются только тоны от 16 до 4000 *гц*.

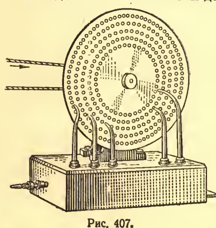


Рис. 407.

Для измерения числа звуковых колебаний служит *сирена* (рис. 407). Она состоит из шайбы с рядами круговых отверстий, которую можно вращать. Когда отверстие проходит мимо трубки, через которую продувают поток воздуха, то у отверстий возникают периодические колебания давления, возбуждающие зву-

ковые волны. Основная частота этих волн равна числу отверстий, которые пробегают мимо трубки за 1 *сек*; ее можно вычислить по окружной скорости шайбы.

В 1918 г. впервые Л а н ж е в е н у удалось продолжить область экспериментально воспроизводимых звуковых волн за пределы слышимости в направлении исключительно коротких волн, на 10 октав. Возможность такого эксперимента была обеспечена благодаря применению пьезокварца (§ 19). Если возбуждение вызвано электрической волной с длиной $\lambda_0 = c_0/\nu$, где $c_0 = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек*, то звуковая волна с той же частотой ν и длиной волны $\lambda = c/\nu$, где c — скорость звука в воздухе $c \approx 3 \cdot 10^4$ *см/сек*. Поэтому $\lambda = \frac{\lambda_0 c}{c_0}$ или в воздухе $\lambda = \lambda_0 \cdot 10^{-6}$. Например, если электрическая короткая волна имеет длину $\lambda_0 = 10$ *м* $= 10^3$ *см*, то в воздухе получается звук с длиной волны $\lambda \approx 10^{-3}$ *см*. Удалось получить звуковые волны в воздухе длиной $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ *см*, при частоте $2 \cdot 10^8$ *гц*. Эта длина волны лишь немного больше, чем длина волны красного цвета ($\lambda \approx 0{,}8 \cdot 10^{-4}$ *см*). Такие высокочастотные и короткие звуковые волны носят название *ультразвуков*. Пьезокварц может излучать очень большую звуковую энергию — до 10 *вт/см*²; это в 10^{10} раз больше энергии, испускаемой 1 *см*² комнатного громкоговорителя. Поэтому с ультразвуком можно добиться очень сильных механических действий, сосредоточенных в очень малом объеме облучаемого вещества. При помощи ультразвука можно получить *эмульсию* из несмешивающихся веществ, как например, вода и ртуть. Можно далее приготовить мелкозернистую фотографическую эмульсию. В других случаях имеет место быстрое слипание (*коагуляция*) очень мелких частичек в крупные. Высокополимерные вещества могут разлагаться, например, крахмал в декстрине. Расплавы металлов можно дегазировать, можно при помощи ультразвука разыскивать внутри металлического изделия дефекты. В этой области *дефектоскопии* большую работу провел С. Я. Соколов. Организмы, например, бактерии, да и маленькие высшие животные уничтожаются ультразвуком или повреждаются; красные кровяные шарики распадаются.



Рис. 408.

В облучаемом ультразвуком веществе возникают очень сильные уплотнения и разрежения, которые следуют на расстоянии полволны. На рис. 408 изображена дифракция света на ультразвуковых волнах в ксилоле. В таком состоянии вещество действует на свет как дифракционная решетка. По дифракционным явлениям можно измерить «постоянную решетки» — расстояние между двумя

максимумами уплотнения и разрежения, — а по ним вычислить длину звуковой волны. Подобным образом можно сделать видимым и преломление ультразвука при переходе из одного вещества в другое и исследовать это явление.

Исследования такого характера уже дали много полноценных результатов в развитии химии и физики. Так, можно, например, по измерению скорости звука определить упругие константы твердых и жидких веществ, вычислить их теплоемкость при постоянном объеме, в то время как калориметрические измерения дают теплоемкость при постоянном давлении. Так, ультразвук создал в науке и технике в настоящее время особенно важную и многообещающую область.

Менее 16 колебаний в секунду расположена область *инфразвуков*. Они уже не воспринимаются как звуковые ощущения, хотя бы и следовали правильно один за другим. Они ощущаются ухом или органами осязания как отдельные импульсы. Сюда относятся, например, волны землетрясений, колебания сооружений. Академик Шулейкин * на Черном море исследовал инфразвуковые явления при взаимодействии ветра и волн.

§ 132. Скорость распространения звуковых волн

Многочисленные экспериментальные исследования позволили весьма точно определить скорость звука в разных средах.

Скорость звука в воздухе много раз определялась по методу орудийного выстрела, наблюдаемого с большого расстояния, и измерения промежутка времени хода звуковой волны выстрела до наблюдателя. Так определили скорость звука в воздухе Мерсенн (1640), французские академики (1738) и особенно точно члены Бюро долгот (1822) близ Парижа, в числе которых были Араго, Гей-Люссак, Прони и др. Эти определения давали для скорости звука при 0°С и 760 *мм рт. ст.* значения около 331 $\frac{м}{сек}$.

Реньо ** (1866) открыл серию лабораторных определений скорости звука как в воздухе, так и в других средах; такие работы продолжаются до наших дней. А. Б. Млодзеевский (1910) при помощи очень чувствительного метода определил скорость звука в воздухе при нормальных условиях: $v = 331{,}5 \frac{м}{сек}$. Округляя результаты многочисленных наблюдений, можно считать скорость звука в воздухе

* Василий Владимирович Шулейкин (род. в 1895 г.), академик, лауреат Государственной премии СССР 1942 г. за работы по физике моря.

** Анри Виктор Реньо (1810—1874) — французский физик, точный экспериментатор.

$$v = 331{,}36\ \frac{м}{сек}\ (0°C,\ 760\ мм\ рт.\ ст.).$$

Скорость звука увеличивается при повышении температуры, так, при 15°C нужно считать $v \approx 340$ *м/сек.*

В жидкостях и твердых телах скорость звука больше, чем в газах. Приведем некоторые значения скорости звука для разных материальных сред:

Газы	t°C	$v\ \frac{м}{сек}$	Жидкости	t°C	$v\ \frac{м}{сек}$	Твердые тела	t°C	$v\ \frac{м}{сек}$
Водород . . .	0	1262	Вода . . .	13	1440	Алюминий	20	5100
Кислород . . .	0	316	»	19	1460	Дерево	20	3000—4000
Двуокись углерода	0	259	Нефть . .	15	1330	Железо кованое	20	5120
Насыщенные пары воды	0	401	Спирт этиловый	23	1160	Латунь	20	3400
»	100	413	Бензин . .	17	1170	Цинк	18	3700

Эти экспериментальные данные в общем весьма хорошо соответствуют тем результатам, которые дает теория распространения волн в разных средах.

Теоретически зависимости, определяющие скорость звука в данной среде, были выяснены Ньютоном *, который дал формулу для вычисления скорости распространения импульса в упругой среде.

Представим себе, что в воздухе распространяется звуковая волна, т. е. распространяются последовательные сгущения и разрежения (рис. 409), вообще — изменяется плотность. Это значит, что под действием импульса $f\,dt$ в некотором месте среды произошло перемещение массы dm с некоторой скоростью u:

$$f\,dt = d\,mu. \tag{132-1}$$

Выражение импульса может быть преобразовано:

$$f\,dt = pS\,dt,$$

где S — поверхность, на которую действует импульс; по закону Гука, имеем:

$$p = E\varepsilon,$$

здесь ε — происшедшая деформация (сжатие), E — модуль упругости.

Поэтому:

$$f\,dt = E\varepsilon S\,dt. \tag{132-2}$$

---

* Исаак Ньютон (1642—1727) — английский физик, математик и механик; основоположник классической физики.

Изменение объема при сжатии (или расширении) воздуха можем изобразить Sdx, где dx — перемещение при этом сжатии слоев (рис. 410); перемещающаяся масса dm выразится так:

$$dm = S\,dx\,d\rho,$$

где $d\rho$ — изменение плотности при деформации ε:

$$\varepsilon = \frac{d\rho}{\rho}; \quad d\rho = \varepsilon\rho.$$

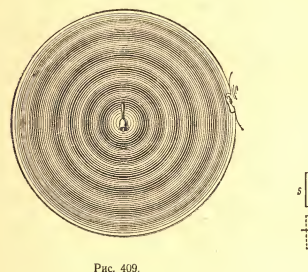


Рис. 409.

Рис. 410.

Обозначив через u скорость перемещения деформации, т. е. *скорость распространения импульса*, имеем:

$$dx = udt.$$

Следовательно, перемещающаяся под действием импульса масса dm изобразится в таком виде:

$$dm = Su\varepsilon\rho\,dt. \tag{132-3}$$

Соединяя найденные выражения, находим

$$E\varepsilon S\,dt = Su^2\varepsilon\rho\,dt;\; u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{132-4}$$

Это и есть формула Н ь ю т о н а, определяющая скорость распространения волн, в частности, звука в среде, модуль упругости которой E и плотность ρ.

Так, для некоторых металлов $E \approx 10^{11} (см^{-1} \cdot г \cdot сек^{-2})$; $\rho = 10 \frac{г}{см^3}$; отсюда $v \approx 10^5 \frac{см}{сек}$, что соответствует экспериментальным данным.

Чтобы формулу Н ь ю т о н а применить к жидкостям, под E надо понимать сопротивление сжатию, т. е. *объемную упругость*.

Для воды вычисление дает $u = 1438 \frac{м}{сек}$ — результат близкий к опытному.

В твердых телах возможны волны с продольными и поперечными колебаниями, скорости их зависят как от модуля сжатия, так и от модуля сдвига.

Применим формулу Н ь ю т о н а для скорости звука u к газам:

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Для газов модуль сжатия

$$E = -V \frac{dp}{dV}.$$

Значит,

$$u = \sqrt{-\frac{V}{\rho} \frac{dp}{dV}}. \qquad (132\text{-}5)$$

О процессе распространения звуковых волн в газе можно сделать два предположения: 1) процесс является *изотермическим*, 2) сжатия и разрежения газа при распространении звука представляют адиабатический процесс. В случае изотермичности из закона Б о й л я — М а р и о т т а $pV = \text{const}$ следует:

$$pdV + Vdp = 0.$$

Отсюда по формуле Н ь ю т о н а:

$$u = \sqrt{pV} = \sqrt{\frac{p}{\rho}}. \qquad (132\text{-}6)$$

Эта формула дала при нормальных условиях в воздухе $u = 280$ *м/сек*. Л а п л а с предложил считать распространение звуковых волн *адиабатическим* процессом. Из уравнения П у а с с о н а $pV^\gamma = \text{const}$ следует:

$$Vdp = -\gamma dV.$$

Подставляем Vdp в формулу Н ь ю т о н а; получаем формулу Л а п л а с а для скорости звука в газе:

$$u = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\gamma RT}; \qquad (132\text{-}7)$$

мы получили зависимость скорости звука от температуры.

В атмосфере эта зависимость приводит к явлеиию *полного внутреннего отражения звука* в стратосфере и к образоваиию *зон молчания* иа земле, за которыми звук слышеи вновь (Гутеиберг).

§ 133. Характеристики звука

Когда генератор колебаиий вызывает в воздухе образование волн с частотой, примерно, от 16 до 20 000 колебаиий в секунду, то эти волны, достигая иашего уха, являются причиной звукового ощущения. Трудами Гельмгольца (1863) разработаиа резоиансиая теория слуха, опирающаяся иа анатомическое и физиологическое изучение уха.

Волновое движеиие, распростраияясь по воздуху до уха, приводит в колебание воздух в *ушной раковине* O (рис. 411) и в слухо-

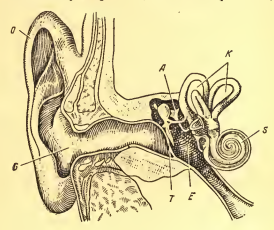


Рис. 411.

вом проходе G; давление этих волн действует на дио слухового прохода T — *барабанную перепонку* и приводит ее в колебательное движение, которое передается системе косточек A в среднем ухе. Эти косточки (молот, наковальня, стремя) связывают барабанную перепонку с овальным окном — упругой перепоикой, отделяющей среднее ухо от внутреннего, называемого вследствие сложности его строения *лабиринтом*. Это есть костное образоваиие, заполнеиное жидкостью; лабиринт состоит из двух частей: 1) *полукруглые каналы* K — органы равиовесия; 2) *«улитка»* — спиралеобразная костяная трубка S, виутри которой идет канал, по всей длине (около 32 *мм*), перегороженный на две части — вначале костной перегородкой, а затем — чрезвычайно упругой *основной мембраной*; параллельно ей расположена вторая упругая перепонка — *кортиева, или текториальная мембрана*. Движеиие перепоики овального

окна приводит в колебательное движение жидкость улитки; эти колебания усваиваются соответствующими частями основной мембраны; при их колебаниях волоски этой мембраны касаются кортиевой мембраны и раздражают слуховые нервы, в ней размещенные.

В звуковом ощущении ухо различает качества: интенсивность, высоту и тембр.

I. *Высота тона* определяется числом колебаний в секунду, т. е. частотой; предложено измерять число колебаний в секунду *герцами*

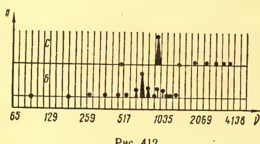


Рис. 412.

(одно колебание в 1 *сек* равно 1 *гц*). Простейшие опыты (колеса С а в а р а, сирена и т. д.) хорошо выясняют зависимость высоты тона от частоты. Сделаем общее замечание: все современные измерения в акустике осуществляются при помощи электроприборов. Так, зависимость высоты звука от частоты выясняется при помощи микрофона и аппаратом звукозаписи — *магнитофоном*, в котором электронный пучок записывает на экране осциллографа кривые звуковых колебаний.

Как было уже упомянуто, частоты колебаний, воспринимаемых ухом как звук, лежат в пределах 16 и 20000 *гц*; эти колебания звуковой частоты; нормальное ухо наиболее чувствительно к средним частотам 1000—3000 *гц*.

Мы уже видели, что графическое изображение разложения сложного звукового колебания на простые гармонические компоненты называются *акустическим спектром*. Для периодических колебательных процессов это разложение дает *линейчатый спектр* (звуки музыкальных инструментов, гласные звуки речи). На рис. 412 изображены линейчатые спектры звука гласной *А*, произведенного сопрано (*С*) и басом (*Б*). По оси абсцисс отложены частоты компонент колебаний, по оси ординат их амплитуды. Для непериодических процессов (шумы, некоторые согласные звуки речи) получается *непрерывный акустический спектр*. Но часто спектр бывает *смешанным*, содержащим наряду с линиями отдельных гармонических тонов непрерывный (*шумовой*) спектр, захватывающий некоторую область частот. На рис. 413 изображен график затухаю-

щего колебания от одного толчка и непрерывный *акустический спектр* этого колебания. При помощи рояля можно осуществить и линейчатый и непрерывный спектры; нажав педаль, освободим струны рояля. Если теперь взять аккорд перед роялем на каком-либо другом музыкальном инструменте, то на него откликнутся лишь несколько струн рояля (*линейчатый спектр*). Но если перед роялем раздастся резкий отрывистый шум, то откликом станет звучание всех струн рояля (*непрерывный или сплошной спектр*).

II. *Интенсивность звука* объективно определяется мощностью колебаний и пропорциональна квадрату амплитуд. Интенсивностью звука J в системе СГС называется *количество энергии, протекаю-*

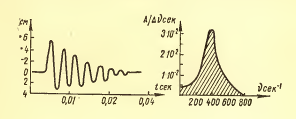


Рис. 413.

щей в 1 сек через 1 см² площадки, перпендикулярной к распространению волны: J измеряется в $\frac{эрг}{см^2 \cdot сек}$. В некоторых случаях удобно интенсивность звука оценивать *плотностью звуковой энергии*: тогда J измеряют в $\frac{эрг}{см^3}$. *В системе МКС единицей интенсивности звука является ватт на квадратный метр* (*вт/м²*), *а плотности звуковой энергии* — джоуль на кубический метр (*дж/м³*).

Абсолютное измерение интенсивности звука может быть выполнено многими способами. Точные результаты дает метод диска Релея *. На тончайшей нити подвешен алюминиевый или латунный диск (толщина — 0,1 *см*), наклонно к потоку звуковых волн. Давление их поворачивает диск так, чтобы он стал нормально к потоку. Релей теоретически доказал, что по повороту диска можно определить плотность энергии потока волн. Подробное исследование этого метода принадлежит проф. В. Д. Зернову (1906), который определил интенсивность звуков многих источников, в том числе — голосов человека; для последних он нашел порядок величины плотности звуковой энергии $10^{-4} \frac{эрг}{см^3}$.

---

* Джон Уильям Стретт, лорд Релей (1842—1919) — английский физик. Лауреат Нобелевской премии 1904 г. за выделение аргона; он разработал классическую теорию звука.

В настоящее время для измерения интенсивности звука служат, как и для измерения других акустических характеристик, микрофоны и иные электроприборы.

Субъективные ощущения звуков побуждают ввести понятие об их *громкости*, оценивающей не только интенсивность звука; именно, при субъективной оценке громкости звука играет роль и высота звука, так что звуки, значительно отличающиеся по высоте, дают разные ощущения громкости.

Если по ординатам отложим интенсивность звуков в $\frac{эрг}{см^2 \cdot сек}$, а на абсциссах — частоту в герцах, то получим диаграмму (рис. 414), которая определяет *область слышимости* звуков данной силы и данной высоты. Нижняя кривая дает «*порог*» слышимости; видим, что ухо более чувствительно к звукам средней высоты (около 10^3 *гц*), менее чувствительно к звукам низким и высоким.

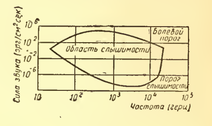


Рис. 414.

Верхняя кривая определяет границу болевого ощущения, выше этой кривой; примерно, при интенсивности $10^5 \frac{эрг}{см^2 \cdot сек}$ звук воспринимается как болезненное давление в ухе.

Порог слышимости для средних частот (1000—3000 *гц*) лежит около $J_0 = 10^{-8} \frac{эрг}{см^2 \cdot сек}$.

Для оценки *разности уровней энергии* Δ над порогом слышимости принимают логарифм отношения интенсивности звука J на данном рассматриваемом уровне к интенсивности звука J_0 на пороге слышимости:

$$\Delta = \lg \frac{J}{J_0} \text{ белов} = \lg J - \lg J_0,$$

где *бел* * единица уровня звука. Более удобной единицей является 0,1 *бела* = 1 *децибел* (*дб*):

$$\Delta = 10 \lg \frac{J}{J_0} \, (дб).$$

Числовые примеры:

---

* Александр Грейам Белл (1847—1922) — один из изобретателей телефона: в его честь введен термин «бел».

1. Минимальный прирост слухового ощущения — 0,5 *дб*.
2. Тикание часов 20 *дб*; интенсивность звука $10^{-4} \frac{эрг}{см^2 \cdot сек}$.
3. Обычный разговор — 60 *дб*; интенсивность звука $1 \frac{эрг}{см^2 \cdot сек}$.
3. Крик — 80 *дб*; интенсивность звука $10^2 \frac{эрг}{см^2 \cdot сек}$.

Как и для всех других видов излучения энергии, в *однородной свободной среде интенсивность звука обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника.*

Следующая таблица показывает соотношение между числом децибелов, отношением звуковых интенсивностей J_1/J_2 и звуковых давлений p_1/p_2:

N дб	0,5	1	2	3	5	10	20	40	60	80	100	140
J_1/J_2	1,12	1,26	1,59	2	3,16	10	10^2	10^4	10^6	10^8	10^{10}	10^{14}
p_1/p_2	1,06	1,12	1,26	1,41	1,78	3,16	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^7

Звуковое давление в системе *МКС* измеряется в ньютонах на квадратный метр: (1 *н*): $(1\ м)^2$; в системе СГС: в динах на квадратный сантиметр: (1 *дин*) : $(1\ см)^2$. Очевидно, $1\ дин/см^2 = 10^{-1}\ н/м^2$.

Интенсивность звука в системе МКС измеряется в ваттах на квадратный метр: (1 *вт*) : $(1\ м)^2$; в системе СГС: в эргах в секунду на квадратный сантиметр: (1 *эрг*) : $(1\ см)^2 \cdot (1\ сек)$.

Очевидно, $1\ эрг/(сек \cdot см^2) = 10^{-3}\ вт/м^2$.

Децибел является внесистемной единицей уровня звукового давления. Стандартное определение децибела таково: *1 децибел есть уровень звукового давления, двадцать десятичных логарифмов отношения которого к условному порогу давления, равному* 0,00002 $н/м^2$, *принимаемому за нулевой уровень, равно единице.*

Для *уровня громкости* введена другая внесистемная единица, называемая *фон*. 1 *фон есть уровень громкости звука, для которого уровень звукового давления, равногромкого с ним звука частоты* 1000 *гц*, *равен* 1 *дб*.

Фоны иногда называют относительными децибелами. *Уровнем громкости данного звука называется уровень звукового давления чистого тона* 1000 *гц*, *громкость которого* (*сравнением на слух*) *устанавливается равной громкости данного звука*. Существуют способы вычисления уровня громкости сложного звука по уровням громкости его составляющих, для чего вводится условная *шкала громкости в сонах*. На рис. 415 приведена *зависимость между громкостью в сонах и уровнем громкости в фонах*, принятая в качестве стандарта.

III. По аналогии с законом Ома в электричестве в акустике вводится величина *акустического сопротивления* z по формуле

$$z = \frac{E}{u},$$

где E, вообще говоря, есть *напряжение среды*, u — скорость распространения волны в этой среде. На рис. 416 изображены моментальные снимки смещения ξ, скорости колебаний v и напряжения E в бегущей слева направо волне. Различают механическое и акустическое сопротивления. *Механическое сопротивление измеряется частным от деления силы, вызывающей колебания, к колебательной скорости в точке приложения силы.* В системе СГС единицей механического сопротивления является (1 *дин*) : (1 *см*)/(1 *сек*) = (1 *г*) : (1 *сек*).

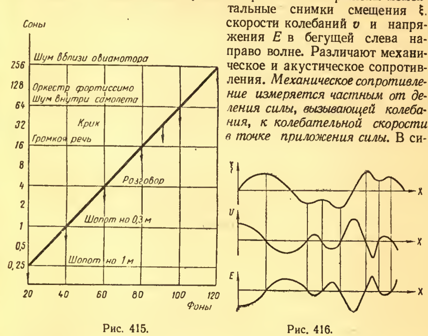


Рис. 415.

Рис. 416.

Эту единицу называют *механический ом*. В системе МКС единицей механического сопротивления служит (1 *н*) : (1 *м*)/(1 *сек*) = (1 *кг*) : (1 *сек*). Эта единица, очевидно, равна 1000 механических омов.

Акустическим сопротивлением называется частное от деления звукового давления на объемную колебательную скорость — осредненное произведение нормальной составляющей колебательной скорости на величину площади, для которой определяется акустическое сопротивление (сечение звукопровода диафрагм акустического передатчика или приемника).

В системе СГС единицей акустического сопротивления служит *акустический ом*, равный такому акустическому сопротивлению, при котором давление в (1 *дин*) : (1 *см*)^2 создает скорость объемного перемещения, равную (1 *см*)^3 : (1 *сек*).

В системе МКС единица акустического сопротивления равна ($1\ н/м^2$) : ($1\ м^3/сек$) = 1 ньютон-секунда на метр в 5 степени. Соотношения между единицами сопротивления систем СГС и МКС: *механическое сопротивление* $1\ дин \cdot сек/см = 10^{-3}\ н \cdot сек/м$, *акустическое сопротивление* $1\ дин \cdot сек/см^5 = 10^5\ н \cdot сек/м^5$.

В закрытых помещениях звуковые волны терпят многократные отражения (от стен, потолка); поэтому ощущение интенсивности звука зависит не только от прямой волны источника (например, от скрипки), но и от отраженных волн. В малых помещениях все эти отраженные волны приходят к уху почти одновременно с основной, но в больших (в аудиториях, театрах и т. п.) отраженные волны могут заметно запаздывать и перекрывать новые волны от источника. Такие *отзвуки* или *эхо* могут сильно ухудшать восприятие звука, например, речи оратора, лекции.

При строительстве крупных помещений необходимо учитывать как отражение, так и поглощение звука. Эти сложные вопросы изучает *архитектурная акустика.* Найдено практически удобным при расчете больших помещений определять время, в течение которого энергия звука в них уменьшится до одной миллионной начальной энергии; это время названо *реверберацией.* Наилучшим значением реверберации для средних помещений считают 1 *сек.*

IV. *Тембр* — оттенок звука, которым отличаются друг от друга звуки одинаковой интенсивности и высоты. Исследуя вопрос, от чего зависит тембр, Гельмгольц развил *резонансную теорию слуха.*

Экспериментальной основой этой теории является анализ и синтез звуков.

§ 134. Анализ и синтез звуков. Акустические резонаторы

Гельмгольц ввел гипотезу, что всякий звук — скрипки, трубы, голоса человека — есть звук сложный; это значит, что всякий естественный звук есть результат сложения того или иного числа гармонических простых колебаний. Чтобы обосновать это предположение, он построил большое число шаровых и цилиндрических *резонаторов* (рис. 417), резонаторы — тела определенной геометрической формы, выбранные так, что каждое из них имеет один собственный период, и, следовательно, отзывается (гудит), на один звук определенной высоты, например, один — на звук соль$_2$ ($\nu = 192$ *гц*) другой — на ре$_4$ ($\nu = 576$ *гц*) и т. д. Слушая через эти резонаторы различные звуки (например, голос человека, игру на трубе и т. д.), можем определить, входят ли в состав этих звуков те, на которые должны отзываться взятые для слушания резонаторы; если, например, в голосе человека есть нота ре$_4$, то на нее отзовется соответствующий резонатор, если этой ноты нет, то резонатор молчит. Таким образом, привлекая разные резонаторы, про-

изводим *анализ звуков* — разлагаем их на составные части, узнаем, из каких простых звуков состоит данный сложный звук; иначе — какие простые гармонические колебания составили сложное колебание, определяющее данный сложный звук.

Важное усовершенствование в технику анализа звуков ввел К е н и г. По трубе D (рис. 418) светильный газ идет в камеру A,

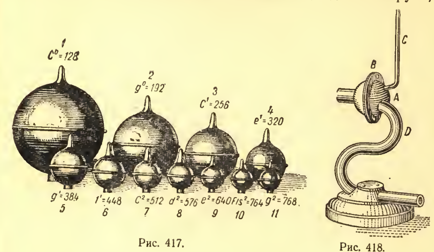


Рис. 417.

Рис. 418.

закрытую тонкой упругой перепонкой B; в горелке C газ зажигается. Когда звуковая волна производит давление на перепонку, то в манометрической коробке A газ испытывает сгущения и разрежения и соответственно этому пламя в C колеблется (то вытягивается, то сокращается).

Если такое колеблющееся чувствительное пламя наблюдать во вращающемся зеркале, то оно даст зубчатую картину; если же пламя горит спокойно, то полоса пламени в зеркале будет ровная. Поместив набор резонаторов на одной станине и соединив их с манометрическими газовыми коробками, наблюдаем по пламени во вращающемся зеркале, какие из этих резонаторов отзываются на сложный звук, например, на голос человека, на трубу, скрипку и т. д.

Таким образом, непосредственно видно, из каких простых состоит данный сложный звук, каков его основной тон и какие гармонические обертоны входят в его состав, т. е. произведен объективный анализ звука.

В настоящее время для исследования акустических явлений привлечена электрическая аппаратура. В частности, анализ и синтез звуков весьма тонко изучаются при помощи *осциллографов* и усилителей.

Обширные исследования самого Гельмгольца и его последователей привели к следующим заключениям.

1) Все естественные звуки суть звуки сложные; им соответствует не одно простое колебание, а комплекс колебаний; слагаясь, они дают одно сложное колебание, которое и определяет качества воспринимаемого сложного звука. Лишь искусственно можно построить источник звука, дающий почти один основной тон (например, камертон) с очень слабыми верхними гармоническими.

2) Восприятие этого сложного звука происходит так, что ухо подвергает анализу сложное колебание, выделяя в нем основной тон, который характеризует высоту звука, и верхние гармонические тоны, входящие в состав этого сложного звука. Гельмгольц предположил, а новейшие исследования подтвердили, что поперечные волокна основной мембраны (до 24 000 волокон) есть резонаторы; каждое из них имеет собственный период колебаний и способно колебаться с определенной частотой. Эти волокна расположены так, что в начале мембраны по ее расположению в улитке находятся волокна, резонирующие на высокие тона (от $\nu = 15000$ *гц*), а затем на более и более низкие (до $\nu = 100$ *гц*). Таким образом, *основная мембрана есть анализатор звука*, разные ее волокна имеют настройку на тона разной высоты. В этом отношении мембрана подобна фортепьяно с короткими, слабо натянутыми струнами.

Итак, *ухо есть анализатор сложных звуков*; приходящую сложную волну ухо разлагает своими резонаторами на составные части, и все эти отдельные раздражения нервов синтезируются, слагаясь в восприятие звука определенного качества.

3) Различие в тембре звуков одной и той же высоты обусловлено составом сложного звука, именно, той или другой примесью к основному верхних гармонических.

При помощи анализа звуков Гельмгольц выяснил состав гласных звуков; так, например, если произносить звук «а» и «у» тоном одной и той же высоты с частотой ν, то состав звуков верхних гармонических, примешанных к основному тону ν, обусловливающих различия произносимых гласных, будет таков:

$$а = 1\nu,\ 2\nu,\ 3\nu,\ 4\nu,\ 5\nu,\ 6\nu,\ 7\nu;$$

$$у = 1\nu,\ 2\nu,\ 3\nu,\ 4\nu.$$

Так же можно анализировать и другие гласные. Обратно, при помощи подбора и комбинации камертонов надлежащей высоты и силы, снабженных соответствующими резонаторами, Гельмгольц получал искусственно те самые гласные звуки, которые воспроизводит голосовой аппарат человека (голосовые связки и система резонаторов в виде воздушных полостей). Следовательно, осуществлен *синтез гласных*. Записи осциллограммы автоматически воспроизводятся при помощи аппарата Ржевкина и других установок.

Взгляды Гельмгольца лежат в основании теории музыки; в частности, явления консонанса и диссонанса получают объяснение, если рассмотреть состав верхних гармонических наиболее совершенных аккордов; например, *октава* — отношение чисел колебаний звуков, так называемый *интервал*, 2 : 1, *квинта* — 3 : 2, *большая терция* — 5 : 4 и т. д. Если имеем два звука $\nu_1 = 200$ *гц* и $\nu_2 = 400$ *гц* в октаву, то построив, их верхние гармонические:

200, 400, 600, 800, 1000, 1200, ...,
400, 800, 1200, 1600,...,

находим повторяемость чисел колебаний и, следовательно, однородность ощущений, *консонанс* этих звуков. Наоборот, если взять например, $\nu_1 = 200$ *гц*, $\nu_2 = 410$ *гц*, то этой однородности верхних гармонических не найдем, но близкие по числу колебаний звуки, слагаясь, вызовут тягостное ощущение *биений*; физиологически мы это ощущение оцениваем как *диссонанс*.

§ 135. Эффект Допплера.* Источники и приемники звука

Всем известно, что свисток приближающегося к наблюдателю локомотива кажется повышенным по тону, а когда локомотив прошел мимо наблюдателя и удаляется от него, продолжая свистеть, — звук резко понижается. Это влияние относительного движения на частоту было установлено Допплером (1842).

Пусть источник колебания (частота ν) A и наблюдатель O относительно неподвижны и находятся на расстоянии l друг от друга (рис. 419, *а*). В 1 *сек* наблюдатель в O получит ν колебаний;

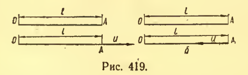


Рис. 419.

конечно, все они придут в O с запозданием на $t_1 = \frac{l}{v}$, где v — скорость распространения волны в данной среде. Наблюдатель слышит звук определенной высоты (частота ν).

Теперь рассмотрим случай, когда источник колебания A удаляется от наблюдателя O со скоростью u. Тогда первое из ν колебаний наблюдатель получит с расстояния l через $t_1 = \frac{l}{v}$, а последнее из этих ν колебаний он получит с расстояния $l+u$ через $t_2 = \frac{l+u}{v}$; последнее из ν колебаний, которые дает источник в 1 *сек*,

---

* Христиан Допплер (1803—1853) — австрийский физик и астроном.

запоздает по сравнению с первым из них на $t_2 - t_1 = \frac{l+u}{v} - \frac{l}{v} = \frac{u}{v}$.

Следовательно, все ν колебаний наблюдатель получит не в 1 *сек*, а в $\left(1+\frac{u}{v}\right)$ *сек*; в 1 *сек* он воспримет не ν колебаний, а меньшее число ν_1:

$$\nu_1 = \frac{\nu}{1+\frac{u}{v}};$$

так как $\nu_1 < \nu$, то в случае акустических колебаний тон источника A будет понижен. Иначе можно истолковать этот результат так, что от источника A к наблюдателю придет не волна $\lambda = \frac{v}{\nu}$, а большая волна λ_1:

$$\lambda_1 = \frac{v}{\nu} = \frac{v\left(1+\frac{u}{v}\right)}{\nu} = \frac{v+u}{\nu}. \quad (135\text{-}1)$$

В случае движения источника A к наблюдателю O, то же рассуждение дает, что число колебаний ν_2, полученных в 1 *сек* наблюдателем, будет больше ν (рис. 419, *б*):

$$\nu_2 = \frac{\nu}{1-\frac{u}{v}} = \frac{\nu v}{v-u}; \quad \lambda_2 = \frac{v-u}{\nu}; \quad (135\text{-}2)$$

звук источника покажется повышенным.

Пусть источник A неподвижен, а наблюдатель O приближается к нему со скоростью w. Скорости v и w складываются, и потому в 1 *сек* наблюдатель получит не ν колебаний, а во столько раз больше, во сколько $v+w$ больше v, т. е. он получит в секунду ν_3 колебаний, определяемых соотношением:

$$\nu_3 = \frac{\nu(v+w)}{v}; \quad \lambda_3 = \frac{v^2}{\nu(v+w)}. \quad (135\text{-}3)$$

Наиболее общим является случай, когда источник A и наблюдатель O движутся друг к другу навстречу со скоростями u и w. Движение источника определит для наблюдателя O число колебаний в секунду $\nu_1 = \frac{\nu v}{v-u}$, если наблюдатель неподвижен. Но движение самого наблюдателя повысит это число в $\frac{v+w}{v}$ раз; поэтому наблюдатель O в 1 *сек* получит число колебаний ν_4:

$$\nu_4 = \frac{\nu v}{v-u}\,\frac{v+w}{v} = \nu\,\frac{v+w}{v-u}. \quad (135\text{-}4)$$

Соответственно изменится длина волны:

$$\lambda_4 = \frac{v}{\nu_4} = \frac{v(v-u)}{\nu(v+w)}. \qquad (135\text{-}5)$$

Последние формулы — наиболее общие; из них путем подбора величин u, v и w и знаков можно получить всевозможные случаи относительного движения источника и наблюдателя.

С очень многими источниками звука мы уже познакомились. Мы изучили колебания стержней, струн, пластинок, в которых источником звука служат сами колеблющиеся тела. В сиренах, трубах, духовых инструментах и в голосовом органе человека колеблющимся телом, испускающим звук, является воздух. В современной жизни очень распространенным излучателем звука является теле-

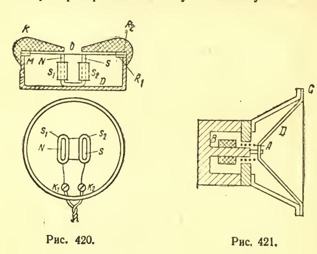


Рис. 420. Рис. 421.

фон. *Микрофон* преобразует звуковые колебания в электрические; *телефон* преобразует обратно электрические колебания в механические — звуковые.

Модулированный микрофоном ток течет от источника в телефон. Рис. 420 показывает устройство аппарата, прикладываемого к ушной раковине. В коробке D находится постоянный магнит с постоянными полюсами N и S. На его бруски насажены катушки S_1 и S_2, через которые проходит модулированный микрофоном ток. Близко перед полюсами расположена железная мембрана M, закрепленная кольцами R_1 и R_2. Коробка сверху закрыта крышечкой K с отверстием для звука O. Ток подводится через зажимы K_1 и K_2. Вследствие модуляции тока напряженность полюсов изменяется, а вместе с ней и прогиб мембраны с той частотой, которая наложена на постоянный ток модуляцией тока в микрофоне. Мембрана приходит

в соответствующие колебания и передает их как слышимые звуковые колебания воздуху. Применение в телефоне постоянного магнита требуется по следующей причине. Если бы у катушек были сердечники из мягкого железа, то за одно полное колебание тока сердечник намагничивался бы дважды, по одному разу в обоих направлениях. Но ведь притяжение мембраны из мягкого железа не зависит от направления намагничивания. Получилось бы за время одного полного колебания тока по два полных колебания мембраны, и ухо услышало бы ток вдвое выше (октаву). При постоянном же магните наступает лишь периодическое ослабление и усиление намагничивания, но никакого изменения его направления. Поэтому период колебания мембраны здесь равен периоду колебания тока.

На рис. 421 показано устройство *электродинамического громкоговорителя* (*динамика*). Катушка A, находящаяся в магнитном поле постоянного магнита B и жестко связанная с картонной диафрагмой D, обтекается модулированным током звуковой частоты. Пондеромоторные силы взаимодействия проводника с током и постоянного магнитного поля вызывают вынужденные колебания диафрагмы, укрепленной на упругих подвесах C и излучающей звуковые волны. Часто к подвижной системе громкоговорителя присоединяют рупор. Применяются также *электростатические громкоговорители*, а также и *пьезоэлектрические громкоговорители*. Изобретены ионные громкоговорители — *ионофоны*, действие которых основано на использовании коронного разряда в воздухе, но они еще редко применяются.

Если соединить мембрану с легко подвижным острым штифтом, который может скользить по движущейся восковой пластинке, то штифт запишет на воске колебания мембраны в виде звуковой дорожки. Обратно, когда игла скользит по сделанному следу, то мембрана воспроизведет звуковые колебания. Так был изобретен в 1877 г. Эдисоном *фонограф*. В дальнейшем механическую звукозапись стали производить специальными аппаратами на пластинки, а звуковоспроизводящий аппарат получил название *граммофона* *. Механизм для вращения диска с пластинкой приводится в движение пружиной или электромотором. Диск вращается с определенной скоростью 78 оборотов в минуту. Звуковоспроизводящая часть граммофона состоит из иглы, мембраны или звуковой коробки, держателя мембраны — тонарма и рупора. В современных аппаратах рупор заключен в тот же ящик, в котором находится механизм, вращающий диск. Граммофон имеет два коренных недостатка: 1) несовершенная передача некоторых тонов из-за ограниченных размеров рупора; 2) изнашивание иглы и стирание пластинки из-за давления, которое оказывает канавка пластинки на иглу. Коренное

* Греч. «грамма» — буква, запись, «фоне» — звук. Иногда неправильно называют «патефон» от фамилии владельца французской фирмы Пате.

улучшение достигнуто в *электропроигрывателе*, в котором игла укреплена в электромеханическом звукоснимателе — *адапторе*, превращающем значительно меньшие, чем в механической мембране колебания иглы в электрические токи. Эти токи адаптора после их усиления подводятся к громкоговорителю.

Звукозапись осуществляется разными способами: механическим (*фонограф*, *рекордер*), фотографическим (*в звуковом кино*), магнитным (*магнитофон*). Магнитная запись наиболее совершенна и уни-

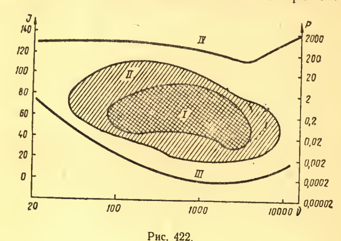


Рис. 422.

версальна. Этот способ основан на свойстве ферромагнитных материалов сохранять остаточное намагничивание, соответствующее напряженности магнитного поля при записи.

Переходим к обзору *приемников звука*. Человеческое *ухо* обладает способностью слышать звуки в диапазоне изменения звукового давления от нескольких десятитысячных *дин/см*² до нескольких тысяч *дин/см*²; оно способно анализировать звук, разделять его по частотам и интенсивностям. На рис. 422 изображена диаграмма восприятия звука человеческим ухом. Координатами на этой диаграмме служат: уровень громкости J в децибелах, частота ν в герцах, справа на ординате отложено звуковое давление в динах на квадратный сантиметр: I — область речи, II — область воспринимаемых ухом музыкальных звуков, III — порог слышимости самых слабых звуков, IV — самые громкие звуки на границе болевого ощущения.

Устройство и действие микрофонов как приемников звука было описано раньше. Также описаны *шлейфовый* и *электронный осциллографы*, употребительные для приема звуковых колебаний.

При помощи этих совершенных приборов можно непосредственно наблюдать и исследовать сложные колебания, а также и фотографировать их.

§ 136. Ультразвуки, их свойства и методы генерирования

Область ультразвуков простирается от частоты 20 000 *гц* до частот 10^{13} *гц*, когда длина упругих волн достигает, того же порядка величины, как и расстояния между молекулами конденсированных веществ или длина свободного пробега молекулы в газе. Однако экспериментально осуществлены ультразвуки частоты около 10^9 *гц*. В области высоких частот наблюдается *дисперсия скорости*. Французский ученый Савар в 1830 г. первый попытался установить частотный порог слышимости уха. Ультразвуки получил английский ученый Гальтон, сконструировавший в 1883 г. свой свисток. В России разработали методику измерения давления звука в области ультразвуков знаменитый физик П. Н. Лебедев и его ученики Альтберг и Неклепаев. Большой вклад в исследование и применение ультразвуков сделал французский физик Ланжевен; он в 1915—1917 гг. создал вибратор, при помощи которого можно было обнаруживать подводные лодки. Американские физики Вуд* и Лумис в 1927 г. получили ультразвуки с интенсивностью в несколько десятков ватт на 1 $см^2$ и изучили их влияние на живые организмы. Советский ученый С. Я. Соколов** в 1928 г. положил начало *ультразвуковой дефектоскопии*. С тех пор физика ультразвуков развернулась в обширную научную дисциплину, имеющую громадное число приложений в технике, биофизике, химии и т. д. В СССР работает много ученых по ультраакустике и ее применению.

Основное свойство ультразвуков — *высокая частота* их колебаний. Имея малую длину волны, ультразвуки могут распространяться правильными пучками — *ультразвуковыми лучами*. Ультразвуковые лучи переносят большую звуковую энергию. *Звуковое давление* достигает нескольких атмосфер. Большие переменные давления в жидкости приводят к образованию пустот — *кавитационных пузырьков*, которые захлопываются с мгновенным давлением, достигающим нескольких сот атмосфер. На поверхности этих кавитационных пузырьков появляются электрические заряды и поле напряженностью в сотни вольт на сантиметр. Это оказывает значительное действие на ход химических реакций. Перенос жидкой среды по направлению ультразвуковых лучей носит название *звукового ветра*. Так, можно получить фонтанчик на поверхности жидкости высотой в несколько десятков сантиметров.

Генераторы ультразвуков можно разделить на три основных типа: механические, пьезоэлектрические и магнитострикционные. Простейшим *механическим генератором ультразвуков* является свисток Гальтона (рис. 423). Он состоит из очень короткой трубки—

---

* Роберт Уильямс Вуд (1868 — 1955) — американский физик. Очень точные и разнообразные исследования по акустике и оптике.

** Сергей Яковлевич Соколов (1897—1957) — советский физик, исследователь ультразвука. Лауреат Государственной премии СССР 1942 и 1951 гг.

резонатора *A* с острыми краями. На острия направляется струя воздуха из кольцевидного сопла *B*. Чтобы изменять высоту тона, перемещается поршень *C*, служащий дном резонатора. Свисток Гальтона дает волны от 3500 до 100 000 *гц*, но интенсивность ультразвуков здесь очень мала. Мощный механический генератор — *ультразвуковая сирена*. Частота ультразвука в сирене определяется произведением числа отверстий на число оборотов в секунду. Чтобы обнаружить концентрацию энергии такой сиреной, можно на пути ультразвукового луча поместить кусок ваты: через несколько секунд он вспыхнет.

На рис. 424 изображена схема получения стоячих волн от свистка *A*. Пучок упругих волн, отразившись от вогнутого зеркала, скользит над поверхностью жидкости *B* и отражается от резонатора *R*. Падающие и отраженные волны образуют в воздухе систему *стоячих волн*. Эти волны вызывают соответствующие деформации поверхности жидкости, освещаемые подсветом *C* снизу. Дно мелкой ванны с жидкостью, конечно, прозрачно. Тогда можно получить теневое изображение стоячих волн. В зависимости от формы резонатора *R* изображение стоячих волн меняет свой вид. Если вместо *R* поместить движущуюся руку, то ее движение вызовет изменение звукового изображения. Так, можно сделать видимым высокочастотное звуковое излучение, при помощи которого летучие мыши в полной темноте распознают препятствия. Это — древний акустический образчик *радарной техники локации*.

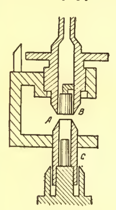


Рис. 423.

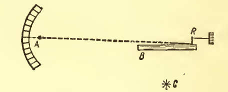


Рис. 424.

На рис. 425 изображен схематический разрез пьезоэлектрического резонатора с кварцевой пластинкой: *A* — пластинка пьезокварца, *B* — электрод, *C* — трансформаторное масло, *D* — стакан с обрабатываемой жидкостью, *E* — корпус генератора, *F* — водяное охлаждение, *G* — подводка тока высокой частоты. В переменном электрическом поле кварц меняет свои размеры. Особенно интенсивно идет процесс при резонансе. Кварцевые излучатели дают интенсивность до 40—50 $вт/см^2$ при частоте от 100 000 до 50×10^6 *гц*. Благодаря работам советского ученого Вула и его школы дорогой и дефицитный кварц успешно заменяется синтетическим

материалом—к е р а м и к о й т и т а н а т а б а р и я. Широко применяются для генерирования ультразвука и кристаллы *сегнетовой соли*, которая обладает пьезоэффектом во много раз большим, чем кварц.

Переходим к третьему типу ультразвуковых генераторов — к *магнитострикционным излучателям*.

Ряд металлов и сплавов обладает свойством сжиматься или расширяться под действием магнитного поля; такое явление называется *магнитострикцией*. Железо в слабом магнитном поле удлиняется, в сильном поле — укорачивается. Часто применяют для маг-

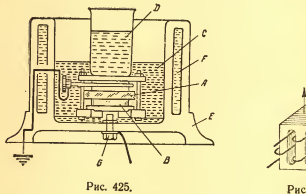
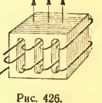


Рис. 425.


Рис. 426.

нитострикционных генераторов ультразвука никель и сплавы с никелем и кобальтом. На рис. 426 изображена схема *магнитострикционного вибратора*. Это — трансформатор, листы которого сделаны из магнитострикционного материала, чаще всего из никеля. Когда по обмотке катушки пропускают переменный ток, в ней возникает переменное магнитное поле и листы трансформатора в такт с колебаниями тока периодически сжимаются и расширяются, излучая звуковые или ультразвуковые волны, показанные на рис. 426 стрелками.

§ 137. Образование и распространение волн при большом изменении давления и сопротивление при сверхзвуковых скоростях

В настоящее время техника ультразвука усиленно развивается в сторону волн большой интенсивности. Приведем значения акустических величин в плоской ультразвуковой волне с частотой колебаний $\nu = 10^6$ *кгц*, распространяющейся в воде. В таблице приведены интенсивность J в *вт/см*^{2}; звуковое давление p в *атм*, скорость v в *см/сек*, смещение x в *см*, ускорение a в *см/сек*^{2}.

J	p	v	x	a
1	1,7	11	$2 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{7}$
100	17	110	$2 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{8}$
1000	31	330	$6 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{9}$
10 000	170	1100	$2 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{9}$

Легко подсчитать, что уже при интенсивности в 1 *вт/см*² ускорение a в 70 000 раз больше ускорения силы тяжести, а при интенсивности в 10 *квт/см*² звуковое давление достигает 170 *атм*, и ускорение превосходит ускорение силы тяжести в 7 млн. раз.

Для получения столь больших интенсивностей употребляются мощные *радиогенераторы с пьезокварцем*. Простейшая схема радиогенератора изображена на рис. 427. В этой схеме A — пьезокварц. Колебательный контур создается электронной лампой D, конденсатором C, автотрансформатором E. Форма звуковой волны большой интенсивности искажается и становится пилообразной. В жидкости интенсивные волны сильно поглощаются с повышением температуры. Для измерения энергии служат термоэлектрические приемники, ультразвуковые приемники с термисторами — сопротивлениями, величина которых сильно зависит от температуры. Применяется и метод радиометра для измерения интенсивности ультразвука.

При взрывах, при движениях со скоростью, превышающей скорость звука, возникают *ударные волны* сжатия, перемещающиеся со сверхзвуковой скоростью. Если обозначить давление и плотность газа до ударной волны буквами p_1 и ρ_2, а после прохождения через ударную волну p_2 и ρ_2, то можно вывести формулу *ударной адиабаты*, называемую уравнением Гюгонио:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{(\gamma+1)\rho_2 - (\gamma-1)\rho_1}{(\gamma+1)\rho_1 - (\gamma-1)\rho_2},$$

где γ есть отношение теплоемкостей газов $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$.

Ход адиабаты Гюгонио по сравнению с адиабатой по уравнению Пуассона показан на рис. 428. Здесь цифрой *1* обозначен ход адиабаты Гюгонио, *2* — адиабаты Пуассона. При беспредельном возрастании давления сжатия p_2 плотность идеального газа будет стремиться к пределу:

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{\gamma+1}{\gamma-1}.$$

Для воздуха $\gamma = 1,43$ и предельное значение $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 6$.

Из теории выводится формула для скорости ударной волны:

$$v = c\sqrt{\frac{\gamma-1}{2\gamma} + \frac{\gamma+1}{2\gamma}\frac{p_2}{p_1}},$$

где c — скорость звука. Из этой формулы видно: 1) чем больше p_2/p_1, тем больше скорость ударной волны v; 2) при малой интенсивности $p_2/p_1 \approx 1$ и $v = c$. Приведем данные, характеризующие ударные волны: $\frac{\Delta p}{p_1}$ — относительное сжатие, $\frac{\Delta \rho}{\rho_1}$ — относительное

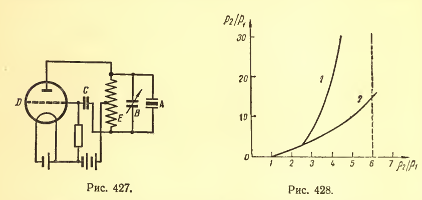


Рис. 427.

Рис. 428.

уплотнение, v — скорость движения фронта ударной волны в *м/сек*, Δt — повышение температуры в градусах Цельсия:

$\Delta p/p_1$	$\Delta \rho/\rho_1$	v	Δt
0	0	340	0
9,2	2,77	1000	465
92,2	4,58	3000	5940
258	4,78	5000	12 100

Ясно, что колоссальное повышение температуры при взрыве приводит к свечению газа ударной волны. Следует различать два случая: взрыв и детонацию. При *взрыве* происходит быстрое сгорание. При *детонации* воспламенение распространяется вследствие повышения температуры, вызываемого ударной волной. Для нитроглицерина скорость распространения детонации 7400 *м/сек* с давлением до 100 000 *кГ/см*^{2}. На рис. 429 изображены *ударные* (*баллистические*) *волны*, образовавшиеся вблизи снаряда, движущегося со сверхзвуковой скоростью. На рисунке показаны волны, последовательно возникающие в точках *1*, *2*, *3*, *4*,..., проходимых снарядом. Так как снаряд все время обгоняет создаваемые им звуковые волны, то сферические волны, исходящие из то-

чек *1, 2, 3, 4,...,* имеют огибающую в виде конуса. Угол раствора этого конуса тем меньше, чем больше отношение скорости снаряда к скорости звука v. По перпендикуляру к образующей конуса и будет распространяться баллистическая волна со звуковой скоростью.

Скорость звука является тем рубежом, который разделяет физику механических движений. При обычном полете самолета скорость течения воздуха на верхней поверхности крыла больше, а давление меньше, чем на нижней. Разность этих давлений создает *подъемную силу*, поддерживающую самолет в воздухе.

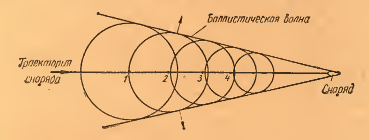


Рис. 429.

При *сверхзвуковом потоке* получается обратная картина: сверхзвуковые скорости возрастают, если струя расширяется, а не сужается, как в дозвуковом потоке. Следовательно, струйки должны поджиматься на нижней поверхности крыла больше, чем на верхней. В потоке сверхзвуковой скорости скачкообразно повышается давле-

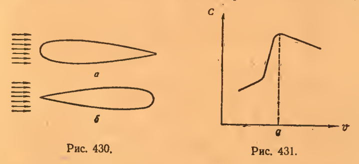


Рис. 430. Рис. 431.

ние в струе; *скачок уплотнения и является ударной волной*. Если тело обтекается потоком со сверхзвуковой скоростью, возникает скачок уплотнения, сопровождаемый потерей механической энергии. Такие потери служат источником *волнового сопротивления*. Чем острее носик движущегося тела, тем меньше скачок уплотнения «садится» на тело, тем меньше волновое сопротивление. Сила сопротивления воздуха обычно пропорциональна квадрату скорости v^2. Так,

при повышении скорости самолета с 300 до 600 *км/час* сопротивление воздуха растет в 4 раза. Но при повышении скорости от 600 до 1200 *км/час* (околозвуковая скорость), сопротивление растет в 32 раза, т. е. пропорционально v^5. Для дозвуковых скоростей главной причиной сопротивления является разрежение позади тела. Поэтому форма минимального сопротивления потоку дозвуковой скорости сзади заострена (рис. 430, *а*). В сверхзвуковом потоке, наоборот, сила сопротивления вызывается значительным повышением давления на передней части тела. Поэтому типичная форма минимального сопротивления при сверхзвуковом потоке спереди заострена (рис. 430, *б*). Причина изменения сопротивления при сверхзвуковых скоростях связана со сжимаемостью воздуха. Начало разработке проблемы движения струй с большими скоростями положил знаменитый советский ученый Чаплыгин *, опубликовавший в 1902 г. работу «О газовых струях». Этим было положено начало новой науке — *газовой динамике*, развитой силами многих советских ученых: Кочина, Христиановича, Седова, Рахматулина и др. Для полета со сверхзвуковой скоростью самолет должен иметь веретенообразный фюзеляж с небольшими стреловидными крыльями. Если обозначить силу сопротивления через f, площадь сопротивления через S, плотность воздуха через ρ, скорость потока через v, то

$$f = C\rho S v^2.$$

Но коэффициент сопротивления C зависит от скорости v: он резко возрастает около скорости звука, а затем уменьшается (рис. 431). В качестве двигателей для самолетов со сверхзвуковыми скоростями употребляются реактивные моторы.

§ 137, а. Практическое приложение акустики

После замечательных работ Гельмгольца развитие классической акустики было завершено появлением «Теории звука» Релея (1877). Новый этап развития акустики начался с усиления при помощи электронных ламп и связанного с ним развития радиовещания. Быстро возникла и развилась *электроакустика*, основной задачей которой является разработка микрофонов, приборов для глухих людей, телефонов, громкоговорителей, звукозаписи.

Акустические измерения проводятся почти исключительно на основе электроакустических приборов.

Архитектурная и строительная акустика занимается разработ-

* Сергей Алексеевич Чаплыгин (1869—1942) — советский ученый в области гидро- и аэромеханики. Один из основателей газовой динамики. Герой Социалистического Труда.

кой наилучших условий передачи и восприятия звука в помещениях и на открытом воздухе, а также проблемой звукоизоляции.

Физиологическая акустика представляет собою научную основу условий слышимости, разборчивости. В этой отрасли исследуются органы слуха и речи, зависимости между восприятием звука и его физическими характеристиками *(психологическая акустика)*.

Музыкальная акустика занимается изучением музыкальных инструментов, установлением физических параметров, которые необходимы музыкантам: состава музыкальных звуков и интервалов, принятых в музыке. Приведем табличку *мажорной* и *минорной гаммы* с присвоенными им обозначениями.

	Прима		Секунда		Терция	Кварта		Квинта		Секста		Септима	Октава	Отношение к
Мажорная гамма (dur)	*c*	cis	*d*	dis	*e*	*f*	fis	*g*	gis	*a*	ais	*h*	*c'*	
	1		9/8		5/4	4/3		3/2		5/3		15/8	2	основному тону
			9/8		9/10	15/16		9/8		9/10		15/16		предшествующему тону
	132		148,5		165	176		198		220		247	264	частоте
Минорная гамма (moll)	*c*	des	*d*	es	*e*	*f*	ges	*g*	as	*a*	*b*	*h*	*c'*	
	1		9/8	6/5		4/3		3/2	8/5		9/5		2	основному тону
			9/8	15/16		9/10		9/8	15/16		9/10			предшествующему тону
	132		148,5	158,4		176		198	211,2		237,6		264	частоте

На языке музыки шкала тонов носит название *гаммы*; она строится исходя из основного тона кверху до октавы. Всякая октава (интервал тонов 1 : 2) содержит такую же последовательность тонов, как и другие. В таблице приведены мажорная (дур) и минорная (моль) гаммы с интервалами, представляющими отношение частот. В обеих гаммах интервал октавы подразделяется на 7 целых тонов и 5 полутонов. Полутоны обеих гамм не совпадают, но разница их интервалов составляет всего $\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{10} = \frac{81}{80}$ — интервал, называемый «*коммой*». Он не настолько велик, чтобы для него создавать особые клавиши и струны на рояле. Гамму, разделенную на 12 ступеней, называют *хроматической*. На инструментах с постоянными тонами (рояль, орган и др.) 12 ступеней внутри октавы устанавливаются так, чтобы каждый тон находился в отноше-

нии $\sqrt[12]{2} = 1,0595$ к предыдущему. Такая гамма носит название *темперированной*. В музыке *эталоном высоты звука* при настройке инструментов служит камертон в тоне a^1 (ля первой октавы). В 1885г. международным эталоном высоты звука для музыкального строя был принят камертон с нормальной частотой $a^1 = 435$ *гц*, но от него отошли к 440 *гц* в большинстве стран. В СССР с 1 января 1936 г. действует стандарт с частотой $a^1 = 440$ *гц*. Стандартное определение единицы измерения частотного интервала — октавы — таково: *частотный интервал между двумя частотами, логарифм отношения которых при основании два равен единице*. Исходя из тона a^1, клавиатура рояля включает 4 октавы вниз и 3 октавы вверх. Тона между 132 и 264 *гц* обозначаются буквами c, d, e,..., ближайшей высшей октавы: c', d',..., далее, c'', d'', e'' ,... Вниз тоны ближайшей октавы обозначаются C_1, D_1, E_1,..., еще ниже — C_2, D_2, E_2,... и т. д. В последние годы появились *электромузыкальные инструменты*, в которых интенсивность, тембр и динамика музыкального произведения создаются в электрической части инструмента и передаются через громкоговоритель. Система телефонной связи, в которой по каналу связи передается речь, а управляющие сигналы, полученные в результате анализа речи на передающей стороне, носит название вокодера.

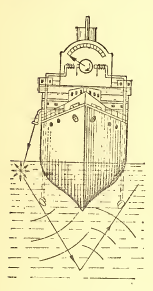


Рис. 432.

Гидроакустика исследует распространение звука в воде, естественные звуки водной среды, создает подводные аппараты сигнализации. Излучатели подводного звука называются *гидрофонами*. Электронавигационный прибор для автоматического измерения глубин гидроакустическим способом получил название *эхолота*. Простейшая схема определения водной глубины изображена на рис. 432. Звук производится взрывом патрона (в воде слева). Звуковой луч принимается микрофоном на дне корабля, затем луч распространяется в глубину и отражается от дна. Отраженный луч принимается микрофонами. Скорость звука в воде около 1500 *м/сек*. Запись моментов приема звуков микрофонами осуществляется самописцами. Можно вести такие измерения бесшумно путем передачи и приема *ультразвуковых лучей*. Таким способом можно осуществлять звуковую локацию, подводную связь, разведку скоплений рыбы и т. д.

Мы уже приводили много примеров приложений ультразвуков, в особенности в области *ультразвуковой дефектоскопии* — нахожде-

ния дефектов в металлических отливках, штампованных деталях, трещин в рельсах, поковках, в бетоне. Много используются физические и химические воздействия ультразвука на вещество: кавитация, сверление и т. д.

Б. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Глава XVIII

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

§ 138. Понятие о переменном токе

Область явлений в цепях, в которых ток не остается постоянным, изменяясь по величине и направлению как некоторая функция времени, включает в себя разнообразные особенности, чрезвычайно важные как для более глубокого понимания электромагнитных процессов, так и для электротехники, которая широко пользуется переменным током; современная электротехника преимущественно использует переменный ток.

Характер зависимости силы тока I от времени t в каждом отдельном случае может быть различным и иногда выражается графически весьма сложной кривой (рис. 433). Автоматически запись этих

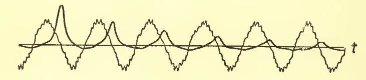


Рис. 433.

кривых получается при помощи *осциллографа* — прибора, который имеет назначение регистрировать изменение силы тока и напряжения в цепях переменного тока.

Особое значение для физики и техники имеет изучение таких переменных токов, изменения которых носят *периодический* характер, т. е. таких, при которых ток через равные промежутки времени принимает одни и те же значения. Все такие периодические изменения по теореме Ф у р ь е могут быть представлены как результат сложения простых гармонических синусоидальных колебаний. Поэтому изучение синусоидально изменяющихся токов (рис. 294)

приобретает большое значение, с одной стороны, как простейшие явления, к которым приводятся другие, более сложные, периодические явления, с другой стороны, как предельный, идеальный случай, от которого можно перейти к реальным, постоянно наблюдаемым сложным процессам.

Итак, положим, что в цепи соблюдены условия для возникновения синусоидально изменяющейся электродвижущей силы

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t = \mathscr{E}_0 \sin 2\pi\nu t. \tag{138-1}$$

Предположим сначала, что мы можем не считаться с самоиндукцией, т. е. что в рассматриваемой цепи самоиндукция ничтожна. Иначе сказать, будем считать, что в этой цепи нет другой электродвижущей силы, кроме вышеуказанной $\mathscr{E}$, значения которой колеблются, изменяясь в положительной и отрицательной области от $+\mathscr{E}_0$ до $-\mathscr{E}_0$. Тогда по закону Ома ток определится тоже как величина переменная, изменяющаяся с тем же периодом и имеющая ту же фазу:

$$I = I_0 \sin \omega t = I_0 \sin 2\pi\nu t; \tag{138-2}$$

здесь $I_0 = \frac{\mathscr{E}}{R}$ есть максимальное значение тока, или *амплитуда тока.*

Написанные формулы дают мгновенные значения $\mathscr{E}$ и I, графически изображаемые для каждого момента времени проекциями векторов $\mathscr{E}_0$ и I_0 на ось y при их равномерном вращении. Если обычный амперметр или вольтметр включить в цепь переменного тока, то стрелка будет стоять неподвижно, так как она вследствие инерции не будет в состоянии следить за быстро изменяющимися импульсами переменного тока. Приборы, имеющие сравнительно массивные подвижные части и дающие показания, прямо пропорциональны силе тока (тангенс-гальванометр, гальванометры Депре и Д'Арсонваля и т. п.), не могут оценить ни мгновенных, ни средних значений I и $\mathscr{E}$; для измерений I и $\mathscr{E}$ при переменном токе годятся лишь такие проборы, показания которых не зависят от направления тока. Таковы следующие измерительные приборы.

1. *Тепловые приборы.* Принцип устройства этих приборов заключается в том, что ток, проходя по тонкой проволоке AB (рис. 434), обыкновенно из сплава серебра и платины, нагревает ее; в точке C эту проволоку оттягивает вниз латунная, туго натянутая проволока CGD, которую в точке G оттягивает влево нить GH, перекинутая через ролик R и натянутая пружиной F, прикрепленной к корпусу прибора. При удлинении проволоки AB от нагревания током точка C перемещается вниз, G и H — влево, при этом ролик повертывается на некоторый угол и перемещает по шкале соединенную с ним стрелку.

2. *Электромагнитные приборы.* Стержень или пластинка B из мягкого железа (рис. 435) при намагничивании током в соленоиде

А стремится втянуться в соленоид, в область наибольшего магнитного потока. Движение ее передается стрелке.

Хотя при изменениях направления переменного тока магнитное поле соленоида *А* также меняется, железо сердечника успевает перемагничиваться, и потому все время втягивается внутрь соленоида. В те моменты, когда сила тока и магнитное поле катушки равны нулю вследствие инертности подвижной системы, сердечник не успевает сколько-нибудь значительно отклониться обратно. Отклоне-

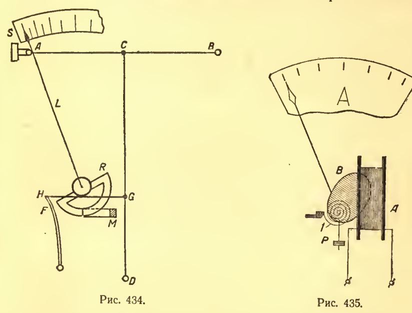


Рис. 434.

Рис. 435.

ние стрелки электромагнитного прибора довольно сложно зависит от силы тока, поэтому деления на шкале такого прибора неравномерны: вначале они расположены гуще, в средней части шкалы реже, а в конце шкалы снова сгущаются (см. рис. 435).

Электромагнитные приборы наиболее распространены в технике. Они в равной мере пригодны для измерений обычных переменных токов (с частотой 50 *гц*) и постоянного тока, причем в пределах потребностей техники вполне возможно пользоваться одной и той же шкалой, хотя теоретически при изменениях постоянного тока прибор нужно градуировать особо.

Для измерений токов высокой частоты, когда железные части прибора не успевают перемагничиваться, эти приборы не годятся.

3. *Электродинамические приборы* основаны на взаимодействии двух катушек (одна из них неподвижна), по которым последовательно идет один и тот же ток. При переменном токе направление его меняется одновременно в той и другой катушках, так что взаимо-

действие между ними остается постоянным и пропорциональным произведению токов (*закон Ампера*), а в данном случае, когда по катушкам идет один и тот же ток, — квадрату силы тока.

Чтобы выяснить, какие именно величины, характеризующие переменный ток, измеряются описанными приборами, обратимся к тепловому амперметру, который может употребляться в цепях и постоянного, и переменного токов, и поставим вопрос: каков должен быть постоянный ток, чтобы он в течение периода T выделил столько же тепла, сколько за то же время T выделяет переменный ток. Обозначим искомое значение постоянного тока через $I_{эфф}$ и будем его называть *эффективным* (действующим) *значением переменного тока*. Тогда:

за время t для постоянного тока: $Q = 0{,}24 I^2_{эфф} R t$;

за время dt для переменного тока: $dQ = 0{,}24 I^2 R\, dt$;

здесь I — мгновенное значение переменного тока; для всего периода T имеем:

$$Q_1 = 0{,}24 \int_0^T I^2 R\, dt = 0{,}24 I_0^2 R \int_0^T \sin^2 \omega t\, dt.$$

Полагая

$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2},$$

в результате находим:

$$\int_0^T \sin^2 \omega t = \int_0^T \frac{dt}{2} - \int_0^T \frac{\cos 2\omega t\, dt}{2} = \frac{1}{2} T;$$

поэтому

$$Q_1 = 0{,}24 \cdot \frac{1}{2} I_0^2 R T.$$

Сравним выражения количеств тепла, выделенных за время T постоянным и переменным токами:

$$Q = Q_1;\ 0{,}24 I^2_{эфф} R T = 0{,}24 \cdot \frac{1}{2} I_0^2 R T;$$

$$I_{эфф} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0;\ I_{эфф} = 0{,}707 I_0. \qquad (138\text{-}3)$$

Отсюда вытекает, что показания амперметров в цепях переменного тока составляют около 0,7 максимального значения тока; это значение силы тока $I_{эфф}$ называется *эффективным значением*, так как оно обусловливает тот же энергетический эффект в цепи, как численно равный ему постоянный ток.

Точно так же, проводя подобные рассуждения о показаниях вольтметров в цепях переменных токов и опираясь при математическом выводе на закон О м а, устанавливаем понятия об эффективном напряжении $U_{эфф}$ и электродвижущей силе $\mathscr{E}_{эфф}$ и связь их с максимальными значениями U_0 и $\mathscr{E}_0$:

$$U_{эфф} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_0, \ U_{эфф} = 0{,}707\ U_0;$$

$$\mathscr{E}_{эфф} = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathscr{E}_0, \ \mathscr{E}_{эфф} = 0{,}707\ \mathscr{E}_0.$$

Измерительные приборы для определения напряжения и силы переменного тока градуируются на их эффективные значения.

Число вольт-ампер, определяемое произведением:

$$N = \mathscr{E}_{эфф} \cdot I_{эфф} \tag{138-4}$$

дает мощность переменного тока только при том условии, которое было установлено ранее: если в цепи есть лишь одна переменная э. д. с. генератора. Это условие чрезвычайно суживает исследование и даже может исказить его результаты, ибо цепей переменного тока без самоиндукции и емкости фактически нет. Рассмотрим явления, которые возникают в цепях переменного тока вследствие самоиндукции и емкости.

§ 139. Индуктивность в цепи переменного тока

Переменная э. д. с. генератора:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t; \ \mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin 2\pi\nu t$$

обусловливает в цепи переменный ток. Так как всякая цепь переменного тока обладает той или иной индуктивностью L, то в ней, кроме $\mathscr{E}$, появляется э. д. с. самоиндукции $\mathscr{E}_1$, и закон Ома принимает вид:

$$\mathscr{E} + \mathscr{E}_1 = IR,$$

или

$$\mathscr{E} = IR + (-\mathscr{E}_1) \tag{139-1}$$

Если бы в цепи не было индуктивности, т. е. если бы можно было пренебречь величиной самоиндукции, то ток I имел бы ту же фазу, как и э. д. с. $\mathscr{E}$. Но если мы знаем, что, кроме э. д. с. генератора $\mathscr{E}$, в цепи есть э. д. с. самоиндукции $\mathscr{E}_1$, то следует предвидеть, что влияние этой переменной э. д. с. отразится на всем процессе в цепи и, конечно, на силе тока I; э. д. с. самоиндукции изменит и амплитуду, и фазу тока I. Поэтому заранее можем предположить следующий вид функции тока I:

$$I = I_0 \sin (\omega t + \varphi), \tag{139-2}$$

где φ то изменение фазы тока по сравнению с фазой $\mathscr{E}$, которое появляется вследствие влияния э. д. с. $\mathscr{E}_1$.

Поэтому уравнение э. д. с. можно написать так:

$$\mathscr{E}_0 \sin \omega t = I_0 R \sin (\omega t + \varphi) + (-\mathscr{E}_1) \tag{139-3}$$

Чтобы выяснить значение э. д. с. самоиндукции в цепях переменного тока, надо определить, как она влияет на амплитуду тока I_0

и на фазу $(\omega t - \varphi)$. Это значит, что, исходя из этого уравнения, надо найти значения I_0 и φ.

Раскроем значение $\mathscr{E}_1$, чтобы выяснить характер изменения этой периодической величины:

$$\mathscr{E}_1 = -L\frac{dI}{dt} = -L I_0 \frac{d\sin(\omega t + \varphi)}{dt} = -\omega L I_0 \cos(\omega t + \varphi) =$$

$$= -\omega L I_0 \sin\left[\frac{\pi}{2} - (\omega t + \varphi)\right] = \omega L I_0 \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right). \quad (139\text{-}4)$$

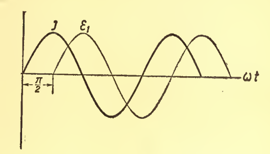


Рис. 436.

Мы видим, что $\mathscr{E}_1$ по фазе отстает от тока I на $\frac{\pi}{2}$; синусоиды этих величин сдвинуты взаимно на $\frac{\pi}{2}$ (рис. 436), поэтому векторы $\mathscr{E}_1$ и IR для каждого мгновения перпендикулярны между собой.

В основное уравнение входит не $\mathscr{E}_1$, а $-\mathscr{E}_1$:

$$-\mathscr{E}_1 = -\omega L I_0 \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = \omega L I_0 \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (139\text{-}5)$$

Отсюда:

$$\mathscr{E}_0 \sin\omega t = I_0 R \sin(\omega t + \varphi) + \omega L I_0 \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (139\text{-}6)$$

Это уравнение мгновенных значений; для каждого момента t значение э. д. с. генератора $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin\omega t$ должно быть таково, чтобы э. д. с. $\mathscr{E}$ уравновешивала падение потенциала в цепи $I_0 R \sin\omega t$ и э. д. с. самоиндукции $-\mathscr{E}_1 = \omega L I \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$, направленную против изменения $\mathscr{E}$.

В этом уравнении $\mathscr{E}_0$ и ω даны генератором, R и L характеризуют цепь; неизвестны I_0 — амплитудное значение тока и φ — *сдвиг фазы* тока по отношению к фазе э. д. с. Для определения этих величин составим вспомогательные уравнения.

Соотношение, выраженное уравнением (139-6), справедливо для всякого момента t:

I. Положим $t = 0$; уравнение (139-6) дает:

$$0 = I_0 R \sin\varphi + \omega L I_0 \cos\varphi; \qquad (139\text{-}7)$$

отсюда определим сдвиг фаз φ:

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\omega L}{R}. \qquad (139\text{-}8)$$

Этот вывод показывает:

1) Значение φ отрицательно; это значит, что формулу для силы тока (139-2) надо записать иначе:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi) \qquad (139\text{-}9)$$

Следовательно, самоиндукция в цепи обусловливает *отставание по фазе* колебаний тока I от колебаний э. д. с. генератора $\mathscr{E}$. Кратко это выражают так: *ток запаздывает* по фазе по сравнению с э. д. с. генератора на угол φ или э. д. с. генератора $\mathscr{E}$ *опережает ток* по фазе на угол φ.

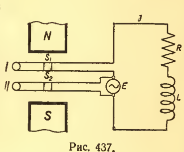


Рис. 437.

2) При данном омическом сопротивлении R сдвиг фаз φ зависит от частоты ω и индуктивности L; угол φ растет с увеличением ω и L, но

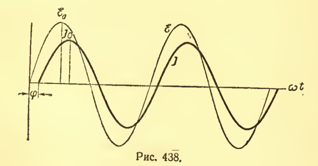


Рис. 438.

всегда $\varphi < \frac{\pi}{2}$. При $L = 0$ и $\varphi = 0$, как это было установлено раньше.

Само явление сдвига фаз можно демонстрировать при помощи *осциллографа*. Для этого в поле электромагнита осциллографа введем две нити I и II (рис. 437) с двумя зеркалами S_1 и S_2. Нить I введем в цепь переменного тока, имеющую сопротивление R и самоиндукцию L; эта нить с зеркалом S_1 будет играть роль *амперметра*,

и колебания зеркальца S_1 дадут на экране синусоиду I. Нить II присоединим к полюсам генератора * переменного тока, она будет играть роль *вольтметра*, и колебания зеркальца S_2 вычертят синусоиду $\mathscr{E}$. Сведя на экран оба световые луча от I и II зеркал, замкнем цепь переменного тока. Ясно увидим смещение синусоид (рис. 438). Изменяя L, можно увеличивать или уменьшать сдвиг фаз φ; совсем выведя самоиндукцию, наблюдаем полное совпадение обоих синусоид.

II. Положим в уравнении (139-6) $t = \frac{T}{4}$; тогда:

$$\omega t = \frac{\pi}{2}; \ \mathscr{E}_0 = I_0 R \cos\varphi - \omega L I_0 \sin\varphi. \qquad (139\text{-}10)$$

Возведя в квадрат (139-7) и (139-10) и сложив результаты, находим:

$$\mathscr{E}_0^2 = I_0^2 R^2 + \omega^2 L^2 I_0^2;$$

отсюда:

$$I_0 = \frac{\mathscr{E}_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}. \qquad (139\text{-}11)$$

Зная амплитудное значение тока I_0, можем написать его мгновенное значение:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi); \ I = \frac{\mathscr{E}_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi). \qquad (139\text{-}12)$$

Это соотношение, внешне подобное закону Ома, показывает, что в цепи с самоиндукцией, кроме омического сопротивления R, появляется некоторое добавочное сопротивление ωL, которое тем больше, чем больше частота ω и самоиндукция L.

Величину

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \qquad (139\text{-}13)$$

называют полным сопротивлением цепи, в него входит R — *омическое*, или активное, сопротивление и $x_L = \omega L$ — *реактивное сопротивление самоиндукции*; так как оно зависит от индуктивности L, то его называют *индуктивным сопротивлением*.

Нетрудно убедиться, что размерность $[\omega L]$ такая же, как и размерность R; отношение ωL к R выражается отвлеченным числом.

Вспомним, что основные опыты, в которых мы встретились с явлениями самоиндукции, давали повод думать, что введение самоиндукции в цепь переменного тока равносильно введению некоторого добавочного сопротивления. Теперь можно утверждать, что это появляющееся как бы добавочное индуктивное сопротивление

* Практически — к полюсам ввода цепи переменного тока.

ωL есть кажущееся явление, так как на самом деле в цепи возникает э. д. с. самоиндукции $\mathscr{E}_1 = \omega L I_0 \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$, которая по своим проявлениям может оцениваться нашими приборами как действие добавочного сопротивления ωL. За этой внешностью событий скрыта их *сущность* — *возникновение и исчезновение магнитного поля тока*; превращение энергии

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

при этом основном процессе отражается на всем режиме цепей переменного тока и воспринимается нами как своеобразное явление самоиндукции, как новая э. д. с. или как добавочное сопротивление.

Весь процесс в цепи переменного тока с самоиндукцией может быть *графически* представлен при помощи диаграммы амплитудных (наибольших) значений $\mathscr{E}_0$, $I_0 R$, $\omega L I_0$ (рис. 439).

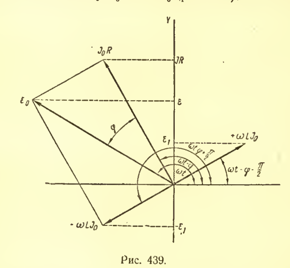


Рис. 439.

Для любого данного момента t фаза тока имеет значение $(\omega t - \varphi)$; отложим под этим углом амплитуду IR — вектор $I_0 R$, тогда фаза э. д. с. $\mathscr{E}_1$ будет $\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}$. Под этим углом построим амплитуду $\mathscr{E}_1$ — вектор $\omega L I_0 = \mathscr{E}_{01}$. Но в основное уравнение входит не $\mathscr{E}_1$, а $-\mathscr{E}_1$, имеющая фазу $\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}$; под этим углом отложим амплитуду $-\mathscr{E}_1$, т. е. вектор $-\mathscr{E}_{01} = -\omega L I_0$. На векторах $I_0 R$ и $\omega L I_0$ построим параллелограмм, тогда диагональ его, равная геометрической сумме этих векторов, графически изобразит амплитуду $\mathscr{E}_0$ э. д. с. генератора, которая по уравнению мгно-

венных значений является алгебраической суммой величин IR и $\mathcal{E}_1$.

Из самого построения векторной диаграммы амплитудных значений следует:

1) Мгновенные значения $\mathcal{E}$, I, $\mathcal{E}_1$ и $-\mathcal{E}_1$ определяются для каждого момента t как проекции соответственных амплитуд на ось Y; при вращении построенного параллелограмма против стрелки часов с угловой скоростью ω получим все мгновенные значения этих величин в течение периода T.

2) Отставание по фазе тока на угол φ от э. д. с. $\mathcal{E}$ и значение сдвига фаз непосредственно определяются из соотношения сторон треугольника:

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\omega L I_0}{I_0 R} = \frac{\omega L}{R}. \qquad (139\text{-}13)$$

3) Из этого же треугольника имеем:

$$\mathcal{E}_0^2 = I_0^2 R^2 + \omega^2 L^2 I_0^2;$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}. \qquad (139\text{-}14)$$

Построением диаграммы геометрически получены те же результаты, которые раньше мы получили аналитически.

Мгновенное значение тока принимает вид:

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi), \text{ где } \varphi = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\omega L}{R}\right). \qquad (139\text{-}15)$$

4) Зная амплитудное значение тока I_0, находим его эффективное значение:

$$I_{эфф} = 0{,}707\, I_0.$$

§ 140. Токи смещения, опыт Эйхенвальда

В цепь источника $\mathcal{E}$ (рис. 440) с постоянной электродвижущей силой введем коммутатор K, лампу L и пластины A и B, образующие *конденсатор*. Замкнув цепь K, мы не заметим в ней признаков тока, так как в AB есть разрыв цепи; постоянный ток не проходит через диэлектрик.

Но если, действуя коммутатором K, будем последовательно перезаряжать пластины A и B (сначала A соединим с анодом источника, B — с катодом, затем наоборот), то при каждой перезарядке на мгновение вспыхивает лампочка, обнаруживая, что через нее проходит мгновенный ток; вместо лампочки можно было бы взять подходящий гальванометр, который колебаниями стрелки или зеркальца обнаружил бы прохождение мгновенного тока. Чем чаще следуют друг за другом перемены направления тока, тем труднее глазу замечать отдельные вспышки и гашения лампочки. При частых включениях и разрывах цепи при помощи коммутатора лампа не

успевает гаситься. Вывод: *переменный ток проходит через диэлектрик.* Конечно, чтобы явление стало более заметно, надо взять не две пластины A и B, а несколько параллельно соединенных плоских конденсаторов для увеличения емкости C.

Соединение пластин A и B с источником $\mathscr{E}$ устанавливает между ними разность потенциалов U, переводя к ним по проводникам $\mathscr{E}A$ и $\mathscr{E}B$ заряды $+q$ и $-q$. При этом $q = CU$; между пластинами возникает электрическое поле, диэлектрик между ними приходит в состояние *поляризации.*

М а к с в е л л, который ввел представление о поляризации диэлектрика при возникновении в нем электрического поля, дал следующие разъяснения этого явления:

«Электрическая поляризация диэлектрика есть искусственное состояние, в которое он приводится действием электродвижущей силы и которое исчезает, коль скоро прекращается действие этой силы. Мы можем себе представить эту поляризацию в виде так называемого *электрического смещения*, производимого электрической силой. Когда э. д. с. действует в проводящей среде, она вызывает в ней ток; но если среда не проводит или является диэлектриком, то ток длительно не может проникать в эту среду; однако электричество смещается в ней в направлении электрической силы, причем величина смещения зависит от величины электрической силы...».

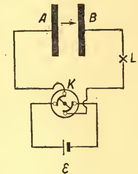


Рис. 440.

Механическая аналогия, которую далее разбирает М а к с в е л л, — это движение несжимаемой жидкости в замкнутом объеме. Пусть цилиндр A (рис. 441), трубы B и C и цилиндр D наполнены несжимаемой жидкостью: в цилиндре D взад и вперед может перемещаться поршень N, а в цилиндре A натянута упругая перепонка M. Тогда при движении поршня из нормального положения налево жидкость и перепонка в цилиндре A смещаются направо; при возвращении поршня в нормальное положение (движение направо) перепонка вследствие упругости выпрямляется и гонит жидкость налево и т. д. Циркулирующего тока в цилиндре мы не наблюдаем, но обнаруживаем в нем смещение жидкости налево и направо.

Для более глубокого понимания явления при разряде конденсатора М а к с в е л л ввел величины, количественно характеризующие это явление, которое качественно описано выше.

1. *Электрическим смещением* D называется количество электричества, перемещающегося сквозь единицу поверхности диэлектрика при его поляризации (рис. 442).

Величина смещения D может быть выражена так (теорема Г а у с с а):

$$D = \frac{dq}{dS} = \frac{1}{4\pi}\frac{d\Psi}{dS}. \qquad (140\text{-}1)$$

Опираясь на известные соотношения:

$$d\Psi = D\,dS;\; D = \varepsilon E;\;\; E = -\frac{dU}{dl},$$

находим

$$D = \frac{1}{4\pi}\frac{d\Psi}{dS} = \frac{\varepsilon}{4\pi}E = \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{dU}{dl}. \qquad (140\text{-}2)$$

Это значит, что *смещение зарядов в диэлектрике пропорционально напряженности в нем поля, или градиенту потенциала.*

2. Под влиянием внешнего поля в диэлектрике происходит смещение зарядов, связанных с частицами (атомами и молекулами). Это смещение связанных зарядов в диэлектрике называется *током смещения* I_c в отличие от тока в проводниках или *тока проводимости*, который представляет собой поступательное движение зарядов (например, электронов в металлах).

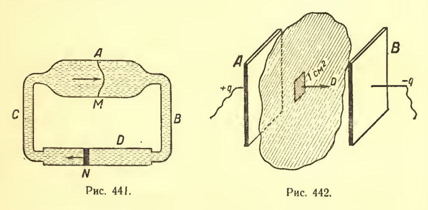


Рис. 441. Рис. 442.

Значение тока смещения определим из общего выражения силы тока:

$$I = \frac{dq}{dt};\;\; d\Psi = 4\pi dq;\;\; dq = \frac{1}{4\pi}d\Psi;$$

$$I_c = \frac{1}{4\pi}\frac{d\Psi}{dt}. \qquad (140\text{-}3)$$

Согласно этой формуле *ток смещения пропорционален скорости изменения потока индукции в диэлектрике, или скорости изменения электрического поля.* Отметим, что в формуле (140-3) нет характеристик самого диэлектрика; это значит, что где бы ни изменялось элект-

рическое поле, хотя бы в вакууме при $\varepsilon = 1$, всюду будет существовать ток смещения.

3. К выражению значения тока смещения можно подойти иначе, связав его с емкостью конденсатора C, в котором происходит ток смещения.

За время dt заряд конденсатора изменился на dq; тогда имеем:

$$dq = C\,dU; \quad dq = Cl\,\frac{dU}{l},$$

где l — расстояние между пластинками конденсатора; и далее:

$$I_c = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU}{dt}. \tag{140-4}$$

Это значит, что сила тока смещения пропорциональна скорости изменения приложенного к пластинкам конденсатора напряжения или скорости изменения э. д. с. генератора. Дальнейшее преобразование дает:

$$dE = \frac{dU}{l}; \quad I_c = Cl\frac{dE}{dt}; \tag{140-5}$$

ток смещения пропорционален скорости изменения напряженности электрического поля.

Выведенные формулы (140-3 и 140-4) выражают самое важное *отличие тока смещения от тока проводимости*: ток проводимости пропорционален напряжению или электродвижущей силе) закон О м а); ток смещения пропорционален скорости изменения этих величин.

Конечно, эти формулы могут быть приведены к формуле, дающей наиболее общее выражение тока смещения:

$$I_c = Cl\,\frac{dE}{dt} = \frac{\varepsilon S}{4\pi l}\,l\,\frac{dE}{dt} = \frac{1}{4\pi}\frac{dD}{dt}S = \frac{1}{4\pi}\frac{d\Psi}{dt}. \tag{140-6}$$

Следует особо отметить пропорциональность тока смещения скорости изменения напряженности поля в диэлектрике. Это обстоятельство влечет за собой то, что ток смещения I_c достигает наибольшего значения в те моменты периода, когда напряжение U и поток Ψ (рис. 443) переходят через нуль, и ток смещения обращается в нуль, когда напряжение U и поток Ψ переходят через максимальные значения U_0 и Ψ_0.

Итак, на основании выведенных соотношений мы приходим к общему определению: *ток смещения численно равен скорости изменения потока электрической индукции, деленной на* 4π.

Если $\frac{\Psi}{4\pi}$ назвать *потоком смещения*, то предыдущая формулировка упрощается: *ток смещения численно равен скорости изменения потока смещения.*

Введя понятие о токе смещения, М а к с в е л л высказал обоб-

шающее утверждение: *электрический ток всегда образует замкнутую цепь*, иначе говоря, в природе существуют лишь замкнутые электрические токи.

Ток смещения есть одно из проявлений переменного электрического поля; это непосредственно видно из выведенного в § 140 соотношения. Появление переменного электрического поля в диэлектрике вызывает в нем смещение электрических зарядов, которые мы имеем право оценивать как ток. Это право, однако, надо было оправдать экспериментально. Всякий ток образует магнитное поле; *существует ли магнитное поле тока смещения*?

Максвелл, как увидим дальше, в основу своей теории электромагнитного поля положил гипотезу, что *ток смещения, т. е. переменное электрическое поле, образует переменное магнитное поле* (1873). Русский физик Эйхенвальд рядом замечательных

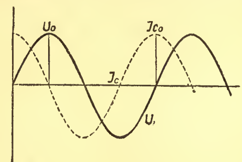


Рис. 443.

исследований (1901—1904) экспериментально обосновал эту гипотезу Максвелла. Он не только опытно доказал существование магнитного поля тока смещения, но и установил количественные характеристики этого поля согласно закону Био — Савара.

Описание опыта Эйхенвальда дано в § 88.

Исследованиями Эйхенвальда дано экспериментальное доказательство того, что *ток смещения обладает основным свойством всякого тока: он образует около себя магнитное поле.*

Перемещающийся заряженный проводник (например, вращающийся заряженный диск) представляет новый вид тока, когда заряды увлекаются движущимся телом; этот ток называется *конвекционным.* Эйхенвальд доказал, что конвекционный ток тоже образует вокруг себя магнитное поле по закону Био — Савара, как и ток проводимости. Для этого он приводил во вращение заряженные диски и наблюдал отклонения магнитной стрелки с зеркальцем, расположенной в плоскости диска: точнейшие измерения этих отклонений показали, что они соответствуют закону Био — Савара.

Таким образом было установлено, что всякое движение зарядов обусловливает появление магнитного поля.

Максвелл ввел понятие о *полном токе*.

Плотность полного тока равна геометрической сумме плотности тока проводимости и тока смещения. Полный ток является всегда замкнутым. В опыте Эйхенвальда (§ 88) между обкладками полный ток равен току смещения. Но и внутри проводника ток смещения не равен нулю. Плотность тока смещения i_c при периодическом разряде

$$E = E_0 \sin \omega t;$$

$$i_c = \frac{1}{4\pi} \varepsilon\omega E_0 \cos \omega t.$$

Плотность тока проводимости по закону Ома:

$$i = \sigma E = \sigma E_0 \sin \omega t.$$

Отношение амплитуд плотностей обоих токов:

$$\frac{i_c}{i} = \frac{\varepsilon\omega}{4\pi\sigma}.$$

Для металлов удельная проводимость σ — порядка 10^{17} СГСЭ. Диэлектрическая постоянная металлов не больше 10. Отсюда, при $\omega \approx 10^7$ $сек^{-1}$ имеем $i_c = 10^{-9}\, i$, т. е. им можно пренебречь.

С точки зрения установленных здесь понятий, в опыте, описанном в начале этого раздела, мы имели мгновенный ток смещения через диэлектрик, разъединяющий пластины конденсатора; этот ток был мгновенный, ибо он длился лишь в течение времени зарядки или перезарядки конденсатора; теперь скажем — в течение того времени, пока действовала электрическая сила, или, как это образно говорил Максвелл, пока эта сила неуравновешена «электрической упругостью» диэлектрика. «Явление, — говорит Максвелл, — которое мы назвали электрическим смещением, есть движение электричества в том же самом смысле, как перенос данного количества электричества через проволоку есть движение электричества. Разница только в том, что в диэлектрике возникает сила, называемая нами электрической упругостью, которая противодействует электрическому смещению и принуждает электричество перемещаться назад, как только исчезает э. д. с». По аналогии с теорией упругости, величину диэлектрической упругости можно характеризовать ее модулем K:

$$K = \frac{E}{D} = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon\left(\frac{dq}{dS}\right)} = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon\sigma} = \frac{4\pi}{\varepsilon}. \qquad (140\text{-}7)$$

Ток смещения длится только то время, пока смещение не будет остановлено существующим в диэлектрике сопротивлением.

Если перейти предел «электрической прочности» диэлектрика,

то может наступить разрыв, т. е. *электрический разряд*, сопровождающийся местным нарушением свойств диэлектрика.

Максвелл говорит о напряженности поля в диэлектрике, что «...она имеет тот же смысл и измеряется тем же путем, как натяжение какой-нибудь веревки; о диэлектрической среде, которая может выдерживать только определенную напряженность поля и нисколько не больше, можно говорить, что она обладает определенной прочностью, как мы говорим и о веревке, что она обладает определенной прочностью».

На основании этого представления вводим величину, оценивающую *электрическую прочность диэлектрика*, характеризующую его изолирующие свойства: ее выражают предельным значением *градиента электрического поля*

$$E_d = \frac{\Delta U}{\Delta l},$$

при котором происходит *пробой*. Вот несколько примеров оценки электрической прочности в киловольтах на сантиметр:

Слюда	600—750	Фарфор	150
Миканит	350	Эбонит	до 400
Парафин	600	Масло	140
Стекло	200—1000	Фибра	50
Мрамор	14—28	Воздух (20°C, 760 *мм рт. ст.*)	21

Числа эти приблизительны; они играют большую роль в технике высоких напряжений, характеризуя свойства изоляторов. Неоднородность электрического поля (например, у остриев) и неоднородность вещества диэлектрика вносят местные изменения в значение величины E_d, определяющей пробой.

§ 141. Емкость в цепях переменного тока

Введем конденсатор в цепь переменного тока; положение будет такое же, как в опыте с прерывистым током при постоянной э. д. с. Исходя из предыдущих воззрений, скажем, что ток смещения будет непрерывно течь через диэлектрик, меняя 2ν раз в секунду свое направление. Это заключение можно упрощенно выразить так: *переменный ток проходит через диэлектрик между пластинами конденсатора.*

Для демонстрации этого явления (рис. 444) введем в цепь переменного тока соединенные параллельно конденсаторы C (около 10 *мкф*), амперметр и M — ламповый реостат. Как только замкнем рубильник K, лампы загораются. Амперметр покажет определенную эффективную силу тока, как будто бы нет диэлектрического разрыва в конденсаторе.

Если ту же установку присоединить к цепи постоянного тока, то разрыв цепи в конденсаторе сейчас же даст себя знать: длительного тока не получается, при надлежащем подборе конденсатора

и ламп, лишь при замыкании и размыкании цепи заметим мгновенный ток смещения. Это заключение можно выразить так: *постоянный ток через диэлектрик не проходит.*

Обратимся к случаю прохождения через конденсатор переменного тока.

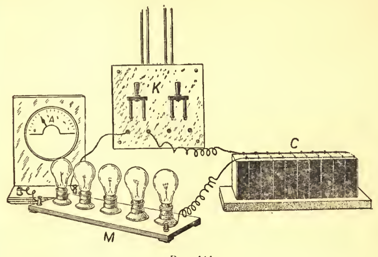


Рис. 444.

В цепь включен генератор переменной э. д. с. (рис. 445):

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t,$$

конденсатор емкостью C, амперметр A и сопротивление R. При замыкании цепи в ней возникает переменный ток I проводимости и смещения; фаза тока, как известно, вообще не совпадает с фазой э. д. с. Поэтому *мгновенное значение тока* напишем так:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi); \qquad (141\text{-}1)$$

эффективное его значение оценивает амперметр. Если выключить емкость, т. е. соединить пластины конденсатора проводником, показание амперметра увеличится; следовательно, емкость подобно самоиндукции проявляет себя в цепи переменного тока внешне как *добавочное сопротивление*.

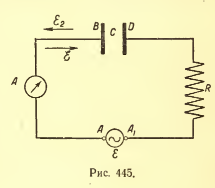


Рис. 445.

Рассмотрим по существу процесс в цепи с емкостью. Положим, что *в данный момент* электродвижущая сила генератора имеет

направление $ABDA_1$; это же направление имеет ток. Поэтому пластина B заряжается положительно, потенциал ее повышается и возникает разность потенциалов между B и D. Конденсатор заряжается. Эта разность потенциалов растет до некоторого максимума, теоретически равного э. д. с. генератора. Если в этот момент выключить генератор, то конденсатор разрядится и при разряде даст ток по направлению BAA_1D, т. е. *против* зарядного тока генератора. Следовательно, напряжение на пластинах конденсатора, мгновенное значение которого будем называть *электродвижущей силой емкости* $\mathscr{E}_2$, в каждый момент направлено против э. д. с. генератора $\mathscr{E}$, как и э. д. с. самоиндукции.

Когда в цепь переменного тока включена емкость C, то появляется э. д. с. емкости, направленная в каждый момент против э. д. с. генератора $\mathscr{E}$, поэтому действие этой э. д. с. емкости воспринимается нашими приборами как некоторое сопротивление.

Таким образом, в цепи имеются две электродвижущие силы: $\mathscr{E}$ и $\mathscr{E}_2$ для данного момента имеем:

$$\mathscr{E} + \mathscr{E}_2 = IR \sin(\omega t - \varphi),$$

или

$$\mathscr{E}_0 \sin \omega t = IR \sin(\omega t - \varphi) + (-\mathscr{E}_2). \qquad (141\text{-}2)$$

Выведем выражение для э. д. с. емкости $\mathscr{E}_2$. Общее выражение разности потенциалов на пластинах конденсатора: $U = \frac{q}{C}$. Применим это выражение для мгновенной разности потенциалов $\mathscr{E}_2$, принимая во внимание ее направление по отношение к $\mathscr{E}$:

$$\mathscr{E}_2 = -\frac{q}{C};$$

для мгновенного значения тока имеем:

$$dq = Idt; \quad q = \int Idt.$$

Подставим сюда значение I:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi);$$

$$q = I_0 \int \sin(\omega t - \varphi)\, dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos(\omega t - \varphi);$$

поэтому

$$\mathscr{E}_2 = \frac{I_0}{\omega C} \cos(\omega t - \varphi) = \frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (141\text{-}3)$$

Так выражается *мгновенное значение* э. д. с. емкости (конденсатора).

Сопоставив это выражение э. д. с. емкости с формулой тока, мы видим, что э. д. с. емкости запаздывает по фазе от тока на $\frac{\pi}{2}$; ина-

че говоря, ток *опережает* по фазе э. д. с. емкости на $\frac{\pi}{2}$ (рис.446). Введя найденные значения величин в уравнение, находим:

$$\mathscr{E}_0 \sin \omega t = I_0 R \sin(\omega t - \varphi) + \left[-\frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)\right];$$

$$\mathscr{E}_0 \sin \omega t = I_0 R \sin(\omega t - \varphi) + \frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right). \quad (141\text{-}4)$$

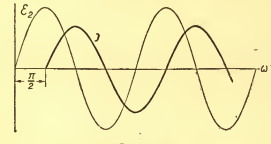


Рис. 446.

Это уравнение мгновенных значений; оно выражает связь между мгновенными значениями величин $\mathscr{E}$, IR и $\mathscr{E}_2$. Мы видим, что э. д. с. источника $\mathscr{E}$ для всякого момента есть сумма двух синусоидальных величин одного и того же периода, но с разными фазами. Подобное уравнение было выведено и для цепи с индуктивностью.

Построим *векторную диаграмму* наибольших значений величин $\mathscr{E}_0$, I_0R и $\mathscr{E}_{02} = \frac{I_0}{\omega C}$ (рис. 447).

Под углом $\omega t - \varphi$ к оси X отложим вектор I_0R; проводя через начало O нормаль BC к вектору I_0R, отложим по направлению OB вектор $\mathscr{E}_{02}$ под углом $\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}$, а по направлению OC — вектор — $\mathscr{E}_{02}$ под углом $\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}$, который в сумме с вектором I_0R дает амплитуду э. д. с.

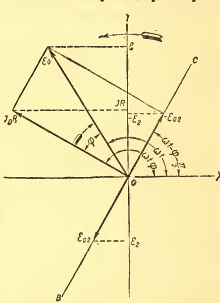


Рис. 447.

генератора как диагональ параллелограмма, построенного на этих векторах. Вращение параллелограмма этих векторов против стрелки часов дает, как проекции их на ось Y, все мгновенные значения этих величин $\mathscr{E}$, IR, $\mathscr{E}_2$.

Так графически определенная э. д. с. источника $\mathscr{E}$ обусловит в цепи с емкостью ток I, который опережает э. д. с. источника на угол φ (сдвиг фаз, рис. 448):

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\mathscr{E}_{02}}{I_0 R} = -\frac{1}{\omega CR}. \qquad (141\text{-}5)$$

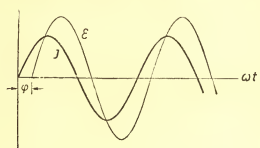


Рис. 448.

Знак указывает на направление отсчета угла φ:

$$\omega t - \varphi - (-\varphi) = \omega t.$$

Таким образом, появление емкости в цепи переменного тока вызывает сдвиг фаз тока вперед по сравнению с фазами колебаний э. д. с. генератора $\mathscr{E}$; ток I опережает по фазе $\mathscr{E}$.

Связь между наибольшими значениями $\mathscr{E}_0$, $\mathscr{E}_{02}$ и $I_0 R$ выразится таким образом:

$$\mathscr{E}_0^2 = I_0^2 R^2 + \mathscr{E}_{02}^2;\ \mathscr{E}_0^2 = I_0^2 R^2 + \frac{I_0^2}{\omega^2 C^2};$$

откуда сила тока:

$$I_0 = \frac{\mathscr{E}_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}; \quad I = \frac{\mathscr{E}_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \sin(\omega t - \varphi). \qquad (141\text{-}6)$$

Сравнение полученных выражений для амплитудного I_0 и мгновенного значения I с выражением закона О м а показывает, что в цепях с емкостью C к омическому сопротивлению R прибавляется *емкостное сопротивление*

$$x_C = \frac{1}{\omega C},$$

возникшее вследствие появления э. д. с. емкости.

§ 142. Омическое сопротивление, индуктивность и емкость в цепи переменного тока. Резонанс напряжений

Представим себе цепь, в которой есть источник переменной электродвижущей силы $\mathscr{E}$ (рис. 449), катушка индуктивности L, реостат с омическим сопротивлением R и конденсатор с емкостью C. В этой цепи можно наблюдать: ток проводимости, магнитное поле (катушка), электрическое поле (конденсатор), ток смещения; изучение такой комбинации явлений дает нам наиболее общее соотношение между величинами, характеризующими электромагнитный процесс. Из этого общего соотношения можно получить как частные случаи те уравнения, которые относятся к какой-либо из этих величин. Пусть электродвижущая сила в цепи $\mathscr{E}$ выражается так:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t.$$

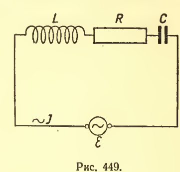


Рис. 449.

Эта э. д. с. доставляемая источником, в каждый данный момент должна уравновесить все разности потенциалов в цепи, именно:

1) падение потенциала в проводниках по закону Ома IR, причем под R мы подразумеваем здесь не только сопротивление реостата, но и все сопротивление проводящих частей цепи;

2) электродвижущую силу самоиндукции $\mathscr{E}_1$;

3) электродвижущую силу емкости $\mathscr{E}_2$.

Таким образом, для каждого момента состояние цепи таково:

$$\mathscr{E} + \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 = IR; \quad \mathscr{E} = IR + (-\mathscr{E}_1) + (-\mathscr{E}_2) \qquad (142\text{-}1)$$

Рассмотрим состав этих величин.

1. Сила тока в цепи при синусоидальности электродвижущей силы будет тоже синусоидальна, но по фазе не будет совпадать с $\mathscr{E}$; такое совпадение фаз могло бы быть, как уже указано, только в том случае, если бы не было возмущающих влияний других электродвижущих сил $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$; обозначив разность фаз $\mathscr{E}$ и I, как и раньше, через φ имеем:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi);$$

поэтому

$$IR = I_0 R \sin(\omega t - \varphi). \qquad (142\text{-}2)$$

2. Электродвижущая сила самоиндукции равна

$$\mathscr{E}_1 = -\omega L I_0 \cos(\omega t - \varphi) = \omega L I_0 \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right);$$

но в общую формулу входит $(-\mathscr{E}_1)$; преобразуем предыдущее выражение:

$$-\mathscr{E}_1 = \omega L I_0 \cos(\omega t - \varphi) = \omega L I_0 \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (142\text{-}3)$$

3. Электродвижущая сила емкости $\mathscr{E}_2$ равна

$$\mathscr{E}_2 = \frac{I_0}{\omega C}\cos(\omega t - \varphi) = \frac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$-\mathscr{E}_2 = -\frac{I_0}{\omega C}\cos(\omega t - \varphi) = \frac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right). \quad (142\text{-}4)$$

Подставив все найденные значения IR, $-\mathscr{E}_1$ и $-\mathscr{E}_2$ в основное уравнение, составим уравнение мгновенных значений:

$$\mathscr{E}_0 \sin\omega t = I_0 R \sin(\omega t - \varphi) + \omega L I_0 \cos(\omega t - \varphi) - \frac{I_0}{\omega C}\cos(\omega t - \varphi). \quad (142\text{-}5)$$

Из уравнения мгновенных значений можно определить *сдвиг фаз* φ, т. е. значение угла между векторами $\mathscr{E}_0$ и I_0, характеризующего возмущающее влияние в цепи самоиндукции L и емкости C. Так как при данных ωL и ωC разность фаз есть величина постоянная для всякого момента времени t, то возьмем частное значение t, именно: положим $t = 0$; тогда уравнение э. д. с. примет вид:

$$0 = -I_0 R \sin\varphi + \omega L I_0 \cos\varphi - \frac{I_0}{\omega C}\cos\varphi;$$

отсюда

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (142\text{-}6)$$

Искомая зависимость φ от R, L, C, ω установлена; для всякой комбинации этих величин имеется вполне определенный *сдвиг фаз* φ, оценивающий смещение по фазе тока относительно приложенной извне электродвижущей силы источника.

Всякая цепь обладает омическим сопротивлением, емкостью и индуктивностью, но значения и относительные влияния их в цепи могут быть весьма различны. Можно представить себе, например, цепи, в которых ничтожно мало R или L, или в некоторых очень велико C. Рассмотрим эти частные случаи.

1. Если $L = 0$ и $C \to \infty$, $x_C \to 0$, то $\varphi = 0$; в этой цепи следует принимать во внимание лишь *омическое сопротивление; ток и э. д. с. находятся в одной и той же фазе.*

2. В цепи нет конденсатора, он заменен проводником. Более подробно можно объяснить это явление так, что пластины конденса-

тора постепенно сближаются, емкость его C возрастает и емкостное сопротивление уменьшается.

Следовательно, $\frac{1}{\omega C} \to 0$, так как $C \to \infty$. Но в цепи, кроме R, есть L. Вследствие возникновения в этой цепи электродвижущей силы самоиндукции $\mathscr{E}_1$, имеющей с током I разность фаз $\frac{\pi}{2}$, *ток отстает от приложенной электродвижущей силы* $\mathscr{E}$, обусловливающей равновесный режим в цепи, на угол φ, определяемый условием:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

3. $L = 0$; цепь не имеет самоиндукции, но в нее включена емкость C. Тогда находим:

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{1}{\omega CR}.$$

Это значит, что угол φ — отрицательная величина, т. е. он отложен от направления I по стрелке часов, т. е. против вращения векторов.

Следовательно, влияние включенной емкости сказывается так, что *ток* I *опережает по фазе э. д. с. внешнего источника* $\mathscr{E}$, уравновешивающую падения потенциалов в этой цепи, а не отстает от нее, как при включении самоиндукции.

Замечательное явление: действия индуктивности и емкости в цепях переменного тока противоположны; э. д. с. самоиндукции $\mathscr{E}_1$ опережает ток на $\frac{\pi}{2}$; э. д. с. емкости $\mathscr{E}_2$ отстает от тока на $\frac{\pi}{2}$.

Таким образом, э. д. с. индуктивности $\mathscr{E}_1$ (ее наибольшее значение $\mathscr{E}_{01} = \omega L I_0$) и э. д. с. емкости $\mathscr{E}_2$ (ее наибольшее значение $\mathscr{E}_{02} = \frac{1}{\omega C} I_0$) для каждого момента по фазе отличаются друг от друга на π (или на 180°), т. е. они противоположны друг другу (рис 450).

Построим векторную диаграмму процесса в цепи переменного тока, в которой есть омическое сопротивление R, индуктивность L и емкость C. Для этого по направлениям, определяемым соответственными фазами, отложим наибольшие значения векторов $I_0 R$, $-\mathscr{E}_{01}$, $-\mathscr{E}_{02}$, суммой которых должен явиться вектор $\mathscr{E}_0$, определяющий по величине и фазе ту электродвижущую силу источника, которая должна уравновесить все вышеуказанные разности потенциалов (рис. 451). Из этой диаграммы видим, что векторы — амплитуды — $\mathscr{E}_{01}$ и — $\mathscr{E}_{02}$ в сумме дают вектор OA, который, слагаясь с вектором $I_0 R$, определяет по величине и направлению искомую амплитуду электродвижущей силы $\mathscr{E}_0$. Пусть в нашем случае

$\mathscr{E}_{01} > \mathscr{E}_{02}$, влияние индуктивности перевешивает влияние емкости, и потому ток I запаздывает по фазе по сравнению с э. д. с. генератора $\mathscr{E}_0$; сдвиг фаз φ, как видно из диаграммы, определяется указанным выше соотношением:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\mathscr{E}_{01} - \mathscr{E}_{02}}{I_0 R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Следует еще раз вспомнить, что в подобных диаграммах мы имеем дело с векторным сложением амплитуд — наибольших значений периодически изменяющихся величин; при вращении этих векторов их проекции дают всю совокупность мгновенных значений величин

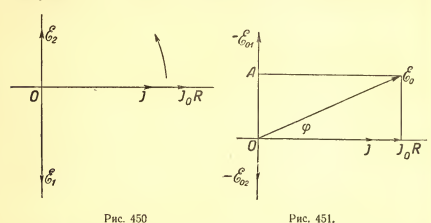


Рис. 450 Рис. 451.

IR, $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$, $\mathscr{E}$, процесс изменения которых изобразится синусоидами, сдвинутыми относительно друг друга соответственно разностям фаз между ними.

Предыдущее построение позволяет найти связь между наибольшими значениями (амплитудами) действующих в цепи электродвижущих сил; из треугольника $AO\mathscr{E}_0$ имеем:

$$\mathscr{E}_0^2 = I_0^2 R^2 + (\mathscr{E}_{01} - \mathscr{E}_{02})^2;$$

$$\mathscr{E}_0^2 = I_0^2 R^2 + I_0^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2;$$

$$I_0 = \frac{\mathscr{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \qquad (142\text{-}7)$$

Зная I_0, находим мгновенное значение тока:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi),$$

где

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R};$$

а также и эффективное значение $I_{эфф}$:

$$I_{эфф} = 0{,}707 \frac{\mathscr{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \qquad (142\text{-}8)$$

здесь

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad (142\text{-}9)$$

есть *полное сопротивление цепи.*

Так как известна связь между эффективными и наибольшими значениями силы тока и электродвижущей силы, то можно найти выражения для $I_{эфф}$ и $\mathscr{E}_{эфф}$.

Электродвижущие силы индуктивности $\mathscr{E}_1$ и емкости $\mathscr{E}_2$ во всякий момент противоположны друг другу; поэтому можно себе представить такую комбинацию этих величин, когда они совершенно *компенсируют друг друга.* Условие этого явления напишем так:

$$\omega L I_0 = \frac{I_0}{\omega C};$$

действительно, при этом условии правые части уравнений:

$$-\mathscr{E}_1 = \omega L I_0 \cos(\omega t - \varphi),$$

$$-\mathscr{E}_2 = -\frac{I_0}{\omega C} \cos(\omega t - \varphi)$$

равны. Поэтому имеем:

$$-\mathscr{E}_1 = -\mathscr{E}_2; \quad \mathscr{E}_1 + (-\mathscr{E}_2) = 0.$$

Следовательно,

$$\omega^2 LC = 1; \;\; 4\pi^2\nu^2 LC = 1; \;\; \frac{4\pi^2}{T^2} LC = 1;$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (141\text{-}10)$$

Это соотношение называется *формулой Томсона* (Кельвина).

Если период T имеет такое значение и так выражается через L и C, то возмущающее влияние в цепи переменного тока индуктивности и емкости исчезает, и $\varphi = 0$; следовательно, I и $\mathscr{E}$ имеют одну и ту же фазу, как будто мы имеем цепь без емкости и самоиндукции.

Тогда энергия источника с электродвижущей силой $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t$ идет исключительно на покрытие потерь в омическом сопротивлении, т. е. на джоулево тепло; ток в цепи достигает *максимального* значения. Это явление называется *резонансом напряжений* — индуктивного $\mathscr{E}_{01} = \omega L I_0$ и емкостного $\mathscr{E}_{02} = \frac{I_0}{\omega C}$.

Само явление резонанса можно наблюдать при помощи *осциллографа*; при надлежащем подборе ωL и $\frac{1}{\omega C}$ видим явное возрастание амплитуды кривой тока на осциллограмме.

Уравнение для э. д. с. переменного тока с омическим сопротивлением, индуктивностью и емкостью при их последовательном соединении можно более подробно написать так:

$$\mathscr{E} = IR + L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}. \qquad (142\text{-}11)$$

Введем мгновенное значение силы тока $I = \frac{dq}{dt}$;

$$\mathscr{E} = R\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C};$$

$$\mathscr{E} = L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q.$$

В таком виде это уравнение вполне аналогично уравнению колебания механической системы под действием внешней силы:

$$f_1 = m\frac{d^2y}{dt^2} + r\frac{dy}{dt} + ky; \qquad (142\text{-}12)$$

1) $I = \frac{dq}{dt}$ аналогично скорости $v = \frac{dy}{dt}$,
2) $\frac{d^2q}{dt^2}$ аналогично ускорению $a = \frac{d^2y}{dt^2}$,
3) L аналогично массе m,
4) R аналогично коэффициенту трения r,
5) $\frac{1}{C}$ аналогично коэффициенту упругости k,
6) $\mathscr{E}$ аналогично внешней силе f_1.

Такая аналогия, с которой мы уже раньше встречались, очень полезна для запоминания величин, характеризующих электромагнитный процесс.

§ 143. Мощность переменного тока

Если мы имеем цепь переменного тока, которая характеризуется мгновенными значениями величин:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t; \quad I = I_0 \sin(\omega t - \varphi),$$

то работа тока за бесконечно малое время dt, в течение которого мгновенные значения $\mathscr{E}$ и I можно считать постоянными, выразится так:

$$dW = \mathscr{E}I dt.$$

Подставим в эту формулу значения $\mathscr{E}$ и I:

$$dW = \mathscr{E}_0 I_0 \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) dt; \tag{143-1}$$

имея в виду тождество:

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2 \sin\alpha \sin\beta$$

и положив $\alpha = \omega t$, $\beta = \omega t - \varphi$, находим:

$$dW = \frac{1}{2} \mathscr{E}_0 I_0 [\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] dt.$$

Перейдем от этого дифференциального выражения работы к конечному и вычислим работу за целый период T:

$$W = \frac{1}{2} \mathscr{E}_0 I_0 \int_0^T \cos\varphi \, dt = \frac{1}{2} \mathscr{E}_0 I_0 \int_0^T \cos(2\omega t - \varphi) \, dt =$$

$$= \frac{1}{2} \mathscr{E}_0 I_0 T \cos\varphi - \frac{1}{4\omega} \mathscr{E}_0 I_0 \Big|_0^T \sin(2\omega t - \varphi);$$

подстановка пределов в последний член дает:

$$\sin(2\omega T - \varphi) + \sin\varphi = \sin(4\pi - \varphi) + \sin\varphi = 0;$$

поэтому:

$$W = \frac{1}{2} \mathscr{E}_0 I_0 T \cos\varphi. \tag{143-2}$$

Так как измерительные приборы дают нам лишь эффективные значения э. д. с. и силы тока, то, заменив $\mathscr{E}_0$ и I_0 через эффективные значения, находим следующее выражение для работы переменного тока в течение периода:

$$W = \mathscr{E}_{эфф} I_{эфф} T \cos\varphi; \tag{143-3}$$

чтобы вычислить работу переменного тока за время T, надо произведение эффективных значений $\mathscr{E}_{эфф}$ и $I_{эфф}$ умножить на время и на косинус сдвига фаз φ. Из этого определения вытекает:

1. Если φ не равно нулю, т. е. если электродвижущая сила и ток не находятся в одинаковых фазах, то работа переменного тока за данный промежуток времени меньше работы постоянного тока при тех же условиях, так как $\cos\varphi < 1$.

2. Так как $\cos\varphi$ может быть и положительным и отрицательным, то работа переменного тока может быть вследствие сдвига фаз между $\mathscr{E}$ и I не только положительной, но и отрицательной (рис. 452, *а*). Понятие об отрицательной работе получает реальный смысл, если

представим себе, что при этом цепь не получает энергии от генератора, а, наоборот, сама отдает генератору ту энергию, которая накопилась во время процесса в магнитном или электрическом поле, т. е. в катушке самоиндукции или в конденсаторе.

3. При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ имеем: $\cos\varphi = 0$, $\operatorname{tg}\varphi \to \infty$; последнее условие говорит, что это обстоятельство может быть только тогда, когда

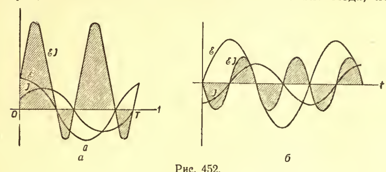


Рис. 452.

$R \to 0$, т. е. в цепи нет активного омического сопротивления, тогда $W = 0$.

Но это конечный результат процесса, течение которого представляется так: в первую четверть периода (рис. 452, *б*) работа положительна, и энергия накапливается в магнитном и электрическом поле; в следующую четверть периода она отрицательна; та энергия, которая накоплена в магнитном поле катушки самоиндукии или поле конденсатора, возвращается в генератор. Мы видим, что *процесс носит колебательный характер*, энергия не перемещается, а лишь колеблется в цепи. Такой ток, не имеющий рабочего эффекта и не создающий ни одного ватта мощности, называется *реактивным*; на диаграмме (рис. 453) должно представить его при $\varphi = 90°$, направленным по AO; он не дает никакого эффекта по активному направлению IR. Конечно, рассматриваемый случай есть предельный и идеальный.

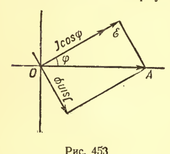


Рис. 453.

1) Предполагается, что энергия магнитного поля целиком возвращается генератору, но если есть в поле железо, например, сердечник катушки, то в нем часть энергии затрачивается на гистерезис и токи Ф у к о, т. е. переходит в тепло и не возвращается в генератор, при этом φ уже не равно 90°.

2) Предполагается, что энергия, которая пошла на заряд пластин конденсатора и на образование между ними электрического поля, целиком возвращается при перезарядке к генератору; но часть этой энергии затрачивается в самом электрическом поле вследствие двух причин:

а) при перезарядке конденсатора наблюдается некоторое нагревание диэлектрика, что приписывают существованию диэлектрического гистерезиса;

б) при разряде конденсатора можно обнаружить, что полная разрядка происходит не сразу, не с одного разряда, в конденсаторе сохраняется некоторый заряд. Эти явления в диэлектрике тоже нарушают идеальность колебательного процесса в цепи.

Из закона, выражающего работу в цепях переменного тока, получим выражение средней мощности этого тока:

$$N = \mathcal{E}_{\text{эфф}} I_{\text{эфф}} \cos\varphi. \qquad (143\text{-}4)$$

Мощность переменного тока определяется произведением эффективных значений электродвижущей силы тока на косинус разности фаз этих величин. Определенная так мощность называется *эффективной*.

Из этого определения видно, что $\cos\varphi$ сильно влияет на значение мощности переменного тока; по мере возрастания сдвига фаз φ мощность уменьшается; наконец, при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ток становится *реактивным*, а мощность $N = 0$. Величина $\cos\varphi$ называется *коэффициентом мощности*.

Отметим еще одно обстоятельство. Если по цепи с активным сопротивлением R на переменном токе передается мощность N, то потеря мощности в цепи $I_0^2 R$ не зависит от $\cos\varphi$, а величина передаваемой мощности зависит от $\cos\varphi$. При большом сдвиге фаз φ передаваемая мощность будет незначительна, а провода будут все-таки нагреваться, если ток значителен. Поэтому при передаче энергии стремятся к тому, чтобы сдвиг фаз φ был по возможности мал.

Среднюю мощность переменного тока за один период можно выразить формулой:

$$N = \mathcal{E}_{\text{эфф}}(I_{\text{эфф}} \cos\varphi) = \frac{1}{2}\mathcal{E}_0 (I_0 \cos\varphi). \qquad (143\text{-}5)$$

На векторной диаграмме можно себе представить проекцию силы тока I на направление $\mathcal{E}$; в выражение мощности входит произведение $\mathcal{E}$ на *активную слагаемую тока*, взятую в направлении $\mathcal{E}$. Другая же слагаемая $I\sin\varphi$ не входит в выражение мощности и называется *реактивной слагаемой тока*.

Для определения мощности переменного тока надо знать $I_{\text{эфф}}$, $\mathcal{E}_{\text{эфф}}$, $\cos\varphi$; первые две величины находим из показаний амперметра

и вольтметра, последнюю — особым электродинамическим прибором, называемым *фазометром*. Однако в электротехнике редко употребляется столь сложная комбинация отсчетов, и предпочитают иметь дело с одним прибором, который сразу дает значение мощности N; такие приборы называются *ваттметрами*. Обычно это своеобразные электродинамометры, приспособленные для целей измерения мощности.

Неподвижная катушка A имеет небольшое число витков проволоки и включается прямо в цепь тока последовательно с потребителем мощности; подвижная катушка B с большим числом оборотов тонкой проволоки вводится при помощи спиралек в ответвление (рис. 454).

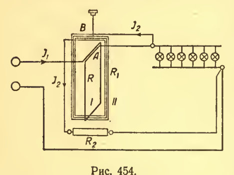


Рис. 454.

Вследствие взаимодействия токов в этих катушках ваттметра по законам Ампера и Био — Савара подвижная катушка отклоняется на угол α, что отмечается соединенной с ней стрелкой. Довольно сложная теория ваттметра позволяет доказать, что угол α пропорционален средней мощности переменного тока, в цепь которого включены выше указанным способом катушки ваттметра:

$$\alpha = k\mathscr{E}_{эфф}I_{эфф}\cos\varphi = kN.$$

Таким образом, на шкале ваттметра прямо наносятся деления, соответствующие ваттам или киловаттам.

Имея ваттметр, проградуированный на ватты, и отдельно сняв показания $I_{эфф}$ и $\mathscr{E}_{эфф}$, при помощи амперметра и вольтметра переменного тока, можем определить сдвиг фаз:

$$N = \mathscr{E}_{эфф}I_{эфф}\cos\varphi; \;\; \cos\varphi = \frac{N}{\mathscr{E}_{эфф}\,I_{эфф}}. \qquad (143\text{-}6)$$

В таком случае ваттметр может быть назван *фазометром*.

На принципе ваттметра устраиваются *электрические счетчики*, назначение которых — учитывать работу тока W в течение определенного времени $(t_2 - t_1)$ в ватт-секундах:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} \mathscr{E}I\cos\varphi\,dt.$$

Подвижная часть такого ваттметра (катушка или алюминиевый диск) конструируется так, что ее перемещение (вращение в магнитном поле тока) определяется мгновенным значением величины

$\mathscr{E}I\cos\varphi$. Специальный счетный механизм (*счетчик оборотов*) суммирует за время $(t_2 - t_1)$ эти мгновенные значения и дает значение вышеприведенного интеграла, обычно в *гектоватт-часах*.

Значение переменного тока для трансформирования и передачи энергии было уже разъяснено. Отметим некоторые особенности *трансформации энергии*.

Теория показывает, что количество энергии, доставляемое за время T переменным током в цепь, зависит исключительно от падения потенциала IR в омическом (активном) сопротивлении. Пусть вся работа в цепи переменного тока W; обозначим через W_1 работу, зависящую от IR, и через W_2 — работу, зависящую от электродвижущих сил индуктивности $\mathscr{E}_1$ и емкости $\mathscr{E}_2$:

$$W = W_1 + W_2.$$

Тогда, помня, что

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi) = \frac{\mathscr{E}_0}{Z}\sin(\omega t - \varphi),$$

где

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

находим:

$$W_1 = \int_0^T I^2 R dt = \int_0^T \frac{\mathscr{E}_0^2 R}{Z^2}\sin^2(\omega t - \varphi)\,dt = \frac{\mathscr{E}_0^2 R}{Z^2}\int_0^T \sin^2(\omega t - \varphi)\,dt =$$

$$= \frac{\mathscr{E}_0^2 R}{Z^2}\int_0^T \frac{1}{2}[1 - 2\cos(\omega t - \varphi)]\,dt = \frac{\mathscr{E}_0 R}{2Z^2}T;$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R};\quad \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi}};\quad \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}};$$

$$W_1 = \frac{\mathscr{E}_0\cos\varphi}{2Z}T = \frac{1}{2}\mathscr{E}_0 I_0\cos\varphi\, T = \mathscr{E}_{эфф} I_{эфф}\cos\varphi\, T. \qquad (143\text{-}7)$$

Так как известно, что $W = \mathscr{E}_{эфф} I_{эфф}\cos\varphi\, T$, то $W_1 = W$ и $W_2 = 0$; это значит, что индуктивность и емкость, находясь в цепи переменного тока, не участвуют в преобразовании энергии тока в тепловую: не доставляют ее в цепь, не поглощают ее. В этом отношении они глубоко отличны от омического сопротивления, и тем не менее, роль емкости и индуктивности внешне подобна сопротивлению в том отношении, что они понижают напряжение или разность потенциалов в цепях переменного тока.

В цепях постоянного тока для понижения напряжения вводится реостат с сопротивлением r; тогда, если э. д. с. в цепи $\mathscr{E}$, то:

$$\mathscr{E} = U + Ir; \; U = \mathscr{E} - Ir; \; U < \mathscr{E}.$$

Напряжение понижено, но при этом реостат поглотил мощность I^2r.

Если же в цепь переменного тока включить катушку самоиндукции, так называемую *дроссельную**, или *реактивную катушку*, то энергии она не поглотит, но напряжение понизит: вместо э. д. с. $\mathscr{E}_0$, приложенной источником, будем иметь активную э. д. с. $\mathscr{E}' < \mathscr{E}_0$:

$$\mathscr{E}' = I_0R = \mathscr{E}_0 \cos\varphi = \mathscr{E}_0 \frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L}}. \qquad (143\text{-}8)$$

Конечно, в самой дроссельной катушке будут некоторые потери мощности вследствие ее собственного активного (омического) сопротивления, гистерезиса (ничтожного), токов Фуко.

§ 144. Параллельное соединение индуктивности и емкости в цепи переменного тока; резонанс токов

До сих пор мы рассматривали цепь с последовательно введенными индуктивностью и емкостью. Более важен технически другой способ, когда емкость и индуктивность вводятся в цепь переменного тока параллельно (рис. 455). Предположим, что омическое сопротивление R настолько мало по сравнению с индуктивным и емкостным сопротивлениями, что влиянием его можно пренебречь; это — часто встречающийся случай в радиотехнике. Максимальные значения э. д. с. индуктивности $\mathscr{E}_{01}$ и э. д. с. емкости $\mathscr{E}_{02}$ выразятся так:

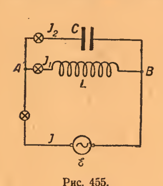


Рис. 455.

$$\mathscr{E}_{01} = I_1\omega L; \quad \mathscr{E}_{02} = \frac{I_2}{\omega C}. \qquad (144\text{-}1)$$

Так как индуктивность L и емкость C введены параллельно, то по II закону Кирхгофа:

$$\mathscr{E}_{01} = \mathscr{E}_{02} = \mathscr{E}_0; \quad \mathscr{E}_{02} - \mathscr{E}_{01} = 0,$$

здесь $\mathscr{E}_0$ — максимальное значение или амплитуда напряжения генератора, присоединенного к контуру в точках A и B, поэтому:

$$\mathscr{E}_0 = I_1\omega L = \frac{I_2}{\omega C}, \qquad (144\text{-}2)$$

* Нем. «дроссельн» — душить.

где I_1 и I_2 — токи в соответствующих ветвях. Фазы I_1 и I_2 будут в каждый момент противоположны, ибо I_1 будет по фазе отставать от $\mathscr{E}$ на $\frac{\pi}{2}$, I_2 будет опережать $\mathscr{E}$ на $\frac{\pi}{2}$:

$$\left.\begin{array}{l} \mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t; \quad I = I_0 \sin(\omega t - \varphi); \\ \mathscr{E}_1 = \omega L I_0 \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right); \\ \mathscr{E}_2 = \frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \end{array}\right\} \qquad (144\text{-}3)$$

Поэтому токи I_1 и I_2 будут противоположно направлены и ток в магистрали I равен их разности:

$$I = I_1 - I_2; \quad I_1 = \frac{\mathscr{E}_0}{\omega L}; \quad I_2 = \mathscr{E}_0 \omega C;$$

$$I = \mathscr{E}_0\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right). \qquad (144\text{-}4)$$

Так, если $L = 8$ *гн*, $C = 1$ *мф*, то при $\mathscr{E}_{эфф} = 120$ *в*, $\nu = 50$ *гц*, имеем:

$I_1 = 0{,}06$ *а*; $I_2 = 0{,}05$ *а*, а ток в магистрали $I = 0{,}01$ *а*.

Расчет:

1) $\mathscr{E}_0 = \sqrt{2}\ \mathscr{E}_{эфф}$; $\mathscr{E}_0 = 169$ *в*.

2) $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = 314$ *сек*$^{-1}$;

3) $\omega L = 8 \cdot 314$ *гн·сек*$^{-1}$ $= 2512$ *ом*;

4) $\omega C = 314 \cdot 10^{-6}$ *ф·сек*$^{-1}$ $= 314 \cdot 10^{-6}$ *к·сек*$^{-1}$*/в* $=$
$= 314 \cdot 10^{-6} \frac{а}{в}$;

5) $I_1 = \frac{\mathscr{E}_0}{\omega L} = \frac{169\ в}{2512\ ом} = 0{,}067\ а$; $I_2 = \mathscr{E}_0 \omega C =$
$= 169\ в \cdot 314 \cdot 10^{-6} \frac{а}{в} = 0{,}053\ а$;

6) $I = 0{,}067\ а - 0{,}053\ а = 0{,}01\ а$.

Изменяя L и C, можно при параллельном включении индуктивности и емкости добиться того, что ток I будет равен нулю, т. е. исчезновения тока в магистрали. Формула дает условие, при котором $I = 0$:

$$I_1 = I_2; \quad \frac{\mathscr{E}_0}{\omega L} = \mathscr{E}_0 \omega C; \quad \frac{1}{\omega L} = \omega C;$$

$$\omega^2 LC = 1. \qquad (144\text{-}5)$$

Это есть *условие резонанса токов*. Явление резонанса в этом случае надо понимать так, что при надлежащем подборе L и C

достигается собственный период T колебаний контура, определяемый формулой Томсона:

$$T = 2\pi \sqrt{LC},$$

равный периоду колебаний тока в генераторе.

Энергия, доставленная генератором для зарядки конденсатора, циркулирует в контуре между L и C, не выходя из него. Поэтому контур $ACBLA$ с параллельно введенными емкостью C и самоиндукцией L называется *колебательным контуром*; в нем энергия, доставленная генератором, для зарядки конденсатора C преобразуется из энергии электрического поля в конденсаторе $\left(W_e = \frac{CU^2}{2}\right)$ в энергию магнитного поля тока в катушке самоиндукции $L\left(W_m = \frac{LI^2}{2}\right)$. При условии Томсона эти колебания энергии происходят с частотой или периодом, равным периоду колебаний тока в генераторе, — это и есть явление *резонанса токов* (в контуре и генераторе).

При вышеупомянутых условиях ($R \approx 0$, $T = 2\pi \sqrt{LC}$) контур становится *автоколебательной системой*, в ней энергия циркулирует между C и L, возникает процесс *незатухающих колебаний* даже если отключить генератор.

Это — идеализация явления, так как мы полагаем при этом $R = 0$; на самом деле, при затрате энергии на джоулево тепло и на излучение процесс скоро затухает, если потеря энергии не будет покрываться поступлением от генератора.

Само явление резонанса можно обнаружить, включив лампы в магистральную цепь I и в цепи I_1 и I_2. При надлежащем подборе L и C лампа в магистрали гасится ($I \approx 0$), лампы в ветвях с L и C ярко горят. Конечно, ток в магистрали есть, и если в магистраль ввести вместо лампы достаточно чувствительный амперметр, то он покажет ничтожную силу тока.

Рассмотрим процессы в колебательном контуре более подробно.

§ 145. Процессы в колебательном контуре

Вопрос об электрических колебаниях и процесс в колебательном контуре впервые был рассмотрен У. Томсоном (лорд Кельвин, 1853 г.). Его исследование явилось теоретической предпосылкой радиотехники.

Так как всякая цепь обладает некоторой самоиндукцией L и некоторой емкостью C, которые играют основную роль в определении режима цепей переменного тока, то схематически можем взять следующее расположение (рис. 456, *а*): источник переменной разности потенциалов, C — конденсатор (емкость), L —

самоиндукция, P — искровой промежуток; искра — это автоматический замыкатель цепи; C и L введены параллельно. Рассмотрим весь процесс в цепи контура $APLBCA$ в течение периода T, т. е. в течение очень короткого времени (доли секунды), например, $T = 0{,}01$ *сек*, $T = 10^{-6}$ *сек* и т. п.

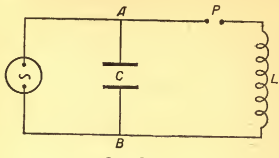


Рис. 456, *а*.

Контур разомкнут в P, действием генератора заряжается конденсатор C, разность потенциалов на его пластинах повышается.

1. В некоторый момент времени, который будем считать началом счета времени $t = 0$, разность потенциалов между пластинами кон-

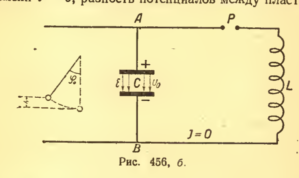


Рис. 456, *б*.

денсатора достигает максимального значения U_0 (рис. 456, *б*); между ними возникло электрическое поле с напряженностью

$$E = \frac{U_0}{l},$$

где l — расстояние между пластинами; пусть верхняя пластина заряжена положительно. Энергия электрического поля между пластинами конденсатора

$$W_e = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}; \qquad (145\text{-}1)$$

это — максимальный запас потенциальной энергии электрического поля при данных условиях цепи.

18*

Можно привести механическую аналогию этому явлению: маятник в наибольшем отклонении от положения равновесия; максимум потенциальной энергии $W_h = mgh$ (рис. 456, *б*).

2 Когда на пластинах конденсатора достигнут максимум напряжения, через P начинается разряд конденсатора, появилась искра;

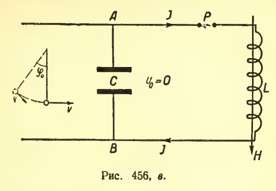


Рис. 456, *в*.

электрическое поле исчезает, возникает ток I по направлению $APLB$ (рис. 456, *в*); в соленоиде L создалось магнитное поле тока H.

В конце первой четверти периода электрическое поле исчезает.

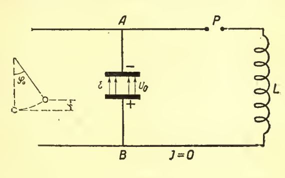


Рис. 456, *г*.

а ток возрастает в течение $\frac{1}{4}T$ и достигает максимального значения I_0, II закон Кирхгофа дает:

$$\mathscr{E}_{02} - \mathscr{E}_{01} = 0, \text{ или } U - L\frac{dI}{dt} = 0; \qquad (145\text{-}2)$$

при полном разряде конденсатора $U = 0$, поэтому:

$$-\frac{dI}{dt} = 0$$

это условие максимума тока I_0. За счет исчезнувшей энергии электрического поля W_e появилась к моменту $\frac{1}{4}T$ энергия магнитного поля:

$$W_L = \frac{LI^2}{2}. \qquad (145\text{-}3)$$

Механическая аналогия: при движении маятника к положению равновесия в течение $\frac{1}{4}T$ возрастает его скорость; максимальное

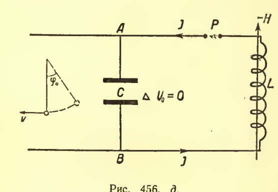


Рис. 456, *д*.

значение кинетическая энергия имеет при прохождении маятника через положение равновесия:

$$W_к = \frac{1}{2} mv^2.$$

3. По мере перемещения зарядов по направлению $APLB$ повышается потенциал нижней пластины конденсатора, она заряжается положительно, а верхняя отрицательно. За счет энергии магнитного поля $W_m = \frac{1}{2} LI_0^2$ поддерживается энергия тока; энергия магнитного поля самоиндукции постепенно расходуется на ток. Сила тока в течение второй четверти периода падает от I_0 до нуля, наоборот — электрическое поле возрастает от 0 до E; между пластинами возникает разность потенциалов, которая к моменту $t = \frac{2}{4}T$ возрастет до максимума U_0; поле направлено вверх (нижняя пластина положительна). Энергия магнитного поля W_m вновь преобразована в энергию электрического поля W_e (рис. 456, *г*):

$$W_e = \frac{CU^2}{2}. \qquad (145\text{-}4)$$

Аналогичное явление происходит при движении маятника от положения равновесия ко второму наибольшему отклонению; движение маятника в течение второй четверти поддерживается инерцией, играющей роль самоиндукции при электромагнитных колебаниях.

4. Когда напряжение на пластинах достигло максимального значения U_0, вновь происходит разряд конденсатора через P (искра), возникнет ток I по направлению $BLPA$ и магнитное поле соленоида H (рис. 456, *д*). В течение третьей четверти периода ток достигает максимального значения I_0, а разность потенциалов на пластинах конденсаторов $U = 0$; поле исчезло. Энергия электрического поля W_e к моменту $t = \frac{3}{4} T$ преобразована в энергию магнитного поля $W_m = \frac{1}{2} LI_0^2$, направление которого противоположно полю во второй стадии процесса.

Аналогия — маятник идет к положению равновесия, потенциальная энергия тяготения преобразуется в кинетическую (рис. 456, *д*).

5. В течение последней четверти периода энергия магнитного поля самоиндукции W_m постепенно расходуется на ток, который падает, уменьшается от I_0 до 0, вновь происходит заряжение конденсатора и растет разность потенциалов на пластинах конденсатора от 0 до U_0, причем верхняя пластина заряжается вновь положительно. Энергия магнитного поля тока W_m к моменту $t = \frac{4}{4} T = T$ преобразуется в энергию электрического поля:

$$W_e = \frac{CU^2}{2}.$$

Верхняя пластина конденсатора заряжена положительно, напряжение на пластинах достигло максимума U_0, значит, восстановлено первоначальное состояние цепи, и колебательный процесс начинается снова (рис. 456, *б*).

Когда мы говорим, что в цепи $APLBA$ идет ток I, то следует помнить, что цепь при этом замкнута через диэлектрик конденсатора, в котором возникает ток *смещения*.

Самая характерная и важная черта рассмотренного процесса — это его *периодичность*; раз начавшись в цепи $APLBA$, он будет в ней периодически повторяться в силу внутренних причин, находящихся в самом колебательном контуре, обусловливающих в нем колебания энергии. Именно: так как по принципу сохранения энергии имеем:

$$W_e = W_m; \ \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} LI_0^2, \qquad (145\text{-}5)$$

то колебания электрической и магнитной энергий приводят к пере-

зарядке конденсатора и периодическому восстановлению в контуре $APLBA$ исходного состояния. Таким образом, внешнее напряжение $\mathscr{E}$ играет роль внешнего толчка; как только конденсатор зарядился до напряжения U_0, можно совсем устранить внешнюю э. д. с., периодический процесс в контуре $APLBA$, раз начавшись, будет продолжаться автоматически. Также обстоит дело и в случае маятника: внешняя сила выводит маятник из положения равновесия, а дальнейшие колебания происходят без ее участия.

Таким образом, колебательный контур имеет все признаки *автоколебательной системы*.

Но такой ход явлений будет происходить лишь в том случае, если справедливо соотношение Т о м с о н а. Тогда имеет место пол-

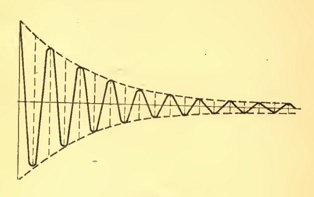


Рис. 457.

ное преобразование энергии электрического поля в энергию поля магнитного и обратно по принципу эквивалентности. На самом деле, как и во всякой *диссипативной системе*, колебания в контуре предоставленном самому себе, будут *затухающие* (рис. 457), и все величины: напряжения, сила тока, напряженности полей и т. д. будут иметь постепенно уменьшающиеся амплитуды по экспоненциальному закону:

$$A = A_0 e^{-\varepsilon t}, \tag{145-6}$$

здесь ε — *декремент затухания*, определяющий скорость процесса затухания, A_0 — амплитудное значение величины A.

Пусть I_1 и I_2 — мгновенные последовательные значения тока через период:

$$I_1 = I_0 e^{-\varepsilon t} \sin \omega t; \quad I_2 = I_0 e^{-\varepsilon (t+T)} \sin \omega (t+T);$$

отношение этих величин оценивает *скорость процесса затухания*:

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{\varepsilon T} \tag{145-7}$$

Как известно, величина $\sigma = \varepsilon T$ — *логарифмический декремент* — является характеристикой процесса затухания.

Второй характеристикой колебательного контура является Q — добротность контура; она оценивает отношение энергии, накопленной в контуре, к ее потере за период:

$$Q = 2\pi \frac{LI_0^2}{I^2RT} = \frac{\omega L}{R}. \qquad (145\text{-}8)$$

Причин затухания колебаний несколько; отметим их: 1) цепь имеет активное (омическое) сопротивление; следовательно, в разных частях цепи происходят местные падения потенциала и превращение энергии тока в тепло (по закону Джоуля — Ленца) и 2) часть энергии колебаний при надлежащих условиях может излучаться, превращаясь в энергию электромагнитных волн.

Для поддержания колебаний необходима внешняя э. д. с. периодического характера. Наилучшие условия для колебательного режима нашего контура будут в том случае, когда период внешней силы, обусловливающей колебания системы, будет равен периоду собственных колебаний нашего колебательного контура, т. е. когда будем иметь *условия резонанса*.

Как известно, период колебаний T, при котором в контуре возникает резонанс, выражается так:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (145\text{-}9)$$

Это знаменитая формула Томсона (1853), она дает период собственных колебаний контура и вносит большую определенность в характеристику электромагнитного периодического процесса, придает электрическим колебаниям в контуре образ реального, хорошо учитываемого (по известным L и C) явления. Так, для колебательного контура, в котором $L = 10$ *гн* и $C = 10^{-9}$ *ф*, период собственных колебаний определится по формуле (145-9):

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\cdot 10^{-7} \text{ сек},$$

частота $\nu = 5\cdot 10^6$ *гц*, что соответствует длине волны:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot 10^{10}}{5\cdot 10^6} = 60 \text{ м}.$$

Формула Томсона — основная формула радиотехники, хотя она была дана им за 50 лет до появления первых радиотехнических установок.

Введем теперь некоторые обобщения в теорию колебательного контура.

1. Имеем заряженный конденсатор C (рис. 458, *а*); замкнув цепь ключем K, разряжаем его через лампу B. Наблюдаем затухающий ток через лампу, который полностью разряжает конденсатор.

2. Заряженный конденсатор C (рис. 458, *б*) замыкаем на самоиндукцию L. Как известно, возникает магнитное поле и обратная электродвижущая сила самоиндукции $-\mathcal{E}_1$, происходит перезарядка конденсатора и начинается колебательный процесс преобразования энергии, уже описанный раньше.

Чтобы выяснить связь и значения величин, характеризующих этот процесс, будем исходить из уравнения цепи с самоиндукцией:

$$\mathcal{E} = IR + L\frac{dI}{dt}. \qquad (145\text{-}10)$$

Обусловливающая процесс тока в нашей цепи есть э. д. с. емкости $\mathcal{E}_2$; именно разряд конденсатора вызывает все дальнейшее течение процесса. Поэтому

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_2; \quad \mathcal{E}_2 = IR + L\frac{dI}{dt}.$$

Рис. 458.

Чтобы это уравнение можно было отнести к любому моменту времени, дифференцируем его:

$$\frac{d\mathcal{E}_2}{dt} = R\frac{dI}{dt} + L\frac{d^2I}{dt^2}.$$

Значение $\mathcal{E}_2$ известно:

$$d\mathcal{E}_2 = -\frac{dq}{C} = -\frac{I}{C}\,dt;$$

поэтому

$$-\frac{I}{C} = R\frac{dI}{dt} + L\frac{d^2I}{dt^2},$$

или

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0. \qquad (145\text{-}11)$$

Это и есть дифференциальное уравнение электромагнитных колебаний в контуре. Рассмотрим два случая.

1) Положим, что $R \to 0$, это рассмотренный идеальный случай. Уравнение дает

$$\frac{d^2I}{dt^2} = \frac{1}{LC}\,I; \qquad (145\text{-}12)$$

мы получили уравнение *незатухающего гармонического колебания*, решение которого известно:

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Сопоставив уравнение (145-12) с обычным выражением ускорения в гармоническом колебании:

$$\frac{d^2I}{dt^2} = -\omega^2 I,$$

находим:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}; \quad T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Итак, колебания энергии электрического и магнитного поля в контуре Томсона происходят по закону гармонического колебательного движения с периодом $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Для определения амплитуды тока I_0, в уравнение при $R = 0$:

$$\mathscr{E} = L\frac{dI}{dt}$$

подставим

$$\frac{dI}{dt} = \omega I_0 \cos \omega t;$$

находим:

$$\mathscr{E} = \omega L I_0 \cos \omega t;$$

при $t = 0$:

$$\mathscr{E}_0 = \omega L I_0,$$

отсюда:

$$I_0 = \frac{\mathscr{E}_0}{\omega L} = \frac{\mathscr{E}_0}{2\pi T^{-1} L} = \frac{\mathscr{E}_0}{2\pi (2\pi\sqrt{LC})^{-1} L} = \frac{\mathscr{E}_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}}.$$

Величина

$$z_в = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\omega L}{\omega C}} = \sqrt{x_L x_C}. \qquad (145\text{-}13)$$

называется «*волновое сопротивление*», оно равно среднему геометрическому значению индуктивного x_L и емкостного сопротивления x_C.

Таким образом, выяснены все элементы колебаний в контуре при условии $R \to 0$.

2) Если это условие не выполняется, т. е. если активное омическое сопротивление контура таково, что пренебречь им нельзя, решение уравнения колебаний получает более сложный вид:

$$I = \frac{\mathscr{E}_0}{\omega L} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega_1 t;$$

колебательный процесс происходит с затуханием и величина $\varepsilon = -\frac{R}{2L}$ является *коэффициентом затухания*, а εT_1 называется *логарифмическим декрементом* затухания. Частота колебаний с затуханием $\omega_1^2 = \omega^2 - \varepsilon^2$ меньше ω, а период больше, чем без затухания.

Следует отметить аналогию результатов этого исследования электрических затухающих колебаний с механическими колебаниями.

Глава XIX

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

§ 146. Уравнения Максвелла

Все предыдущие исследования, теоретические и опытные, позволяют утверждать как наиболее общее и важное положение, что во всех проявлениях электрического и магнитного полей мы наблюдаем между ними теснейшую связь и зависимость. Оба эти явления всегда предстоят перед нами как две стороны одного процесса, даже в случаях постоянного магнита или тока смещения, когда мы, казалось бы, имеем дело только с электрическим или только с магнитным явлением, более глубокое исследование обнаруживает, что и тут происходит электромагнитный процесс.

Связь между двумя сторонами этого процесса воспринимается нами в разнообразных явлениях индукции; таковы, например, процессы, происходящие в трансформаторе. Внешний облик явлений индукции представляется так: при всяком изменении магнитного потока по отношению к проводнику в последнем появляется электродвижущая сила и, если он представляет собой замкнутый контур, — индукционный ток. Эти результаты эксперимента кратко сформулируем в виде закона индукции:

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (146\text{-}1)$$

Если же проводник не образует замкнутого контура, то, согласно Максвеллу, его всегда представляем замкнутым *током смещения через диэлектрик*. В таком контуре также возникает электродвижущая сила, если изменяется поток индукции магнитного поля, пронизывающий площадь, отчасти ограниченную проводником, отчасти — слоем диэлектрика между разомкнутыми концами проводника.

Кроме того, Максвелл разъяснил, что в выражении связи между $\mathscr{E}$ и $\frac{d\Phi}{dt}$ надо восстановить пропущенное звено, которое позволит более глубоко понять самый характер явления индукции.

Если появляется разность потенциалов в определенной части пространства, то это значит, что в этой области пространства существует электрическое поле, показателем которого служит наблюдаемая электродвижущая сила и ток в замкнутом проводнике.

Имеем замкнутый проводник A (рис. 459) в магнитном поле с потоком Φ. Пусть магнитный поток Φ меняется по отношению к этому проводнику: или проводник движется в магнитном поле, пересекая его линии, или сам поток Φ меняется по отношению к проводнику. В обоих случаях в замкнутом проводнике появится дви-

жение зарядов — индукционный ток; в каждой его точке ток характеризуется уравнением для плотности тока j:

$$j = \gamma E.$$

Напряженность электрического поля E обусловливает непрерывность движения зарядов в контуре; значит, в нем есть электродвижущая сила, но происхождение ее не локализовано в динамо, в аккумуляторах или в другом каком-либо генераторе, эта э. д. с. индукции есть результат *циркуляции* E по всему контуру:

$$\mathscr{E} = \oint E\, dl.$$

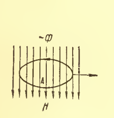


Рис. 459.

Рис. 460.

Сопоставив с общим выражением э. д. с. индукции:

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

находим:

$$\oint E dl = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (146\text{-}2)$$

Это значит: 1) возникли *замкнутые* линии электрического поля; 2) *циркуляция вектора напряженности электрического поля* E, появившегося в переменном магнитном поле, не равна нулю.

В этом пункте рассуждения М а к с в е л л ввел новое, важнейшее представление, которое легло в основу всего дальнейшего развития электродинамики; контур A — лишь индикатор электрического поля, он обнаруживает для нас его существование; но если в переменном магнитном поле и нет контура, все равно само существование переменного магнитного поля вызовет существование электрического поля. С точки зрения этого представления (рис. 460) всякое изменение магнитного поля H (механическое — в виде движения или электромагнитное — изменение потока) имеет непосредственным своим следствием возникновение электрического поля E, замкнутые линии которого расположены в плоскостях, перпендикулярных к линиям магнитного поля H (буравчик с левовинтовой нарезкой). Если в этом поле расположить проводник (например, ка-

тушку), то он будет служить индикатором поля, на концах его обнаружится разность потенциалов, а при замыкании в цепи будет идти ток.

Итак, электрическое поле может возникать не только в областях пространства, где есть электрические заряды, но и там, где нет электрических зарядов, но есть переменное магнитное поле. Это электрическое поле отличается от электростатического:

1) линии напряженности в нем замкнуты;

2) циркуляция вектора E не равна нулю:

$$\oint E\,dl = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Введя в формулу индукцию B:

$$d\Phi = B\,dS,\ \Phi = \int B\,dS,$$

находим закон индукции в такой форме:

$$\oint E\,dl = -\frac{d}{dt}\int B\,dS. \qquad (146\text{-}3)$$

Эта формула может служить для определения напряженности поля.

После этого рассуждения Максвелла первоначальное выражение э. д. с. индукции $\mathscr{E}_e$:

$$\mathscr{E}_e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

получает более глубокий смысл: *всякое изменение магнитного поля влечет за собой появление электрического поля:*

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\mathscr{E}_e. \qquad (146\text{-}4)$$

Этот закон называется II *уравнением Максвелла.*

Если правую часть этого уравнения индукции преобразовать:

$$\frac{d}{dt}\int B\,dS = \int \frac{dB}{dt}\,dS = \mu \int \frac{dH}{dt}\,dS,$$

то II *уравнение Максвелла* примет вид:

$$\oint E\,dl = -\mu\int \frac{dH}{dt}\,dS. \qquad (146\text{-}5)$$

Это и есть связь между напряженностью магнитного поля H и напряженностью индуктированного им электрического поля E; циркуляция вектора напряженности электрического поля по любому замкнутому контуру равна скорости изменения потока индукции магнитного поля, пронизывающего площадь, ограниченную этим контуром.

Знак минус в правой части выражает *закон Ленца.* В этом случае он устанавливает, что при возрастании магнитного поля $\left(\frac{dH}{dt}>0\right)$

напряженность электрического поля направлена против вращения рукоятки буравчика, ввинчиваемого по направлению H.

За исходный пункт дальнейшего рассуждения Максвелл берет выражение *магнитодвижущей силы*:

$$\mathcal{E}_m = 4\pi I,$$

или

$$\oint H dl = 4\pi I.$$

Эту формулу следует обобщить, именно — под I будем понимать не только ток проводимости I_n, но и ток смещения I_c, представляя себе, что замкнутая цепь тока состоит из проводников и диэлектриков:

$$I = I_n + I_c.$$

Сумма эта выражает *«полный ток»*.

Максвелл это обобщение ввел как гипотезу, но уже после его смерти (1879) опыты Роуланда (1889), Эйхенвальда (1904) и других ученых установили существование магнитного поля тока смещения.

Поэтому имеем:

$$\oint H dl = 4\pi I_n + 4\pi I_c. \qquad (146\text{-}6)$$

Введем сюда выражения тока проводимости и тока смещения:

$$I_n = \int j dS = \gamma \int E dS = \gamma d\Psi;$$

$$I_c = \frac{1}{4\pi} \frac{d\Psi}{dt} = \frac{1}{4\pi} \frac{d}{dt} \int D dS = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{d}{dt} \int E dS;$$

$$I_c = \frac{\varepsilon}{4\pi} \int \frac{dE}{dt} dS.$$

Подставив эти выражения в уравнение магнитодвижущей силы (146-6), находим

$$\oint H dl = 4\pi\gamma \int E dS + \varepsilon \int \frac{dE}{dt} dS. \qquad (146\text{-}7)$$

Это уравнение называется *законом полного тока*; в нем обозначено, что цепь замкнута током проводимости и током смещения.

Положим $\gamma = 0$; это значит, что мы имеем дело только с непроводящей средой, в которой наблюдаем *переменное электрическое поле*, т. е. *ток смещения*. Уравнение полного тока принимает вид:

$$\oint H dl = \varepsilon \int \frac{dE}{dt} dS. \qquad (146\text{-}8)$$

Это I *уравнение Максвелла*; форма его симметрична со II уравнением; оно выражает мысль: *всякое изменение электрического поля*

$$\varepsilon \int \frac{dE}{dt} dS$$

влечет за собой появление магнитного поля: $\oint H dl = \mathcal{E}_m$.

Таким образом, магнитное поле возникает не только в связи с движением зарядов, т. е. с током, но и при всяком изменении электрического поля.

I *уравнение Максвелла* в более общем виде напишем так:

$$\oint Hdl = \mathscr{E}_m; \quad \varepsilon \int \frac{dE}{dt} dS = \frac{d\Psi}{dt};$$

$$\mathscr{E}_m = \frac{d\Psi}{dt}. \tag{146-9}$$

Самый вид I и II уравнений Максвелла показывает, что они относятся к каждой точке поля, характеризуют связи величин в любой точке поля, отрицают «действие на расстоянии» и устанавливают взаимодействие тел через материальное образование поля («близкодействие»).

Из уравнений Максвелла выводятся два наиболее простых равенства для магнитодвижущей и электродвижущей силы:

$$\mathscr{E}_m = \frac{d\Psi}{dt}; \quad \mathscr{E}_e = -\frac{d\Phi}{dt}. \tag{146-10}$$

Эти уравнения выражают следующие положения:

I. Переменное электрическое поле $\frac{d\Psi}{dt}$ обусловливает появление магнитного поля ($\mathscr{E}_m$).

II. Переменное магнитное поле $\frac{d\Phi}{dt}$ обусловливает появление электрического поля ($\mathscr{E}_e$).

Самое важное, что надо особенно отметить и что составляет сущность теории, — это то, что поля $\mathscr{E}_m$ и $\mathscr{E}_e$ возникают везде, где есть условия их образования $\frac{d\Psi}{dt}$ и $\frac{d\Phi}{dt}$ в пространстве, независимо от того, что в нем находится: диэлектрик или проводник. Проводники представляют собой индикаторы полей, которые делают их доступными для нашего восприятия; такую же роль при известных условиях играет наше зрение, которое воспринимает переменное электромагнитное поле при определенной частоте как свет. Электромагнитное поле есть реально существующее образование материи в пространстве, в котором могут быть воспринимающие его приборы: катушки, гальванометры, магнитные стрелки, радиоприемники, наши глаза и т. п.; если этого ничего в данном объеме нет, мы просто не будем иметь средств обнаружить электромагнитное поле, которое непосредственно не оказывает заметного действия на наши воспринимающие органы чувств (кроме зрения) для определенного интервала частот, хотя, конечно, играет роль в общем течении нашей жизни, поскольку мы в нем находимся.

Дадим понятие об общей *дифференциальной форме уравнений Максвелла.* В интегральной форме эти уравнения относятся к конечной, охватываемой силовой линией, площадке. Но так как это

достигается и для каждой очень маленькой площадки, то от интегральной формы возможен переход к дифференциальной форме, относящейся к любой точке поля, как переход к пределу, при котором величина площадки S стремится к нулю.

Это предельное значение есть вектор, который сокращенно обозначается rot («ротор») и направлен нормально к S.

По абсолютной величине ротор определяется следующими соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} \lim_{S\to 0}\frac{\oint Edl}{S} &= |\operatorname{rot} E|, \\ \lim_{S\to 0}\frac{\oint Hd\,l}{S} &= |\operatorname{rot} H|. \end{aligned}\right\} \tag{146-11}$$

Уравнения Максвелла для вакуума принимают вид:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0}\operatorname{rot} H; \quad \frac{dH}{dt} = -\frac{1}{\mu_0}\operatorname{rot} E. \tag{146-12}$$

Так как эти законы относятся к изменениям электромагнитного состояния в каждой точке поля, то они содержат в себе возможность представить распространение электромагнитного поля посредством волн. Можно ввести вместо напряженностей E и H индукции $D = \varepsilon_0 E$ и $B = \mu_0 H$. Если добавить еще плотность тока проводимости i, то *уравнения Максвелла в дифференциальной форме* для проекций векторов по осям координат выразятся следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial D_z}{\partial t} + i_z &= \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}, & \frac{\partial B_z}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right), \\ \frac{\partial D_x}{\partial t} + i_x &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}, & \frac{\partial B_x}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right), \\ \frac{\partial D_y}{\partial t} + i_y &= \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}, & \frac{\partial B_y}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right). \end{aligned}\right\} \tag{146-13}$$

§ 147. Распространение электромагнитного поля

Закон Био — Савара установил количественные характеристики магнитного поля тока; следствия из него привели к оценке пондеромоторных сил поля. Более глубокий анализ содержания этого закона выявил связи между характеристиками полей электрического и магнитного на основе теории Максвелла и его уравнений.

1. Напряженность магнитного поля тока I в точке A, обусловленная элементом тока Δl, дана формулой:

$$H = \frac{1}{c}\,\frac{I_e \Delta l \sin\alpha}{r^2}, \tag{147-1}$$

где $c = «v» = \frac{I_e}{I_m} = 3\cdot 10^{10}\ \frac{см}{сек}$.

Преобразование этой формулы открывает новые идеи в ее содержании.

Введем движущийся заряд q:

$$I = \frac{q}{\Delta t},$$

который за время Δt проходит расстояние Δl со скоростью v (рис. 461):

$$\Delta l = v \Delta t.$$

Подставив эти значения величин в формулу Био — Савара, получим:

$$H_A = \frac{qv \sin(v, r)}{cr^2}, \qquad (147\text{-}2)$$

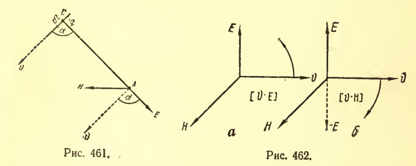


Рис. 461.

Рис. 462.

здесь H_A есть *напряженность магнитного поля в точке A движущегося заряда q*, v — скорость движения этого заряда; особо отметим:

$$\frac{q}{r^2} = D_A = \varepsilon E_A.$$

В этой формуле появилась индукция электрического поля в точке A, которое образовано зарядом q и движется вместе с ним. Формула получает вид:

$$H_A = \frac{\varepsilon}{c} v E_A \sin(v, r). \qquad (147\text{-}3)$$

Так как направление индукции D и напряженности E электрического поля в точке A совпадает с направлением r от C к A, то можно написать:

$$H_A = \frac{\varepsilon}{c} v E_A \sin(v, E), \qquad (147\text{-}4)$$

в векторной форме:

$$\vec{H}_A = \frac{\varepsilon}{c} [\vec{v} \cdot \vec{E}_A]. \qquad (147\text{-}5)$$

В таком виде этой формулы заключается мысль: *электрическое поле E, двигающееся со скоростью v, создает магнитное поле H, величина и направление которого определяются выведенным соотношением* (рис. 462, *а*). Дальше вопрос о направлении *E*, *H* и *v* уточним.

2. *Формула Ампера* определяет действие магнитного поля *H* на ток или на движущийся заряд *q*:

$$f_1 = -\frac{1}{c} I\mu H\Delta l \sin(v_1, r);$$

на основании указанных преобразований:

$$f_1 = -\frac{\mu}{c} qv_1 H \sin(v_1, r).$$

Силу, действующую на заряд *q*, выразим через напряженность электрического поля *E*;

$$f_1 = qE.$$

Поэтому

$$E_c = -\mu\frac{v_1}{c} H \sin(v, r) \qquad (147\text{-}6)$$

Так как направление вектора напряженности магнитного поля в точке *C* противоположно отсчету направления *r* по AC_1, то: $\sin(v_1, r) = -\sin(v_1, H)$, и формула принимает вид:

$$E_c = \frac{\mu}{c} vH \sin(v, H), \qquad (147\text{-}7)$$

или в векторной форме:

$$\vec{E}_c = \frac{\mu}{c}[\vec{v}\cdot\vec{H}]. \qquad (147\text{-}8)$$

Результат, к которому мы пришли, формулируется так: *магнитное поле H, движущееся со скоростью v, создает электрическое поле E, величина и направление которого определяется выведенными соотношениями* (рис. 462, *б*).

Значения векторов *H* и *E*, характеризующие взаимно связанные процессы в точках *A* и *C*, зависят от скорости *v*; при $v = 0$ оба вектора $H = 0$ и $E = 0$; если нет движения полей, то векторы *E* и *H* не появляются.

Уравнения Максвелла описывают процесс в одной точке электромагнитного поля; в них входят те же векторы:

$$H = \varepsilon\frac{v}{c} E \sin(v, E); \quad E = \mu\frac{v}{c} H \sin(v, E), \qquad (147\text{-}9)$$

но так как изменения электрического и магнитного полей происходят в одной точке, то скорость *v* уже не является относительной

скоростью движения одного или другого поля, но это *общая скорость движения всего электромагнитного поля*, возникшего согласно уравнениям М а к с в е л л а в данной точке пространства.

Как видим, появилась новая величина — *скорость распространения электромагнитного процесса*. Изучим вопрос о направлении и величине этой скорости, с которой распространяется электромагнитное поле.

1. Если бы $(v, E) = 0$ и $(v, H) = 180°$ (или обратно), то из уравнений следует: $H = 0$ и $E = 0$, т. е. по направлению скорости v (рис. 461) нет сил ни электрического, ни магнитного поля.

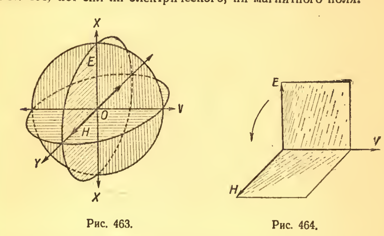


Рис. 463. Рис. 464.

2. Если бы существовал какой-нибудь вектор E или H, неперпендикулярный к v, то его можно было бы разложить на два — по направлению v и по направлению, перпендикулярному к v; но по направлению v, как только что выяснено, не может существовать никакого вектора E или H; поэтому *направление распространения электромагнитного процесса всегда перпендикулярно к E и H* (рис. 463); так направлена скорость v.

3. Мы пришли к заключению весьма общего характера: обусловливающие друг друга электрическое и магнитное поле, связь между которыми выражается в векторной форме:

$$\overrightarrow{H} = \frac{\varepsilon}{c}[\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{E}]; \quad \overrightarrow{E} = -\frac{\mu}{c}[\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{H}], \qquad (147\text{-}10)$$

перемещаются только в направлении, перпендикулярном к векторам H и E, которые сами взаимно перпендикулярны (рис. 462, *а*). В плоскости XY (рис. 463), перпендикулярной к v могут как угодно располагаться перпендикулярные друг к другу векторы электрического и магнитного поля E и H; вращение рукоятки буравчика от E к H дает перемещение буравчика по направлению v (рис. 464).

Направление этого вращения (рис. 462, *а* и *б*, правила левой и правой руки) объясняет появление минуса во второй формуле.

На основании этих соображений в уравнениях надо положить:

$$\sin(v, E) = 1; \quad \sin(v, H) = 1;$$

тогда эти уравнения перепишем так:

$$H = \frac{\varepsilon}{c} vE; \quad E = \frac{\mu}{c} vH. \qquad (147\text{-}11)$$

Уравнения Максвелла в такой форме, выражающие связь E и H для данной точки поля, приводят к дальнейшему обобщению найденных выше закономерностей: всякое изменение магнитного или электрического поля вызывает появление электромагнитного поля и распространение его со скоростью v, направление которой в каждой точке поля перпендикулярно к векторам E и H, характеризующим электромагнитное поле в этой точке.

Так, если в точке O (рис. 463) возникло переменное электрическое поле, определяемое колебаниями вектора E от $+E_0$ до 0 и от 0 до $-E_0$, то немедленно возникает связанное с ним переменное магнитное поле, определяемое колебаниями вектора H от $+H_0$ до 0 и от 0 до $-H_0$; плоскость, в которой происходят эти колебания, перпендикулярна к направлению, по которому со скоростью v начинает распространяться электромагнитное поле, характеризуемое в каждой точке значениями векторов E и H.

Для определения значения этой скорости, перемножим уравнения (147-11):

$$1 = \varepsilon\mu \frac{v^2}{c^2}.$$

Отсюда

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \qquad (147\text{-}12)$$

Это соотношение, называемое *законом Максвелла*, определяет скорость распространения электромагнитного процесса в среде, которая характеризуется электрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ. В системе СГС в вакууме $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$, поэтому $v = c$.

Этот результат теории устанавливает численное равенство между скоростью v распространения электромагнитного процесса в пространстве, где $\mu = 1$, $\varepsilon = 1$ и значением величины $c =$ «v»:

$$c = «v» = \frac{I_e}{I_m} = \frac{q_e}{q_m} = \frac{1\ \text{СГСМ}}{1\ \text{СГСЭ}}.$$

Выясним физический смысл этого отношения. Для этого обратимся к уравнениям Максвелла и возьмем первое из них:

$$H = \varepsilon E \frac{v}{c}. \qquad (147\text{-}13)$$

Рассмотрим размерность величин, входящих в это уравнение. Исходным пунктом вывода этого уравнения был закон Био — Савара, в выражении которого обе части были даны в единицах по системе СГСМ; затем в первой части было произведено эквивалентное преобразование значения тока I в систему СГСЭ и вследствие этого появился коэффициент $\frac{1}{c}$, играющий роль переводного множителя. Поэтому:

1) H выражено по системе СГСМ; закон Био—Савара дает:

$$[H]=\left[\frac{I_m \Delta l \sin\alpha}{r^2}\right]=см^{-\frac{1}{2}}\cdot г^{\frac{1}{2}}\cdot сек^{-1}.$$

2) E выражено по системе СГСЭ; $E=\frac{f}{q}$ (закон Кулона):

$$[E]=\left[\frac{f}{q}\right]=см^{-\frac{1}{2}}\cdot г^{\frac{1}{2}}\cdot сек^{-1}.$$

Отсюда видно, что в уравнении величины H и E имеют одну и ту же размерность; это значит, что множитель $\frac{v}{c}$ есть число отвлеченное, т. е. что v и c суть однородные величины. Но v есть скорость, следовательно, и с = «v» есть скорость. Числовое значение «v» = c известно:

$$c=3\cdot 10^{10};$$

теперь можно определенно написать:

$$c=3\cdot 10^{10}\frac{см}{сек}.$$

Экспериментальные исследования позволяют утверждать, что скорость света в вакууме имеет такое же значение:

$$c=3\cdot 10^{10}\frac{см}{сек}.$$

Современное (1961) точное значение: $c=(299\,793{,}04\pm 0{,}17)\ \frac{км}{сек}$.

Отсюда основной вывод: *электромагнитное поле распространяется в вакууме со скоростью света.* В средах где, μ и ε не равны единице, скорость распространения электромагнитного процесса определена по формуле:

$$v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

В воздухе можно считать $v\approx c$.

Этот вывод из теории Максвелла имел большое значение при доказательстве, что свет есть электромагнитное явление.

Раз установлено, что электромагнитное поле распространяется с конечной скоростью, имеющей определенное значение для всякой среды , то возникший в некоторой точке поля электромагнитный импульс (например, колебание вектора E) передается в поле от точки к точке с запаздыванием по фазе, а это значит, что в поле образуется электромагнитная волна и самый процесс распространения импульса в поле приобретает волновой характер.

На основании уже установленных общих свойств электромагнитного поля сделаем обзор его характеристик, как волнового процесса:

а) Во всякой точке поля векторы E и H взаимно перпендикулярны, колебания их происходят во взаимно перпендикулярных плоскостях.

б) Колебания этих векторов перпендикулярны к скорости v.

в) Почленное деление уравнений дает:

$$\frac{H}{E}=\frac{\varepsilon}{\mu}\,\frac{E}{H};\ \sqrt{\mu}H=\sqrt{\varepsilon}E;$$

$$\frac{E}{H}=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \qquad (147\text{-}14)$$

Для данной среды правая часть этого равенства постоянна; это значит: при распространении электромагнитной волны фазы колебаний векторов E и H в каждой точке поля и в каждый момент времени одинаковы.

г) Распространение электромагнитного поля описывается уравнениями двух волн, распространяющихся во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 465):

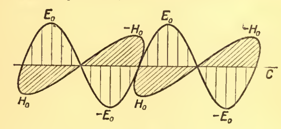


Рис. 465.

$$E_y=E_0\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right);$$

$$H_z=H_0\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right). \qquad (147\text{-}15)$$

Оба эти уравнения совокупно описывают распространение одной электромагнитной волны.

д) Амплитуды E и H_0 связаны соотношением:

$$\sqrt{\mu}\, H_0 = \sqrt{\varepsilon}\, E_0. \qquad (147\text{-}16)$$

§ 148. Энергия электромагнитного поля

Вывод из теории Максвелла указывает способ вычисления энергии, переносимой электромагнитным полем со скоростью v.

Формулы плотности энергии электрического поля w_e и магнитного поля w_m:

$$w_e = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi}; \quad w_m = \frac{\mu H^2}{8\pi}; \qquad (148\text{-}1)$$

плотность энергии электромагнитного поля w равна сумме этих величин: $w = w_e + w_m$;

$$w = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} + \frac{\mu H^2}{8\pi}.$$

Из соотношения:

$$\sqrt{\mu} H = \sqrt{\varepsilon} E \qquad (148\text{-}2)$$

определим E и подставим в выражение w_e (или H подставим в выражение w_m); находим:

$$w_e = w_m = w;$$

поэтому:

$$w = \frac{\varepsilon E^2}{4\pi} = \frac{\mu H^2}{4\pi}. \qquad (148\text{-}3)$$

Обратим внимание на то, что при движении электромагнитной волны в каждой точке плотность энергии электрического поля равна плотности энергии магнитного поля.

Выделим в поле прямую цилиндрическую трубку с основанием S и длиной v, объем ее будет $V = vS$; электромагнитная энергия в этом объеме поля изображается формулой:

$$W = \frac{\varepsilon E^2}{4\pi} vS = \frac{\mu H^2}{4\pi} vS.$$

Это выражение можно рассматривать как количество энергии, переносимое потоком, который, пройдя через площадку S, перпендикулярно к ней, в течение 1 *сек* распространяется на расстояние, численно равное v.

Эту идею о движении энергии впервые высказал профессор Н. А. Умов (1874).

Имея ввиду, что:

$$\varepsilon E = \frac{c}{v} H; \quad \mu H = \frac{c}{v} E,$$

находим более общее выражение потока энергии, переносимой электромагнитным полем в одну секунду:

$$W = \frac{c}{4\pi} EHS. \qquad (148\text{-}4)$$

Наконец, если c — скорость распространения потока — составляет с нормалью к поверхности S угол (N, c), то выражение для W принимает вид:

$$W = \frac{c}{4\pi} \int EH \cos(N, c)\, dS. \qquad (148\text{-}5)$$

Выражение:

$$\vec{\sigma} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \cdot \vec{H} \qquad (148\text{-}6)$$

есть абсолютное значение некоторого вектора, названного вектором Пойнтинга (по имени английского физика), который вывел (1886) формулы, дающие значение потока электромагнитной энергии, проходящей в 1 *сек* через поверхность поля $S = 1$ *см*^{2}.

Из сопоставления соотношений находим, что вектор Умова — Пойнтинга * определяет плотность потока энергии электромагнитного поля, т. е. поток через 1 *см*^{2} в 1 *сек*:

$$\sigma = \frac{c}{4\pi} EH = \frac{c}{4\pi} \frac{\varepsilon E^2}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{v}{4\pi} \varepsilon E^2 = vw.$$

Для пустоты $|E| = |H|$, поэтому

$$|\sigma| = \frac{c}{4\pi} |E^2| = \frac{c}{4\pi} |H^2|. \qquad (148\text{-}7)$$

Заметим, что в основных уравнениях и далее E у нас выражено в единицах по системе СГСЭ, а H — в системе СГСМ. Если значения обоих векторов выразить по электромагнитной системе, то выражение для вектора Умова — Пойнтинга упрощается:

$$\sigma = \frac{EH}{4\pi} \qquad (148\text{-}8)$$

Направление вектора σ определяется, как уже сказано, направлением движения буравчика при вращении ручки его от E к H; такова зависимость между связанными полями E и H и возникающим перемещением их энергии. В сущности это и есть известное *правило левой руки.*

Применим метод вычисления электромагнитной энергии при помощи вектора Умова — Пойнтинга к простому примеру.

---

* Джон Генри Пойнтинг (1852—1914) — английский физик. Его главная работа «О переносе энергии в электромагнитном поле» появилась в 1884 г., на 10 лет позднее докторской диссертации Н. А. Умова «Уравнения движения энергии в телах», (1874).

Определим энергию тока, развиваемую им в 1 *сек* в цилиндрическом проводнике (в проволоке) длиной l сантиметров с радиусом поперечного сечения r сантиметров и сопротивления R в СГСМ.

Если сила тока постоянная и равна I, то падение потенциала на единицу длины определит напряженность электрического поля по длине проводника:

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta l} = \frac{IR}{l}.$$

Напряженность магнитного поля на поверхности проводника (цилиндра с радиусом r) определяется по закону Био — Савара:

$$H = \frac{2I}{r};$$

направление H перпендикулярно E (рис. 466), т. е. H направлено по касательной к сечению цилиндра. Применяя правило буравчика (или левой руки), находим, что вектор Умова — Пойнтинга направлен по радиусу внутрь проводника; значение его вычисляем по формуле:

$$\sigma = \frac{EH}{4\pi} = \frac{1}{4\pi}\frac{IR}{l}\frac{2I}{r} = \frac{I^2R}{2\pi rl}.$$

Таков поток энергии, который вступает в проводник через 1 $см^2$ его поверхности в 1 *сек*; но $2\pi rl = S$ есть поверхность рассматривае-

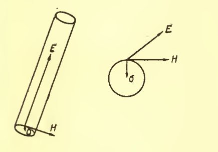


Рис. 466.

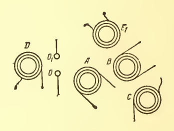


Рис. 467.

мого проводника, поэтому весь поток мощности, поглощаемый поверхностью проводника при токе выразится так:

$$\sigma S = \frac{I^2R}{2\pi rl}\cdot 2\pi rl = I^2R = N;$$

как видим, применение теории привело нас к экспериментально установленному закону Джоуля — Ленца: если ток выражаем в амперах и сопротивление в омах, то поглощаемая нашим проводником мощность вычисляется по известной формуле этого закона:

$$Q = 0{,}24I^2R.$$

Но теория прибавляет нечто новое к этому давно установленному опытом закону. Откуда берется поглощаемая проводником мощность? Направление вектора Умова — Пойнтинга на это отвечает: из диэлектрика, из окружающего проводник электромагнитного поля. С этой точки зрения возникновение мощности, потребляемой в цепи, следует себе представлять так: генератор создает электромагнитное поле, проводник направляет его распространение и как бы «высасывает» энергию из электромагнитного поля, превращая ее отчасти в тепло. Таким образом, как было экспериментально установлено, проводник с током есть та область пространства, где исчезает энергия поля, превращаясь в так называемую энергию тока. То же самое имеем в радиоустановках; антенна передатчика создает переменное электромагнитное поле, излучая электромагнитные волны, антенна приемной станции поглощает энергию поля, которая до нее достигла.

Заметим, несколько основных представлений, вытекающих из воззрений Максвелла, как они выражены в его теории.

Точки O и O_1 (рис. 467) соединены с источником переменной разности потенциалов (например, с полюсами индуктора Румкорфа или с полюсами генератора переменного тока); в диэлектрике, разделяющем O и O_1, при периодических изменениях разности потенциалов возникает переменное электрическое поле (ток смещения); в частном случае может быть периодический разряд при пробое диэлектрика искрой, например, при разрядах конденсатора. Все эти явления можно объединить: между O и O_1 возникают электрические колебания, в которых периодически изменяющимися величинами являются потенциалы и напряженности. По первому уравнению Максвелла в пространстве вокруг OO_1 образуется магнитное поле, тоже переменное. По второму уравнению Максвелла это поле вызовет образование электрического поля, тоже переменного. Существование этого поля можно обнаружить, если разместить в нем замкнутые проводники (катушки) A, B, C, D,..., переменное электрическое поле создаст в этих проводниках разности потенциалов, которые обусловят появление в них переменных индуктивных токов. Эти токи будут отличаться по фазе и друг от друга, и от периодического процесса в OO_1, так как электромагнитное поле распространяется с конечной скоростью:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

$$\text{если } \mu = 1 \text{ и } \varepsilon = 1, \; v = c = 3 \cdot 10^{10} \frac{см}{сек}.$$

Следовательно, потенциалы в разных точках поля будут запаздывать по фазе по мере удаления от OO_1.

Если все эти проводники A, B, C,... исчезнут из поля, то мы не будем иметь возможности обнаружить поле, но само явление

переменного тока в диэлектрике остается как объективное явление природы.

Итак, вся картина получает следующие черты:

1. Электрический периодический процесс — колебание электрического поля в OO_1 — вызывает связанное с ним переменное магнитное поле; это значит — в каждой точке этого поля имеем вектор напряженности H, который периодически изменяется от значения $+H_0$ до $-H_0$ (рис. 464).

2. Переменное магнитное поле вызывает индуктивно связанное с ним переменное электрическое поле, которое в каждой точке характеризуется вектором E, периодически изменяющимся от значения $+E_0$ до $-E_0$.

3. Фазы колебания векторов H и E отличаются в различных точках в данный момент вследствие того, что поля распространяются с конечной скоростью; возникает запаздывание фаз в передаче колебаний, которое слагается в знакомую из механических представлений картину волны. Таким образом, приходим к понятию об *электромагнитной волне* как совокупности всех возможных значений векторов H и E; вместо колеблющихся материальных точек в электромагнитной волне мы имеем колебания напряженностей магнитного и электрического полей. Определение длины волны остается прежним; это есть расстояние между двумя ближайшими векторами (H или E), находящимися в данный момент в одной и той же фазе колебания; иначе это расстояние, на которое распространяется поле в течение одного периода T:

$$\lambda = cT;\ \lambda = \frac{c}{\nu},$$

где $c = 3 \cdot 10^{10} \frac{см}{сек}$.

4. Колебания векторов E и H взаимно перпендикулярны во всякой точке поля (рис. 463) и происходят в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волны (рис. 465), т. е. перпендикулярно к вектору скорости c.

Такова картина возникновения и распространения электромагнитных волн, построенная на основе теории Максвелла (1873). Опыты Герца (1887), Попова (1895) и вся практика радиотехники доказали правильность этого теоретического построения. Электромагнитные волны, теоретически предсказанные Максвеллом, как реально существующие явления природы обнаружены, изучены и введены в технику. При этом установлено, что основной процесс — возникновение, распространение, преобразование и поглощение излучения — вполне тождествен с возникновением, распространением, преобразованием и поглощением энергии электромагнитных волн, это значит, что *явления света суть проявления переменного электромагнитного поля.*

§ 149. Принцип относительности для электромагнитных полей

Пусть две системы электромагнитных полей S_1 и S_2 движутся одна относительно другой, а именно S_1 движется относительно S_2 со скоростью v_x вдоль оси x. Иначе говоря, S_2 движется относительно S_1 со скоростью $-v_x$. Напряженность электрического поля в S_2 складывается из двух частей: 1) напряженности поля системы S_1, которую обозначим E_{y_1}; 2) напряженности электрического поля, индуцированного движением магнитного поля H_{z1} системы S_1. Величина второго слагаемого $E_{y_2} = -\frac{v_x}{c} H_{z1}$ (принимаем для вакуума $\mu_0 = 1$). Для простоты будем выражать скорость v в долях c, т. е. принимаем скорость распространения электромагнитного поля $c = 1$. Тогда напряженность электрического поля в S_2 будет равна:

$$E_{y_2} = E_{y_1} - v_x H_{z1}. \tag{149-1}$$

Аналогично напряженность магнитного поля в системе S_2:

$$H_{x_2} = H_{z_1} - v_x E_{y_1}. \tag{149-2}$$

Определив H_{z_1} из последней формулы, подставим в предыдущую:

$$E_{y_2} = E_{y_1} - v_x H_{z_2} - v_x^2 E_{y_1};$$

$$(1 - v_x^2) E_{y_1} = E_{y_2} + v_x H_{z_2}. \tag{149-3}$$

Но если бы мы рассуждали в обратном порядке, то получили бы

$$E_{y_1} = E_{y_2} - v_x H_{z_2}, \tag{149-4}$$

т. е. знак у v_x — противоположный. Для устранения этого противоречия Лоренц предложил ввести в уравнения Максвелла величину

$$\varkappa = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}. \tag{149-5}$$

Тогда уравнения Максвелла принимают в обеих системах одинаковую форму. При переходе от одной системы S_1 к другой S_2 и обратно:

от S_1 к S_2	от S_2 к S_1
$E_{x2} = E_{x1}$; $H_{x2} = H_{x1}$ $E_{y2} = \varkappa (E_{y1} - v B_{z1})$ $E_{z2} = \varkappa (E_{z1} + v B_{y1})$ $H_{y2} = \varkappa (H_{y1} + v D_{z1})$ $H_{z2} = \varkappa (H_{z1} - v D_{y1})$ Энергия $W_2 = \varkappa W_1$	$E_{x1} = E_{x2}$; $H_{x1} = H_{x2}$ $E_{y1} = \varkappa (E_{y2} + v B_{z2})$ $E_{z1} = \varkappa (E_{z2} - v B_{y2})$ $H_{y1} = \varkappa (H_{y2} - v D_{z2})$ $H_{z1} = \varkappa (H_{z2} + v D_{y2})$ $W_1 = \varkappa W_2$

Глава XX

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

§ 150. Опыты Герца

В ту эпоху, когда Г е р ц приступил к экспериментальному доказательству существования электромагнитных волн (около 1887 г.), были известны многие электрические процессы периодического характера, вызывающие электрические колебания. Таковы переменный ток, разряды индуктора Р у м к о р ф а и т. д. Но все эти колебания имеют период равный десятым и сотым долям секунды, т. е. это медленные колебания с небольшими частотами; они могут порождать лишь волны огромной длины. Так, если возьмем $\nu =$ $= 50$ *гц*, $T = \frac{1}{50} = 0{,}2$ *сек*, то

$$\lambda = cT = 3 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}02 = 6 \cdot 10^{8}\ см = 6 \cdot 10^{3}\ км;$$

такие и подобные волны наблюдать и изучать в лаборатории невозможно. Кроме того, теоретически установлено, что количество энергии, излучаемой в секунду любым колебательным контуром, пропорционально ν^4 или обратно пропорционально λ^4.



Рис. 468.

Поэтому первой задачей Г е р ц а было получить «очень быстрые электрические колебания» с тем, чтобы иметь сильное излучение и волны, доступные для наблюдения в лаборатории. Вторая его задача заключалась в том, чтобы найти способ улавливать и измерять эти волны; это он выполнил, открыв возможность наблюдать *электрический резонанс.*

Г е н р и и затем Ф е д д е р с е н (1862) непосредственными наблюдениями установили, что разряд конденсатора или индуктора Р у м к о р ф а может иметь колебательный характер. Ф е д д е р с е н наблюдал искровой разряд во вращающемся зеркале; как известно, этот способ дает возможность явления, последовательные во времени, расположить последовательно в пространстве. Как субъективные наблюдения в зеркале, так и фотографические снимки (рис. 468) установили, что *искровой разряд* при известных условиях

есть колебательный процесс — это значит, что искра, которую мы наблюдаем при разряде между электродами, состоит из целого ряда искр; на самом деле происходит множество постепенно затухающих перезарядок электродов, так как энергия затрачивается на излучение, тепло, звук. Зная скорость вращения зеркала, можно определить период этого колебательного процесса, т. е. определить время одного из разрядов, суммарно воспринимаемых нами как искра. Ф е д д е р с е н наблюдал при разных обстоятельствах периоды отдельных разрядов от $89 \cdot 10^{-6}$ до $31 \cdot 10^{-6}$ *сек*. Итак, искровой разряд есть колебательный процесс, при котором в течение одной секунды миллионы раз происходит перезарядка конденсатора и электродов и столько же раз меняется направление тока в колебательном контуре.

Если положить при этом колебательном процессе $\nu = 5 \cdot 10^6$ *гц*, то находим $\lambda = \frac{c}{\nu} \approx 60$ *м*, это уже некоторое приближение к волнам лабораторного характера.

Этими наблюдениями воспользовался Г е р ц при построении своего первого открытого вибратора. Колебательный контур Т о м с о н а (рис. 469, *а*) Г е р ц как бы распрямил или растянул в одну

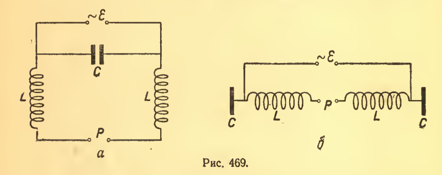


Рис. 469.

линию (рис. 469, *б*), поместив в середине искровой промежуток P, в левой и правой частях вибратора распределяются емкость C и самоиндукция L.

Эту схему Г е р ц реализовал в виде двух стержней (рис. 470) длиной по 130 *см* с искровым промежутком P между ними, который можно изменять микрометрически; на стержнях могут перемещаться цинковые шары C и C (диаметр 30 *см*). Стержни были соединены с полюсами A и B вторичной обмотки индуктора Р у м к о р ф а N. Эта система — вибратор, период колебаний которой может быть теоретически вычислен по формуле Т о м с о н а:

$$T = 2\pi \sqrt{LC}. \qquad (150\text{-}1)$$

Так как шары C и C максимально раздвинуты, то емкость и само-

индукция системы очень малы и она способна дать колебания с периодом $2 \cdot 10^{-8}$ *сек* и, следовательно, образовать волны с длиной $\lambda = 6$ *м*.

Важная особенность вибратора Герца состоит в том, что он открытый. В контуре Томсона переменное электрическое поле (или ток смещения) сосредоточено в малом объеме между пластинами конденсатора C (рис. 469, *а*). Вибратор Герца замыкается током смещения, симметричным относительно всей длины стержней; электрическое поле охватывает значительный объем пространства, что и обеспечивает сильное излучение. Акустическая аналогия обоих вибраторов — камертон без резонаторного ящика и с ящиком.

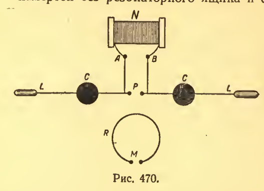


Рис. 470.

Для обнаружения волн, распространяющихся от P, Герц на некотором расстоянии от вибратора ставил *резонатор* — проволочный, прямоугольный или круглый контур R с искровым промежутком M. В этом контуре при надлежащей связи с вибратором может возникнуть индукционный ток, который обнаруживается искрой в M. Этот ток и искра очень малы, но Герц, изменяя расположение шаров C, размеры и форму контура R, добился ее увеличения; при некотором расстоянии шаров и некоторой длине и форме контура достигался максимум искры (рис. 471). Этот максимум амплитуды тока в R обусловлен *резонансом колебаний* в контуре R и колебаний вибратора; это значит, что период вибратора

$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

оказывается и периодом контура R. Контур R, настраиваемый в резонанс с вибратором, Герц назвал *резонатором* по аналогии со звуковыми резонаторами. Конечно, искра в M гораздо слабее, чем искра вибратора P, и становится все слабее, по мере увеличения расстояния между P и M. В первых своих опытах Герц мог доводить расстояние PM до 1,5 *м*.

Эти первоначальные опыты Герца (1887) и длинный ряд опытов самого Герца и других физиков обнаружили и доказали существование электромагнитных волн («лучей электрической си-

лы», как говорил Герц) и возможность их приема при помощи электрического резонанса. Этим самым была подтверждена теория Максвелла, который за много лет до Герца предсказал существование электромагнитных волн, развивая общую теорию электромагнитного поля.

Волны Герца имели большую длину — несколько метров. Многие исследователи пытались получить по его методу волны меньшей длины; для этого необходимо было вибратору Герца придать возможно меньшие размеры (уменьшить L и C). Прежде других профессор Московского университета П. Н. Лебедев (1895)

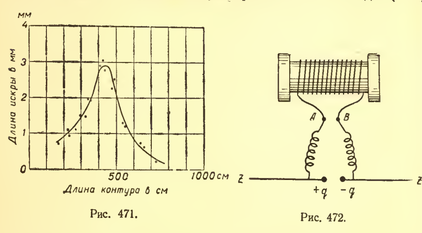


Рис. 471.

Рис. 472.

получил волны длиной около 6 *мм*; позже другие исследователи получили волны до $\lambda = 0{,}08$ *мм*. Каждый шаг в этой области дается с огромным трудом и требует величайшего экспериментаторского искусства; достаточно отметить, что вибратор Лебедева имел длину всего 2,6 *мм*.

Прежде чем перейти к описанию дальнейших экспериментальных исследований самого Герца и других физиков, остановимся на строении электромагнитного поля вибратора.

Процесс, связывающий вибратор и резонатор, можно себе представить так. Вибратор Герца, схематически изображенный на рис. 472, есть электрический диполь, и поле его такое же, как поле диполя с зарядами на полюсах $+q$ и $-q$ (рис. 473). Силовые линии этого электрического поля лежат в плоскостях, проходящих через ось вибратора ZZ (рис. 474). Эти плоскости будем называть меридианальными плоскостями вибратора; одна из них ZOY совпадает с плоскостью чертежа, здесь O — центр искрового промежутка; плоскость XOY, перпендикулярную к оси вибратора и проходящую через его центр O, назовем экваториальной.

Ток в вибраторе при разрядах есть прямолинейный ток ZOZ, замыкаемый током смещения в диэлектрике; он образует около

себя переменное магнитное поле, поскольку и ток в вибраторе переменный. В каждый данный момент силовые линии этого магнитного поля лежат в плоскостях, перпендикулярных к оси ZOZ; в частности, линии магнитного поля лежат в экваториальной плоскости XOY.

Всякое изменение возникшего магнитного поля создает электродвижущую силу; если поместить в это поле замкнутый контур, то в нем возникнет ток. Таким именно контуром и является резонатор R (рис. 470), замыкаемый искрой. Таким образом, можно сказать,

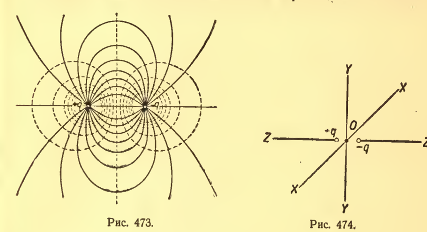


Рис. 473. Рис. 474.

что резонатор реагирует или отвечает электрическим явлением тока на изменение H и E магнитного и электрического поля, созданного переменным электрическим током в вибраторе. Такова сложная зависимость явлений в вибраторе и резонаторе.

Отсюда прямо следует, что не при всяком расположении резонатора в нем получаются искры; для того чтобы сигнал вибратора был воспринят резонатором, необходимо, чтобы по отношению к резонатору изменялось магнитное поле, т. е чтобы изменялся поток индукции магнитного поля, пронизывающий контур резонатора.

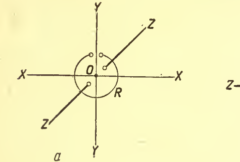
Г е р ц непосредственными опытными исследованиями поля вибратора подтвердил эту теорию.

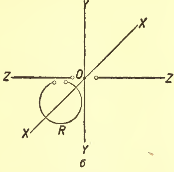
1. Он ставил круговой резонатор R (рис. 475, *а*) в плоскости XOY так, что его центр находился на оси OX, силовые линии магнитного поля параллельны плоскости XOY, в которой расположен резонатор; никакого изменения магнитного поля по отношению к контуру не было, ток в резонаторе не возникал, и искр не было.

2. Другой опыт Герца ставился так, что плоскость резонатора была перпендикулярна к оси OX и к экваториальной плоскости (рис. 475, *б*); весь контур пронизывался линиями сил магнитного поля; поэтому изменение магнитного поля в вибраторе вызывало

появление тока в резонаторе. Если искровой промежуток резонатора параллелен оси вибратора ZZ, возникают максимальные искры, так как в этом именно направлении действует электродвижущая сила.

3. Наконец, Герц расположил резонатор в плоскости XOY (рис. 475, *в*); контур пронизан линиями магнитного поля. В этом случае возникают искры разной интенсивности в зависимости от расположения искрового промежутка по отношению к оси ZOZ, т. е. по отношению направления электродвижущей силы.





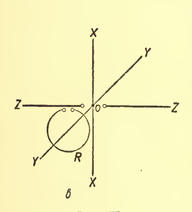


Рис. 475.

4. Переводя контур вращением из одного из описанных трех положений в другое, будем наблюдать явления, при которых интенсивность искрового разряда будет изменяться в зависимости от положения контура по отношению к магнитному полю и его искрового промежутка по отношению к направлению электродвижущей силы.

Существование связи между вибратором и резонатором экспериментально подтверждено во всех деталях, а также выяснено строение электромагнитного поля вибратора.

В результате всех этих опытов можно сделать следующее основное заключение о поле вибратора: 1) силовые линии электрического поля лежат в меридианальных плоскостях вибратора, проходящих через ось ZOZ; 2) линии магнитного поля лежат в плоскостях, перпендикулярных к оси ZOZ, т. е. в плоскостях, параллельных экваториальной плоскости (рис. 474); это значит, что линии магнитного поля лежат в плоскостях, перпендикулярных плоскостям, в которых расположены линии электрического поля.

Перезарядки стержней вибратора в течение действия искры создают в них последовательно противоположные импульсы тока, т. е. движения зарядов, распространяющиеся от O до Z, дальше — изолятор, и обратно; так в вибраторе образуется *электромагнитная стоячая волна*, в которой смещения соответствуют значениям тока, распределенным по длине вибратора. Таким образом, вибратор подобен струне, закрепленной в Z и Z и издающей свой основной звук: в Z и Z — *узлы тока*, в O — *пучность* (рис. 476); наоборот, в O *узел напряжения*, а в Z и Z — пучности его напряжения. На основании этих соображений просто определяется длина волны излучения вибратора:

$$\lambda = 2l,$$

где $l = ZZ$. Так, в одном из опытов Герца $ZZ = 150$ *см*; тогда

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = 10^8. \qquad (150\text{-}2)$$

Лебедев построил вибратор из двух платиновых проволок по 1,5 *мм* длиной, $ZZ = 3$ *мм*; получена длина волны $\lambda = 6$ *мм*.

Скорость и направление распространения излучаемой энергии определяется вектором Умова — Пойнтинга:

$$\sigma = \frac{1}{4\pi} EH. \qquad (150\text{-}3)$$

Для всякого электромагнитного процесса *циркуляция напряженности* $\oint Edl$ пропорциональна скорости изменения магнитного поля $\frac{dH}{dt}$, а эта производная пропорциональна при прочих равных условиях $\frac{dv}{dt}$ — ускорению в колебательном движении, которое, как известно, пропорционально квадрату частоты ν^2.

Такое же рассуждение имеет место с соответственным изменением и по отношению к H, поэтому вектор Умова — Пойнтинга пропорционален ν^4 или обратно пропорционален длине волны λ^4.

Из этих соображений следует, что для возникновения излучения необходимо: 1) движение зарядов в вибраторе с ускорением и 2) высокая частота колебаний.

Излучаемая мощность обратно пропорциональна четвертой степени λ; поэтому излучение сетей обычного переменного тока ничтожно, и Герц осуществил электромагнитные колебания достаточной мощности лишь перейдя к высоким частотам порядка 10^8 и малым длинам волн. Эти особенности сказались на всем развитии радиотехники.

Вектор Умова — Пойнтинга определяет излучаемую мощность в сферической волне, образуемой вибратором. Направление его перпендикулярно к E и H и связано с их направлениями

в правовинтовой системе вращения, как и направление распространения поля. Значение вектора Умова — Пойнтинга по разным направлениям различно, диаграмма (рис. 477) определяет направление излучения вибратора в меридианальной плоскости; каждый радиус — вектор σ_1, σ_2,... пропорционален вектору

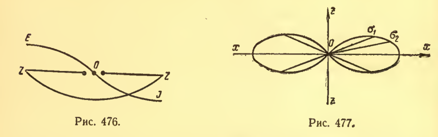


Рис. 476. Рис. 477.

Умова — Пойнтинга по этому направлению, и потому он оценивает мощность излучения вибратора по данному направлению.

§ 151. Отражение, преломление, интерференция и поляризация электромагнитных волн

Герц в своих исследованиях о «Распространении лучей электрической силы» (1889) показал, что все законы оптики применимы к электромагнитным волнам; при помощи ряда опытов он установил отражение, преломление, интерференцию, дифракцию и поляризацию электромагнитных волн и показал тождество законов этих явлений с законами явлений света.

В фокусе параболического зеркала (рис. 478, *а*) установлен вибратор Герца B, стержни его параллельны образующим зеркала; в фокусе другого параболического зеркала установлен резонатор R, тоже в виде стержней с искровым промежутком, длина которого может микрометрически изменяться.

1. Если зеркала поставлены так, что оси их совпадают (рис. 478, *б*), то при действии вибратора B в R после надлежащей настройки появляются искры. Это значит, что электромагнитные волны, распространяясь от первого зеркала, направляются параллельным пучком ко второму зеркалу, после отражения от него по законам оптики они собираются в его фокусе, где находится резонатор R; в его искровом промежутке появляется искра, которая и регистрирует действие этих волн.

2. Если зеркала поставить так, чтобы оси их составляли между собой некоторый угол, то в резонаторе искр не будет. Но если поставить на пути волн, отраженных от первого зеркала (рис. 478, *в*), плоское зеркало в виде металлического листа S, то можно будет направлять волны вибратора первого параболического зеркала на

резонатор второго зеркала; для этого лист следует расположить как плоское зеркало так, чтобы отражение от него происходило по законам геометрической оптики, как отражаются световые лучи: угол отражения равен углу падения; радиоволны отражаются по законам геометрической оптики.

3. Если между зеркалами в положении (*а*) поставить равностороннюю призму из асфальта (рис. 478, *г*), то искра в резонаторе ис-

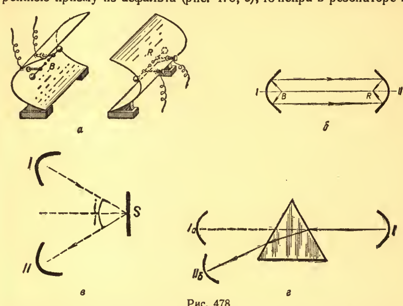


Рис. 478.

чезает. При перемещении второго зеркала в положение (*б*) на угол 22° искра в резонаторе вновь появляется. В асфальте произошло

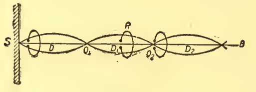


Рис. 479.

преломление волн (лучей). По углу преломления можно вычислить показатель преломления асфальта $n = 1{,}69$.

Г е р ц наблюдал образование *стоячих электромагнитных волн* при отражении от цинкового листа S (2×4 $м^2$), покрывавшего часть стены перед вибратором B (рис. 479). Волны от B шли к S, отражались назад и образовывали стоячие волны как результат *интерфе-*

ренции встречных волн, вследствие которой возникают местные усиления и ослабления напряжений. Перемещая между B и S приемник (резонатор) R в виде кругового контура с искровым промежутком, можно заметить, что около цинкового листа S искр в резонаторе нет, тут расположен *узел напряжения*; перемещая резонатор от S к B, заметим появление искр, максимум их будет в некоторой точке D; тут расположена *пучность напряжения*; при дальнейшем перемещении резонатора искры совершенно исчезнут в O_1, где также *узел напряжения*; следующий максимум будет в D_1 и т. д.; этими опытами было доказано образование стоячих электромагнитных волн.

Этот опыт имеет большое значение не только потому, что при его помощи обнаружено *отражение* и *интерференция электромагнитных волн*, но еще и потому, что он позволяет непосредственно измерять длины этих волн (по расстоянию узлов и пучностей), а зная из опыта λ и зная T по формуле Томсона, можно вычислить скорость распространения электромагнитных волн:

$$v = \frac{\lambda}{T}.$$

В результате ряда подобных определений оказалось $v = c = 3 \cdot 10^{10} \frac{см}{сек}$, т. е. *скорость распространения электромагнитных волн в воздухе равна скорости света*, как это и предполагала теория Максвелла.

При последних опытах и при многих других, о которых будет речь впереди, требуются более чувствительные резонаторы или приемники электромагнитных волн; такие резонаторы — указатели волн, при помощи которых можно обнаружить их присутствие, называются *детекторами* *; они заменяют искровой резонатор и оказываются гораздо чувствительнее его. Опишем пока два типа таких детекторов.

1. Французский физик Бранли заметил, что металлические (например, серебряные) опилки представляют огромное сопротивление току. Поэтому, если в цепь батареи аккумуляторов включить звонок (или аппарат Морзе) и трубочку с опилками K, которые введены между электродами (рис. 480), то ток не идет и звонок не действует, хотя цепь, по-видимому, металлически замкнута; разрыв цепи происходит именно в трубке с опилками K, которая была названа *когерером*. Но как только электромагнитная волна достигает когерера, сопротивление опилок падает, и цепь замыкается; звонок звенит (или начинает стучать аппарат Морзе). Встряхивание когерера вновь приводит опилки в прежнее состояние, ток опять прерывается. Таким образом, можно передавать последовательные

* Латин. «детектор» — открывающий.

сигналы вибратора, когерер будет их отмечать звонком или выстукиванием аппарата Морзе.

Опилки состоят из плохо соприкасающихся частиц металла; можно представить, что в их совокупности мы имеем множество искровых промежутков; когда через них проходит волна, т. е. переменное электромагнитное поле, происходят бесчисленные разряды — искры; цепь замыкается.

2. Второй тип детектора: в точке O спаяны тонкие железная AOD и константановая COB проволоки (рис. 481); точки A и B соединены с гальванометром, а C и D — с колебательным контуром приемника. Когда при резонансе с вибратором в колебательном контуре появляется ток, спай O нагревается и гальванометр обнаруживает термоэлектрический ток. Чувствительность этого прибора очень высока, до $3{,}6 \cdot 10^{-5}a$.

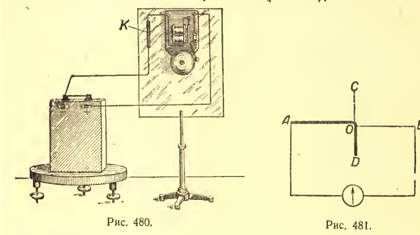


Рис. 480.

Рис. 481.

Максвелл в своей теории электромагнитного поля установил, что векторы полей электрического E и магнитного H, будучи взаимно перпендикулярны, оба перпендикулярны к направлению скорости распространения поля, т. е. к направлению распространения электромагнитной волны. Следовательно, колебания векторов E и H поперечны.

Герц рядом опытов оправдал эти положения теории Максвелла, экспериментально доказав поперечность электромагнитных колебаний.

1) Поставив параболические зеркала (рис. 478, *а*) так, чтобы вибратор B и резонатор R были параллельны, он вводил между ними металлическую решетку LL, построенную из натянутых на деревянную раму параллельных проволок (расстояние между ними около 3 *см*). Если эту решетку поставить так, чтобы проволоки ее были параллельны оси вибратора ZZ и оси резонатора (рис. 482, *а*), т. е.

параллельны вектору электрического поля E и перпендикулярны вектору магнитного поля H, то в проволоках при изменениях магнитного поля возникнет электродвижущая сила индукции и появится ток. Таким образом, энергия поля будет поглощена решеткой и превращена в энергию тока; волны не будут пропущены, они задержатся решеткой. Опыт подтверждает это рассуждение: резонатор не отвечает на колебания вибратора при таком расположении решетки.

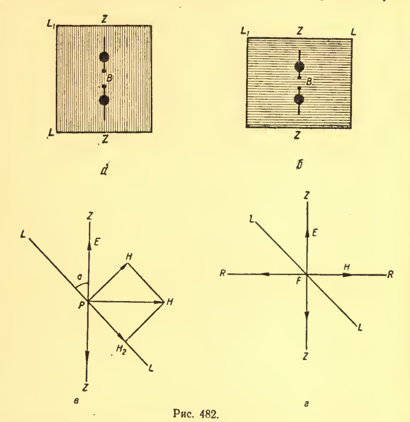


Рис. 482.

2) Повернув решетку на 90° так, чтобы ее проволоки стали перпендикулярно к оси вибратора ZZ (рис. 482, б) и оси резонатора, замечаем, что резонатор отвечает на колебания вибратора так, как будто решетки нет. Электромагнитные волны при таком положении решетки прошли через нее и достигли резонатора; в этом случае вектор магнитного поля параллелен проволокам решетки, и в них не возбуждаются электродвижущие силы, энергия волн не поглощается проволоками и проносится через решетку до резонатора.

3) При каком-нибудь ином положении решетки, например, когда ее проволоки LL составляют угол α с осью вибратора ZZ (рис. 482, *в*), резонатор отвечает на колебания вибратора, но слабее, чем в предыдущем случае. Индуцирующее действие в проволоках при таком их расположении будет обусловлено слагающей магнитного вектора, $H_1 = H \cos \alpha$, вектор же $H_2 = H \sin \alpha$ не окажет индуцирующего действия в R и обусловит распространение волн за решеткой, действие которых и будет отмечено резонатором, но амплитуда волн уменьшена.

4) Если расположить оси вибратора и резонатора взаимно перпендикулярно (рис. 482, *г*): ZZ — ось вибратора, RR — ось резонатора, поставив параболические зеркала накрест, то резонатор не отвечает на колебания вибратора. В этом случае электрические колебания E направлены перпендикулярно к оси приемника, а магнитные H — параллельно; поэтому в направлении RR нет электрического вектора, резонатор молчит.

Если, не меняя расположения вибратора и резонатора, ввести между ними (рис. 482, *г*) решетку LL, поставив ее проволоки параллельно ZZ или RR, то все останется по-прежнему, резонатор молчит. Но, повернув решетку так, чтобы проволоки LL образовали с осью ZZ некоторый угол α, заметим, что и при скрещенных вибраторе и резонаторе последний будет отвечать на сигналы вибратора; максимальной силы эти ответы достигнут при $\alpha = 45°$. Явление понятно с точки зрения предыдущего рассуждения о разложении векторов H и E.

Из всех описанных опытов вытекают такие заключения:

1. Как требуется теорией Максвелла, в электромагнитных волнах Герца колебания электрического вектора E и магнитного H взаимно перпендикулярны и перпендикулярны к направлению распространения волны, т. е. это *волны с поперечными колебаниями.*

2. Плоскости, в которых происходят колебания этих векторов, имеют определенную направленность, эта *направленность плоскости колебаний называется их поляризацией.* Также и волны, в которых колебания векторов E и H происходят в определенных взаимно перпендикулярных плоскостях, называются *поляризованными волнами.*

Если O есть ось пучка электрических лучей (рис. 483), т. е. если волна имеет направление к нам от чертежа и скорость c перпендикулярна к плоскости чертежа, то вообще можно представить, что колебания вектора E происходят в любой плоскости, проходящей через ось O, оставаясь к ней перпендикулярными. Возьмем какую-нибудь из этих плоскостей за основную, например, плоскость EOE; остальные плоскости, в которых возможны колебания вектора E, расположатся веером около основной, образуя с ней всевозможные углы или всевозможные *азимуты* от 0 до π. Такой луч или волна, в которой колебания вектора E происходят во всех возможных плос-

костях иначе — во всех азимутах, называется *лучом естественным или неполяризованным*.

Эти явления задолго до опытов Г е р ц а были открыты в видимых лучах света. В опытах Герца плодотворно объединялись электромагнитные и оптические явления.

Конечно, все сказанное применимо и к магнитному вектору H; только надо помнить, что векторы E и H так связаны между собой,

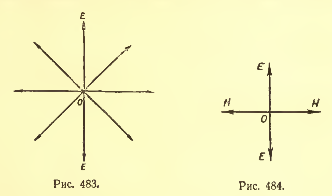


Рис. 483. Рис. 484.

что плоскости, в которых происходят колебания векторов E и H, взаимно перпендикулярны в каждый данный момент.

Опыты Г е р ц а с решеткой устанавливают, что в электромагнитной волне или в электромагнитном луче, исходящем из вибратора по любому взятому направлению, колебания векторов E и H возможны не во всех плоскостях, проходящих через ось луча O (рис. 484), а только в строго определенных: 1) колебания вектора E возможны только в плоскости, проходящей через ось вибратора ZZ (рис. 482, *г*); 2) колебания вектора H возможны только в плоскости, перпендикулярной к оси вибратора ZZ. Отсюда вытекает, что *электромагнитные волны Герца поляризированы*: это не естественные волны или лучи, в которых колебания E могут происходить во всех плоскостях, проходящих через ось луча O (рис. 483), а лишь в определенной плоскости, проходящей через ось вибратора ZZ.

Будем называть *плоскостью поляризации луча или волны* плоскость, перпендикулярную к той плоскости, в которой происходят колебания. Итак, плоскость поляризации E перпендикулярна к оси ZZ (рис. 482, *в*). Опыты с решеткой установили положение к этой плоскости поляризации вектора E; зная положение этой плоскости поляризации, мы тем самым знаем направления векторов напряженностей поля E_0 и H_0, а также и напряженности этих полей при разложении векторов, когда решетка имеет произвольное положение под углом α к оси ZZ. С этой точки зрения решетка может быть названа *анализатором поляризованных электромагнитных волн или лучей*; при ее помощи мы можем точно определить положение

плоскости поляризации колебаний в волне, распространяющейся по данному направлению.

Рассмотрим другие типы вибраторов, резонаторов и опыты, расширяющие наши представления об электромагнитных волнах.

Английский физик Л о д ж (1890) предложил следующую простую установку. Обкладки лейденской банки I соединены контуром L (рис. 485) с искровым промежутком B, к которому подводятся

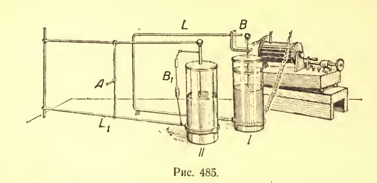


Рис. 485.

полюсы индуктора Р у м к о р ф а. На некотором расстоянии от этой системы установлена такая же лейденская банка II с контуром L_1, в котором участок A подвижен; B_1 — искровой промежуток, в котором можно поместить гейслерову трубку. Когда замыкаем цепь индуктора, в контуре I начинается колебательный процесс и в искровом промежутке B появляются искры. Перемещая подвижной проводник A, т. е. изменяя самоиндукцию второго контура, можно его настроить в резонанс с первым. Когда наступит резонанс, в искровом промежутке B_1 появится искра или вспыхнет гейслерова

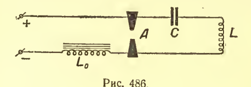


Рис. 486.

ва трубка. Искра и свечение пропадают, если несколько переместим A, т. е. если расстроим резонанс I и II контуров.

Опыты Г е р ц а, Л о д ж а и других обусловили появление идеи о передаче сигналов при помощи электромагнитных волн, что составляет задачу радиотехники.

Если в цепь постоянного тока с напряжением около 100 *в* включить индукционное сопротивление (дроссель) L_0 (рис. 486) и дугу A, а параллельно дуге ввести последовательно конденсатор C и самоиндукцию L, то при надлежащем подборе C и L дуга начинает из-

давать звук определенной высоты. Следовательно, в дуге происходят звуковые колебания.

Для понимания этого явления отметим, что дуга — довольно неустойчивое образование, в котором и при обычном режиме, обусловливающем спокойное горение, возможны колебания вследствие изменения сопротивления газового столба между углями. Если это сопротивление уменьшается, возрастает ток в дуге, а напряжение на углях падает; наоборот, при увеличении сопротивления дуги ток в ней слабеет, а напряжение возрастает. Эти колебания тока и напряжения отражаются во всей системе, но большая самоиндукция L_0 не позволяет им проникать в питающую цепь; поэтому колебания сосредоточиваются в контуре $ACLA$. Если подбором L, C и R (омическое сопротивление, реостат) настроить этот контур на определенную частоту, то его колебания вызовут устойчивые колебания дуги. При этом колебания в дуге соответствуют собственному периоду колебаний этого контура:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Колебания в контуре влияют на колебания в дуге AB, придавая им устойчивость и определенность частоты. Если эта частота лежит в области частот колебаний, воспринимаемых нами как звук ($16 < \nu < 20\,000$ *гц*), то мы слышим звук дуги; изменяя L или C, изменяем T и ν, следовательно, высоту звука. Можно так подбирать емкость C и самоиндукцию L, что дуга «пропоет» гамму. Отметим *преобразование электромагнитной энергии в энергию звука*; это явление затем было широко использовано в радиотехнике.

Эта установка, предложенная Дудделем (1900), позволила получить *незатухающие колебания* определенного периода; в свое время, до введения электронных ламп, вибратор с вольтовой дугой имел большое значение как генератор электромагнитных волн в радиотехнике.

§ 152. Распространение электромагнитных волн вдоль проводов

Кроме описанных опытов с открытым вибратором, Герц наблюдал распространение волн в поле, ограниченном проволоками. Германский физик Лехер и французский Блондло придали этой установке такой вид, при помощи которого можно изучать появление стоячих электромагнитных волн и измерять их длины, а стало быть и скорость распространения.

Схему Лехера — Блондло, можно представить так (рис. 487, *а*, общий вид на рис. 487, *б*). Провода от индуктора Румкорфа идут к искровому промежутку P, который соединен с конденсаторами C и C: емкость C невелика, хотя пластины близки друг к другу. От пластин конденсатора идут две длинные параллельные

проволоки. Поместив на этих проволоках «мостик» A из толстой проволоки, перемещаем второй мостик B, добиваясь резонанса отделенного контура с колебательным контуром $PCACP$. Когда этот резонанс наступит, гейслерова трубка Q, помещенная посередине между A и B, ярко светится; конечно, вместо трубки можно поместить иной детектор, например, термоэлемент с гальванометром. Если

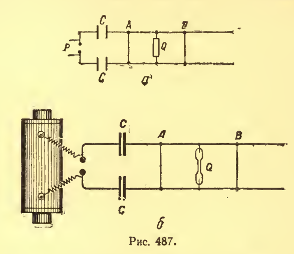


Рис. 487.

проволоки достаточно длинны, увеличим число «мостиков», образуя, таким образом, несколько колебательных контуров.

Для понимания этих явлений нужно прежде всего заметить, что при перезарядке конденсаторов C в проводах, с ними соединенных, возникают переменные токи проводимости; при больших частотах, с которыми мы имеем дело в установке Лехера — Блондло (L и C малы), ряд импульсов — вследствие высокочастотной перезарядки конденсаторов — создают в разных областях между проволоками различно направленные электрические поля, так как скорость распространения поля конечна.

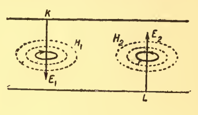


Рис. 488.

В данный момент в точке K (рис. 488) переменное электрическое поле E_1 направлено вниз; около него, как около тока смещения, возникает магнитное поле H_1. Оно вызывает в соседней точке L электрическое поле E_2, направленное вверх; около него возникает магнитное поле H_2 и т. д.; процесс распространения полей между проволоками продолжается.

Получается картина распространения электромагнитной волны, но в ограниченном пространстве между проволоками. Можно привести аналогию с распространением звука в трубе — звук вообще распространяется свободно в виде сферической волны, но в трубе путь его распространения ограничен стенками.

Распространяясь между проволоками, волна доходит до мостика B (рис. 489, *а*), ограничивающего контур; тут происходит отра-

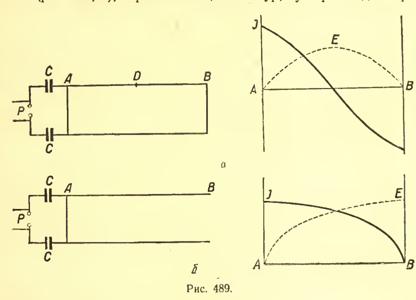


Рис. 489.

жение волны. Нужно иметь в виду, что в мостике имеется максимальное значение силы тока I, а напряженность поля E равна нулю. Отраженная от B волна распространяется по проволокам обратно; это — условие возникновения стоячих волн.

Если снимем мостик B (рис. 489, *б*), то явление стоячих волн останется, хотя причина их возникновения будет иная: у открытых концов проволок будут накопляться заряды в каждый момент противоположных знаков; следовательно, тут будет максимум напряженности E, сильное поле, а ток I будет равен нулю. Появление максимума напряженности поля явится причиной образования встречной волны, которая, слагаясь с идущей от конденсатора, даст стоячую электромагнитную волну, узлы и пучности которой расположатся вдоль проволок.

Рассмотрим более подробно, как размещаются узлы и пучности стоячих электромагнитных волн по длине проволок, и сопоставим эти явления с акустическим явлением стоячих волн в трубах.

1. а) *Закрытая труба*: у закрытого конца образуется узел, скорость равна нулю, деформация и давление максимальны.

б) Проволоки в конце не имеют мостика, в B соединяющая проволока снята (рис. 489, *б*); в B ток I равен нулю; здесь узел тока, но максимум напряженности, поэтому в B пучность напряженности E. Наоборот, в A, где есть мостик, пучность тока и узел напряженности.

2. а) *Открытая труба*; на концах максимальная скорость, пучность скорости, но узел давления и деформации; пучность давления в середине, но тут узел скорости.

б) Проволоки с мостиками в A и B (рис. 489, *а*): в A и B пучность тока, но поля нет; следовательно, в A и B узлы напряженности и пучности тока. Наоборот, в средней точке D — узел тока ($I = 0$), пучность напряженности. Поэтому, если в D помещаем гейслерову трубку, то имеем максимальное свечение, так как в D наибольшая разность потенциалов.

Теперь понятно, что значит настроить контур; перемещая мостик в B, мы достигаем того, чтобы при резонансе длина AB была кратной $\frac{\lambda}{2}$; если же мостик в B удален, при резонансе вся длина проволоки будет кратной $\frac{\lambda}{4}$; для «основного тона» в этом случае $AB = \frac{\lambda}{4}$. Если проволоки достаточно длинны, то можно разделить их мостиками на несколько контуров; подобрав расстояния между мостиками так, чтобы $AB = BB_1 = B_1 B_2 = \ldots = \frac{\lambda}{2}$, увидим, что трубки, помещенные в серединах расстояний AB, $BB_1, \ldots$, светятся с наибольшей яркостью.

Таким образом, из этих наблюдений можно определить длину волны λ, а зная период T (из вычислений по формуле Т о м с о н а

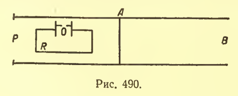


Рис. 490.

или из наблюдений), вычислим $c = \frac{\lambda}{T}$ — скорость распространения электромагнитной волны в воздухе.

Так и поступал французский физик Б л о н д л о, который первым экспериментально определил скорость распространения электромагнитной волны (1891). Проволоки PB (рис. 490) имели 25 *м* в длину; между проволоками помещался резонатор R с искровым промежутком O и подвижной мостик A. Помещая мостик A на некотором расстоянии от резонатора R, видим в последнем яркие искры; затем, постепенно отодвигая A от B, находим положение, при кото-

ром искры в R исчезли; отодвигая далее мостик A, вновь замечаем в R искры и находим их максимум; при дальнейшем отодвигании мостика A вновь прекращаются искры и т. д. Ясно, что расстояния, отделяющие друг от друга положения мостика A, при которых совершенно исчезают искры, есть расстояния узлов, т. е. расстояния, равные $\frac{1}{2}\lambda$. Таким образом определяется длина волны λ.

Резонатор Блондло построен так (прямоугольный контур с конденсатором), что можно было легко вычислить для него L и C, поэтому известно и T. Другие исследователи определяли T или ν резонатора по методу вращающегося зеркала, непосредственно наблюдая искровой разряд.

Зная λ и T, находим скорость $c = \frac{\lambda}{T}$. Из множества опытов самого Блондло и других физиков по его методу найдено $c = 2{,}997 \cdot 10^{10} \frac{см}{сек}$, т. е. то число, которое предвидела теория Максвелла.

§ 153. Открытие радиосвязи Поповым

Опыты Герца показали, что существуют и могут быть получены электромагнитные волны, распространяющиеся со скоростью света и имеющие гораздо большую длину, чем волны света *; в опытах Герца применялись волны длиной в несколько метров; можно получить более короткие волны, до сотых долей миллиметра; при небольших частотах, наоборот, можно получить волны огромной длины — в тысячи метров. Именно эти длинные волны обусловили возможность начальной стадии развития беспроволочной телеграфии.

Первое техническое освоение электромагнитных волн последовало через 7 лет после открытия Герца; на применении их в области связи быстро развилась новая отрасль культуры — *радиотехника*.

25 апреля (7 мая) 1895 г. преподаватель Минного офицерского класса в Кронштадте А. С. Попов ** сделал свое знаменитое сообщение на заседании Русского физико-химического общества о передаче сигналов на расстояние «при помощи быстрых электрических колебаний»; при втором докладе (24 марта 1896 г.) он продемонстри-

* Волны видимого спектра лежат в пределах 0,76 *мк* $= 7{,}6 \cdot 10^{-5}$ *см*, (красный конец спектра) и 0,4 *мк* $= 4 \cdot 10^{-5}$ *см* (фиолетовый).

** Александр Степанович Попов (1859—1906) родился на Урале в поселке Турьинский рудник. Окончив Петербургский университет, работал лаборантом и служил в частном электротехническом обществе. С 1883 г. был преподавателем Минного офицерского класса в Кронштадте, затем профессором Электротехнического института в Петербурге. Свое открытие он совершенствовал и развивал до конца своих дней.

ровал передачу знаков азбуки М о р з е, регистрируя их на приемной станции особого оригинального устройства; это первое в мире телеграфирование без проводов было произведено на территории Петербургского университета на расстоянии 250 *м*.

А. С. П о п о в ввел для обнаружения атмосферных разрядов в изобретенном им грозоотметчике вертикальный стержень (рис. 491), соединенный с цепью какого-либо детектора, например когерера с опилками, и заземленный через катушку самоиндукции. Этот стержень, названный *антенной* *, представляет собой часть открытого колебательного контура, подобно одному из стержней вибратора Г е р ц а.

Как следует из сказанного о распространении волн по проволокам, в антенне, коль скоро она попала в переменное электромагнитное поле, возникает электродвижущая сила. Переменная э. д. с. и ток в самой антенне вызовут свободные электрические колебания; образовавшиеся стоячие волны создают у свободного конца пучность потенциала и узел тока (рис. 492), у заземленного конца — наоборот, так что для основного периода $\lambda = 4l$, где l — длина антенны. Для настройки антенны вводят самоиндукцию и емкость (переменные), т. е. антенну соединяют с колебательным контуром. При помощи такого устройства П о п о в принимал телеграфные сигналы за 4 *км*; затем за 40, 60 *км*. Таким образом, П о п о в является создателем одного из величайших изобретений — *радио*.

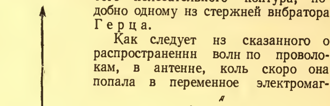


Рис. 491.

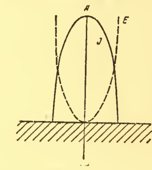
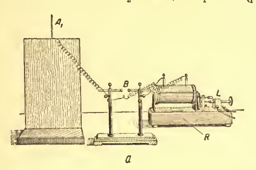


Рис. 492.

Первоначальная схема П о п о в а изображена на рис. 493, *а*. Замыкая первичную обмотку индуктора Р у м к о р ф а R, возбуждаем колебательный разряд в искровом промежутке B; соединенная с ним антенна станции отправления A_1 излучает волны соответст-

* Латин. слово — рея на корабле.

вующей длины λ. Волны поглощаются настроенной на эту длину волны антенной A_2 станции приема (рис. 493, *б*) и через когерер



К замыкают цепь батареи $\mathscr{E}_1$, в которой находится *реле*, т. е. электромагнит, притягивающий молоточек *F* и тем самым замыкающий в *О* цепь более сильной батареи $\mathscr{E}_2$, действующей на пишущий аппарат Морзе *СМ*. В то же время молоточек *D* ударяет по когереру *К* и разрывает цепь батареи для приема следующего сигнала.

Неустанно работая над усовершенствованием своего изобретения, А. С. Попов в 1899 г. установил возможность принимать радиосигналы не только на телеграфный аппарат, но и посредством телефона, на слух. Оригинальные установки Попова хранятся в Музее связи имени А. С. Попова.

В 1897 г. итальянский инженер Маркони, использовав все технические возможности, которые были уже введены Поповым в устройство передатчика и приемника, также осуществил техническую схему передачи сигналов при помощи электромагнитных волн в виде обычных знаков телеграфа Морзе.

Надо иметь в виду, что в схемах Маркони не было ничего принципиально нового по сравнению со схемами Попова, но он обратился к широкой рекламе и привлек большие средства для организации обществ, имевших целью постройку и распространение радиоустановок.

Рис. 493.

Все установки того времени имели существенный недостаток: в них возникали *затухающие колебания*, так как энергия быстро расходуется в цепи на преодоление сопротивлений.

Как известно, сильное затухание является тем обстоятельством, при котором невозможна острая настройка в резонанс. Поэтому перед радиотехникой стала задача: увеличить энергию вибратора и сделать колебания по возможности слабо затухающими. *Незату-*

хающие колебания любой мощности были получены при помощи электронных ламп.

Дальнейшее развитие радиотехники (с 1910 г.) тесно связано с введением как в систему генерации, так и в систему приема *электронных ламп*.

§ 154. Электронные лампы при генерации колебаний и приеме радиоволн

Знаменитое открытие А. С. Поповым (1895) передачи и приема сигналов при помощи электромагнитных волн — исходный пункт всего огромного развития радиотехники. В схеме приема Попова когерер в колебательном контуре заменен электронной лампой, триодом (рис. 494). По-видимому, все дело в настройке колебательного контура сетки в резонанс на период колебания тока в антенне, вызванного генератором станции отправления. Конечно, это задача трудная, так как одновременно приемное устройство находится под действием многих радиостанций и оно должно обладать свойствами избирательности, именно путем изменения резонансных свойств контура выделять из многих сигнал именно данной станции. Развитие радиотехнической практики и теории вскрыло большую сложность процессов генерирования и приема радиосигналов и трудности управления этими процессами.

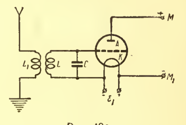


Рис. 494.

Заметим, что здесь затронуты лишь общие принципиальные черты радиопередачи и радиоприема. Сложные схемы, при помощи которых радиотехника добивается решения возникающих в ее практике вопросов, можно найти в любом курсе радиотехники или соответствующем справочнике.

Для распространения и передачи радиосигналов, т. е. для появления достаточно мощного переменного электрического поля, необходима генерация высокочастотных колебаний. Так в своих первоначальных опытах Герц, Лебедев, Попов пользовались искровыми генераторами с периодами 10^{-8} — 10^{-12} *сек.*

Пусть мы имеем бесперебойную генерацию высокочастотных колебаний, которую может обеспечить ламповый генератор; этого недостаточно для передачи и приема сигналов. Необходимо в процесс генерации распространяющихся волн вносить изменения. Так, в схеме Попова изменения вносились простым включением и выключением искры при помощи ключа в аппарате Морзе. Но эти необходимые изменения могут вноситься и без перерыва распространения волн, при помощи изменения их параметров — ам-

плитуды и частоты. Такое внешнее воздействие на частоту или амплитуду волн называется *модуляцией* *, а волны, подвергшиеся модуляции, называются модулированными. Так, речь, воспринятая телефоном — это колебания низкой частоты (период $3 \cdot 10^{-2}$ — — $12 \cdot 10^{-5}$ *сек*); однако переносятся эти звуковые колебания радиоволнами высокой частоты и являются частотами модуляции этих высокочастотных волн. От генератора высокой частоты распространяются после усиления модулированные высокочастотные волны, при приеме, обратно, усиливаются модулированные колебания вы-

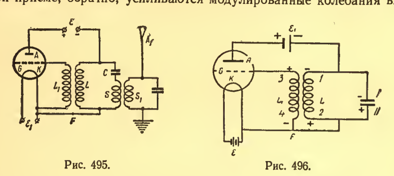


Рис. 495. Рис. 496.

сокой частоты и преобразуются в низкую частоту, воспринимаемую телефоном.

Рассмотрим последовательно весь процесс генерирования, передачи и приема колебаний.

Генераторное устройство, в котором электронная лампа является источником *высокочастотных незатухающих колебаний*, есть автоколебательная система, в которой излучающий контур самопроизвольно пополняет потери энергии за счет связи с анодной батареей; это автоматическое пополнение убыли энергии излучающего контура и есть условие появления незатухающих колебаний.

Простейшая схема генераторной установки основывается на применении так называемой *обратной связи* анодной цепи с сеткой, предложенная немецким инженером Мейснером (1913).

В цепь анода вводится колебательный контур LCS (рис. 495), который катушкой L индуктивно связан через катушку L_1 с цепью сетки, и, кроме того, через S и S_1 — с излучающей антенной A_1.

1) Включение батареи $\mathcal{E}_1$ при накаленном катоде K (рис. 496) обусловливает *нарастание* тока замыкания в цепи $\mathcal{E}_1 AKFL\mathcal{E}_1$, причем в катушке L ток идет от *2* к *1*, т. е. *2* имеет плюс, *1* — минус.

2) Этот процесс индуктивно вызывает в катушке L_1 ток по обратному направлению от *3* к *4*, т. е. конец катушки *4* оказывается отрицательным, а *3* — положительным, что обусловливает появле-

* Латин. «модулятус» — мерный, ритмический.

ние положительного потенциала на сетке G и усиление анодного тока I_A.

3) Однако нарастание тока I_A ограничено значением тока насыщения

$$L\frac{dI}{dt}=\mathscr{E}_L$$

и *убывает* по мере приближения к максимуму тока. Поэтому в катушке L_1 индуцируется ток обратного направления, от *4* к *3*, и на сетке появляется отрицательный потенциал, возникает ее вентильное действие, и анодный ток прекращается. Батарея $\mathscr{E}_1$ при этом перерыве заряжает конденсатор.

4) При максимуме потенциала конденсатор разряжается через катушку L по направлению от *2* к *1*, т. е. как было в начальной стадии процесса; это обусловливает, как было указано, положительный потенциал на сетке и усиление анодного тока I_A и т. д.

Таким образом возникает колебательный процесс. Этот процесс происходит в закрытом контуре; связь катушек S и S_1 (рис. 495) при надлежащей настройке позволяет передавать колебания в открытый контур антенны, который, сильно излучая энергию, является источником электромагнитных волн. В F находится ключ для передачи сигналов или микрофон для модуляции высокочастотных колебаний так называемой *«несущей» волны* генератора.

Итак, *электронная лампа является генератором незатухающих колебаний*. Батарея $\mathscr{E}$ и анодный ток в лампе как бы подталкивают процесс (подобно гире часов при колебаниях маятника) и не позволяют им затухать.

Огромны преимущества электронных генераторов перед всеми остальными; во-первых, это уже упомянутое достоинство — отсутствие движущихся частей с инерцией; тут мы имеем только движение электронов; во-вторых, широкая возможность получать колебания самых разнообразных и притом очень высоких частот, например, от $\nu=15\,000$ *гц*, чему соответствует $\lambda=20$ *км*, до $\nu=10^9$ *гц*, $\lambda=30$ *см*. Эти преимущества обусловливают широкое применение электронных генераторных ламп в технике, для чего разработаны разнообразные методы и схемы построения генераторов.

Для генерации сверхвысокочастотных колебаний ($\nu=3\cdot10^7$ *гц*), необходимых для радиолокации и других технических целей, выработаны особые типы ламповых генераторов, а также и кристаллических генераторов, основанных на свойствах полупроводников, особенно германия.

Важнейший из ламповых генераторов называется *«магнетрон»*. Накаливаемая нить катода KK находится между двумя медными полуцилиндрами A_1 и A_2, на которые подан положительный потенциал; все это сооружение находится в высоком вакууме (рис. 497); как видим, магнетрон подобен диоду.

Весь прибор может быть помещен в постоянное магнитное поле, направленное параллельно катодной нити K. Пока нет магнитного

поля, электроны, вылетая из катода K, прямолинейно идут к аноду (рис. 498, *а*); но как только появляется магнитное поле, траектории электронов искривляются (по правилу левой руки), они описывают завихренные траектории разной кривизны; некоторые попадают на анод, другие — на катод в зависимости от напряженности магнитного поля и разных начальных скоростей (рис. 498, *б*). Можно так подобрать магнитное поле и анодный потенциал, что подавляющая масса электронов будет иметь траектории с кривизной цилиндра анода; тогда электроны образуют кольцо, вращающееся около катода K (рис. 498, *в*).

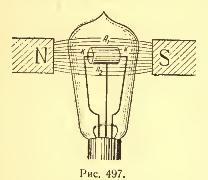


Рис. 497.

Не входя в теорию этих сложных явлений, можно себе представить весь процесс в магнетроне как вращение пространственного заряда около нити катода, т. е. движение зарядов с ускорением в магнитном поле. Из общих положений теории Максвелла нам известно, что этот процесс порождает переменное электромагнитное поле, колебания и электромагнитные волны, которые могут излучаться при посредстве связи колебательного контура магнетрона с антенной.

Магнетроны современного типа с многократным резонансом колебаний способны давать колебания с частотою до $3 \cdot 10^9$ *гц*

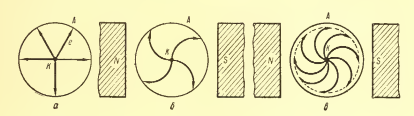


Рис. 498.

($\lambda \approx 1{,}2$ *см*), причем мощность отдельных импульсов доходит до 1000—2000 *квт*.

Кроме магнетронов, в технику ультракоротких волн (10 *м* — 1 *см*) введены и иные устройства.

Пусть требуется телефонный сигнал передать по радио на телефон приемной станции; для этого надо иметь передаточное устройство и приемное устройство.

1. Звуковые волны телефона низкой частоты попадают в усилитель низкой частоты (УНЧ), который представляет триод (рис. 499)

с надлежаще настроенным контуром. Переменное напряжение на сетке, появляющиеся на ней положительные и отрицательные потенциалы вызывают *пульсации анодного тока*; в нем появляется переменная составляющая часть тока. В цепь анода введено большое нагрузочное сопротивление R, например 40 000—100 000 *ом*; амплитуда переменного напряжения на этом сопротивлении будет больше U_c. Пример: пусть амплитуда переменного напряжения на

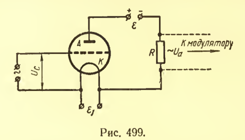


Рис. 499.

сетке $U_c = 0{,}1$ *в*; положим, амплитуда переменной части тока, определяемая крутизной характеристик данной лампы:

$$S = \frac{dI}{dU}; \qquad (154\text{-}1)$$

в анодном токе $I_a = 0{,}5$ *ма*; тогда при $R = 40\,000$ *ом* амплитуде переменного напряжения на этом сопротивлении $U_a = 5 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^4 = 20$ *в*; усиление $20 : 0{,}1 = 200$ раз.

Амплитуда колебаний возросла.

2. Эти усиленные колебания действуют на генератор высокой частоты; в его соответственно настроенном ламповом контуре каждый извне приходящий импульс порождает вследствие нелинейности ламповой характеристики колебания с удвоенной, утроенной и т. д. частотой. Обычно генератор высокой частоты представляет собою *«каскад»* — последовательное соединение нескольких генераторов, из которых каждый следующий генератор во много раз увеличивает частоту предыдущего. Так как каждый контур каскада имеет большое сопротивление, то каскад является и *усилителем колебаний*.

3. Колебания одного из звеньев каскада модулируются. Для этого на них извне налагается колебание сравнительно низкой, иногда даже звуковой частоты, причем *изменяется амплитуда или частота «несущей» волны*. На рис. 500 изображены:

а) колебания генератора высокой «несущей» частоты; число колебаний ν;

б) модулирующие колебания более низкой частоты ν_1;

$$\nu_1 < \nu;$$

в, г) результаты наложения этих колебаний при разной степени воздействия модуляции.

Один из возможных способов модулирования воздействием на анодную цепь генератора дан на рис. 501.

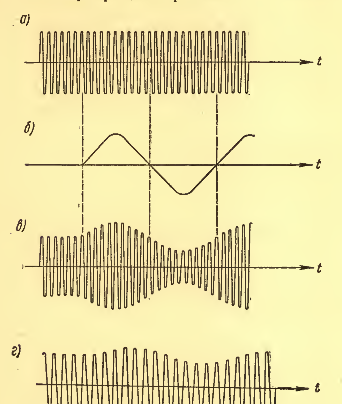


Рис. 500.

Модулирующая лампа M налагает свои колебания через понижающий трансформатор на анодную цепь генератора Γ высокой частоты ν; эти модулированные колебания контура передаются на антенну.

Академик М. В. Шулейкин* выяснил (1916), что модулированные колебания имеют вполне определенный состав, именно, это есть сумма трех синусоидальных колебаний с частотами: ω — *несущей*

* Михаил Васильевич Шулейкин (1884—1939) — советский радиотехник.

частотой, и двумя *«боковыми»* $\omega + \Omega$ и $\omega - \Omega$, где Ω есть частота модулирующих колебаний.

Обозначим частоту *«несущей»* радиоволны через $\omega = 2\pi\nu$, уравнение колебаний напишем:

$$y = A\cos \omega t, \tag{154-2}$$

где A — модулированная амплитуда, в состав которой входит постоянная составляющая A_0 несущей волны и переменная составляющая модулированных волн, которую можно представить в виде периодической функции:

$$A_1 \cos \Omega t,$$

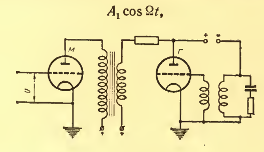


Рис. 501.

где $\Omega = 2\pi\nu_1$ частота модуляции. Следовательно, амплитуда модулированных волн для данного момента t имеет значение:

$$A = A_0 + A_1 \cos \Omega t = A_0 [1 + m \cos \Omega t],$$

где $m = \frac{A_1}{A_0}$ оценивает глубину модуляции и называется *«коэффициентом модуляции»*.

Уравнение модулированных колебаний принимает вид:

$$y = A_0 \cos \omega t (1 + m \cos \Omega t);$$

$$y = A_0 \cos \omega t + A_0 m \cos \omega t \cos \Omega t =$$

$$= A_0 \cos \omega t + \frac{1}{2} A_0 m \cos (\omega + \Omega) t + \frac{1}{2} A_0 m \cos (\omega - \Omega) t. \tag{154-3}$$

Этим выражением доказано, что модулированные колебания являются результатом наложения трех колебаний с частотами ω, $\omega + \Omega$, $\omega - \Omega$. Так, если $\nu = 250\,000$ *гц*, а модулирующая частота $\nu_1 = 2000$ *гц*, то в состав модулированных колебаний войдут колебания с частотами 250 000, 252 000 и 248 000 *гц* (рис. 502, *а* и *б*).

Такого состава модулированные колебания доходят до антенны станции приема; конечно, мощность их весьма ослаблена в зависимости от пройденного волной расстояния и помех распространению волн.

На рис. 503 изображена схема последовательных процессов в передатчике колебаний в виде отдельных *«блоков»* — частей всего передаточного устройства.

Из всего разнообразия радиосигналов, во множестве проходящих к приемной антенне, входное устройство, состоящее из антенны и связанного с ней входного контура, должно выделить при помощи тонкой резонансной настройки контура сигналы только той

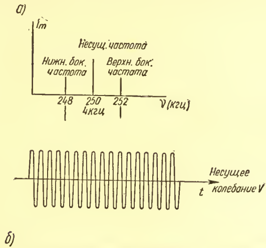


Рис. 502.

станции, с которой желательно установить связь. Этот избранный и воспринятый высокочастотный сигнал проходит ряд преобразований.

1. Принятый высокочастотный сигнал очень слаб, поэтому он усиливается в усилителе высокой частоты (УВЧ). Обычно при этом в состав УВЧ входит *каскад триодов* (или других усилителей); в простейшей схеме на рис. 504 анодная цепь *1* лампы соединена (проводником или индуктивно — через трансформатор) с сеткой *2* лампы, анодная цепь *2* лампы — с сеткой *3* и т. д., конденсаторы C_1, C_2 изолируют сетку от постоянного тока анодных цепей. Подобные каскады устанавливают возможность усилений радиосигналов в тысячи раз, и, следовательно, возможность радиоприема на боль-

ших расстояниях, а также регистрации точнейших лабораторных измерений, например, в молекулярной физике или в биологии.

2. Никакой приемник, в роде телефона или гальванометра, не может принять высокочастотных сигналов как по причине инерции его частей, так и потому, что средний импульс синусоидального тока за конечный промежуток времени равен нулю. Поэтому высокочастотные модулированные колебания подвергаются *детектированию*, которое можно рассматривать как обратный процесс модуляции — как демодуляцию.

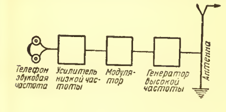


Рис. 503.

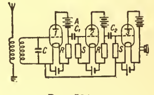


Рис. 504.

Детектированием называется процесс выделения колебаний низкой (в частности — звуковой) *частоты из модулированного сигнала высокой частоты.*

В первоначальной схеме А. С. Попова детектирование выполнялось когерером, в котором использовались свойства металлических порошков. В настоящее время детектирование выполняется при помощи электронных ламп и некоторых полупроводников.

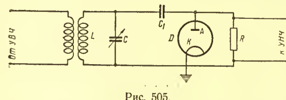


Рис. 505.

Модулированный высокочастотный сигнал есть результат наложения колебаний с высокими частотами ω, $\omega+\Omega$, $\omega-\Omega$, в них нет сигнала низкой, звуковой частоты, который был образован на станции отправителем — телефоном; для приема этого сигнала надо трансформировать полученный модулированный сигнал.

Чтобы разобрать ход этой трансформации высокочастотного модулированного сигнала, рассмотрим одну из возможных схем — установку с диодом (рис. 505). Контур LC при помощи переменной емкости C настраивается на высокочастотные сигналы от УВЧ (рис. 506, *а*), конденсатор C_1 пропускает это переменное напряжение на диод D, который его выпрямляет (рис. 506, *б*), в диоде получается

выпрямленный, пульсирующий высокочастотный ток при том же сложном составе.

Дальше идет сепарация:

а) высокочастотная часть тока проходит через конденсатор C_1, диод и контур LC;

б) слагающая часть тока низкой частоты через конденсатор C_1 не проходит, но идет через сопротивление R и диод; от сопротивления R эта часть тока снимается к УНЧ (рис. 506, *в*). Очевидно, что

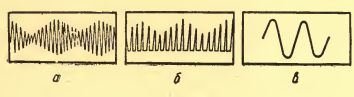


Рис. 506.

это та самая низкая частота, на которую был настроен УНЧ отправителя сигнала и которая при модулировании была включена в общую смесь колебаний передаточного устройства.

3. На усилитель низкой частоты поступает сигнал звуковой частоты, который усиливается так, что может быть принят микрофоном или другим аппаратом с значительной инерцией.

Таким образом, схему радиоприема можно изобразить в виде отдельных частей, называемых *блоками* (рис. 507).

Приведем принятую в радиотехнике классификацию частот и волн:

Название волн	Частота ν *гц*	Длина волны λ *м*
Длинные волны	$<10^5$	>3000
Средние волны	10^5—$1,5 \cdot 10^6$	3000—200
Промежуточные волны	$1,5 \cdot 10^6$—$6,10^6$	200—50
Короткие волны	$6 \cdot 10^6$—$3 \cdot 10^7$	50—10
Ультракороткие волны	$3 \cdot 10^7$—$3 \cdot 10^{10}$	10—0,01

Кроме описанной выше схемы, для разных специальных целей существуют иные схемы лампового детектирования, например, при помощи триода на сетке или на аноде и т. д.

До введения электронных ламп имели широкое распространение *кристаллические детекторы.* Если на приемном устройстве в цепь входного контура (рис 508) внести кристалл свинцового блеска (PbS) или пирита (FeS) и прижать к его поверхности острый конец D стальной или медной проволоки (диаметр $\approx 0,25$ *мм*), то в

месте контакта возникает односторонняя проводимость — от кристалла к металлу; такой контакт имеет все свойства детектора-выпрямителя.

Еще в 1922 г. сотрудник Нижегородской радиолаборатории Лосев * осуществил применение кристаллического детектора в виде усилителя и генератора колебаний. Это изобретение было забыто, когда развилось применение электронных ламп, но в последнее время, во время войны замечательные свойства *полупроводников кремния и особенно германия* ввели в радиотехнику новые приборы с кристаллическими детекторами, усилителями и триодами.

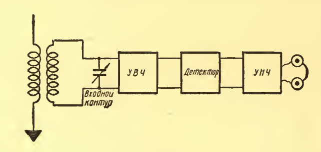


Рис. 507.

Теория проводимости полупроводников основана на квантовой теории; поэтому здесь приведено лишь описание их действия.

К поверхности кристаллика германия (размер 0,6—0,2 *см*) прижаты металлические острия *Э* и *К* (рис. 509), расстояние между ними ≈0,1 *мм*; кристаллик укреплен на металлическом основании, которое является третьим электродом: два другие электрода называются *Э — эмиттер*, *К — коллектор.* В цепи эмиттера *Э* находится батарея $\mathscr{E}_1$ которая на него дает небольшой положительный потенциал (1 *в*); на эту же цепь налагается переменное напряжение U, которое надлежит усилить. Постоянный ток I_1 через эмиттер—

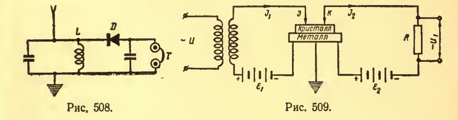


Рис. 508. Рис. 509.

* Олег Владимирович Лосев (1903—1942) — советский радиофизик.

германий в контакте встречает малое сопротивление. В цепи коллектора K постоянный ток I_2 встречает в контакте огромное сопротивление, в сотни раз больше, чем в контакте эмиттера. Эта ассимметрия контактов вводит нелинейный элемент в установку и обусловливает ее выпрямляющее и усиливающее действие; колебания напряжения U_1 на сопротивлении R оказываются усиленными в сотни раз. Мощность этих аппаратов мала.

Присоединяя к цепям кристаллического детектора колебательные контуры, можно установить между ними нечто в роде обратной связи; получим кристаллический генератор колебаний, называемый «*транзистор*».

Значение радиоаппаратуры с кристаллами особенно возросло, когда перешли к сверхвысоким частотам, например, при радиолокации, $\nu = 3 \cdot 10^{10}$ *гц*; ламповая аппаратура не всегда приемлема по ее громоздкости и по большой емкости. Следует отметить, что важное преимущество для многих случаев применения кристаллической аппаратуры заключается в простоте схем, прочности и малых габаритах; на рис. 509 весь аппарат имеет высоту 1,1 *см*.

Известно, что современные мощные станции способны передавать сигналы на тысячи и десятки тысяч километров; установлено, что особенно далеко простирается действие *коротких радиоволн* (примерно, λ от 50 до 10 *м*; ν от $6 \cdot 10^6$ *гц* до $3 \cdot 10^7$ *гц*), между тем как первоначально радиотехника обычно имела дело с волнами 1500—300 *м*. Можно считать установленным, что короткими волнами расстояние 6000 *км* покрывается при мощности генератора 2—3 *квт*, а при длинных волнах то же расстояние требует мощности в сотни киловатт. Поэтому проблема коротких радиоволн в последнее время интенсивно разрабатывается.

Возможность распространения электромагнитных волн на большие расстояния вокруг земной поверхности обусловлена тем замечательным обстоятельством, что диэлектрическая среда — атмосфера нижних слоев — находится между двумя концентрическими проводящими слоями: 1) в разной степени проводящая поверхность суши и моря; 2) ионизированный слой в верхних областях атмосферы; этот так называемый *слой Хевисайда* находится на высоте 100—400 *км*. Таким образом, электромагнитные волны заключены между двумя проводящими слоями; отражаясь от этих слоев, они в значительной мере сохраняют свою энергию, которая и распространяется в виде волн между двумя проводящими, а потому отражающими поверхностями.

При устройстве передающих антенн принимают во внимание это обстоятельство: направляют излучение вверх и вообще под некоторым углом к горизонту, избегая скользящих по земной поверхности лучей.

Ультракороткие волны (10 *м*—1 *см*) не отражаются ионосферой и, кроме того, сильно поглощаются как земной поверхностью, так и разными препятствиями при их распространении.

Кроме классического вида, который придал антенне П о п о в, существует множество типов антенн, которые всем теперь известны. Отметим один из них — *рамочную антенну* (рис. 510) в виде плоской катушки, навитой на деревянную раму. Эта антенна замечательна тем, что при ее помощи может быть выяснен вопрос о направлении принимаемой волны. Пусть направление передаваемой волны OC (рис. 511), направление ее электрического поля перпендикулярно чертежу, направление магнитного поля H перпендикулярно к OC и вектору электрического поля E. Тогда электродвижущая сила индукции в n витках антенны AA:

$$\mathscr{E} = -n\frac{d\Phi}{dt}; \quad \Phi = HS\cos\alpha;$$

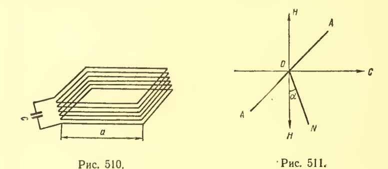


Рис. 510. Рис. 511.

здесь S — площадь рамки, α — угол между H и нормалью N к плоскости рамки:

$$\mathscr{E} = -nS\frac{dH}{dt}\cos\alpha.$$

Отсюда видим: 1) $\mathscr{E}_{\text{макс}}$ будем иметь при $\alpha = 0$, т. е. когда плоскость рамки совпадает с направлением волны; 2) $E_{\text{мин}}$ при $\alpha = 90°$, когда плоскость рамки перпендикулярна к направлению волн OC.

Медленно вращая такую антенну, соединенную с приемником около вертикальной оси, находим минимум звука (в телефоне); это значит, что волны направлены перпендикулярно к рамке — по нормали к плоскости ее витков.

Как видим, при помощи рамочной антенны возможно ориентироваться относительно движения волн и относительно их источников, т. е. можно определять направление станции отправления. Это есть задача электромагнитной гониометрии; вращающаяся рамочная антенна служит электромагнитным угломером или радиопеленгатором.

§ 155. Шкала электромагнитных волн

Знаменитый русский ученый П. Н. Лебедев продолжил опыты Герца. В 1895 г. появилась его классическая работа «О двойном преломлении лучей электрической силы». В ней опубликовано экспериментальное получение и измерение коротких электромагнитных волн длиной до 0,6 *см*. Он осуществил опыты по интерференции и поляризации таких волн при помощи миниатюрных принадлежностей (эбонитовая призма высотой 1,8 *см*, шириной 1,2 *см*, призма Николя из серы $2 \times 1{,}8 \times 1{,}2$ *см*). Навстречу ему со стороны инфракрасных лучей шел Рубенс*, получивший в 1897 г. лучи с длиной волны в 60 *мк*. «Встреча» ультракоротких электромагнитных волн произошла в 1922 г., когда Глаголева — Аркадьева** сконструировала «массовый излучатель», который дал возможность заполнить разрыв между электромагнитным и оптическим излучением. В этой же области вела успешные исследования Левицкая. К 1911 г. Рубенс в области инфракрасных лучей дошел до волн длиной 343 *мк*, т. е. до $^1/_3$ *мм*. Свет, который воспринимает наш глаз, представляет собою лишь очень малый отрезок из общего *электромагнитного спектра*; границы этого отрезка определяются узкими пределами чувствительности глаза. Однако оказалось возможным экспериментально расширить шкалу электромагнитных волн далеко за пределы фиолетового и красного конца спектра. Длины волн видимой части спектра оказались в вакууме:

фиолетовые лучи от 4000 до 4400 $\mathring{A}$ ($1\mathring{A} = 1$ ангстрем $= 10^{-8}$ *см*),

голубые и синие лучи от 4400 до 4950 $\mathring{A}$;

зеленые лучи от 4950 до 5800 $\mathring{A}$,

желтые и оранжевые лучи от 5800 до 6400 $\mathring{A}$,

красные лучи от 6400 до 7800 $\mathring{A}$.

Мы видим, что *видимая часть спектра* заключает в себе менее одной октавы.

Длинноволновая область, примыкающая к красной части видимого спектра, носит название *спектра инфракрасных лучей*. Она перекрывается на своем длинноволновом конце с наиболее короткими электромагнитными волнами, возбуждаемыми электрическими способами. В инфракрасной области умещается 12 октав. За фиолетовой частью видимого спектра простирается спектр ультрафиолетовых лучей; он охватывает 4 октавы. К нему примыкают спектры *рентгеновых*, а далее — *гамма-лучей* радиоактивных веществ.

* Генрих Рубенс (1865—1922) — немецкий физик, оптик. Исследовал инфракрасные лучи и распределение энергии в спектре.

** Александра Андреевна Глаголева-Аркадьева (1884—1945) получила радиоволны с длиной равной длине тепловых волн; в 1932—1933 гг. выделила чистые электромагнитные волны от 9,9 *мм* до 350 *мк*.

Еще более короткие волны встречаются во вторичном космическом излучении. Следующая таблица дает *шкалу электромагнитных волн*:

Вид излучения	Длина волны λ в *см* в вакууме	Частота в *сек*$^{-1}$	Число октав
Длинные электромагнитные волны	от ∞ до $3 \cdot 10^5$	до 10^5	—
Радиоволны	$3 \cdot 10^5 - 10^4$	$10^5 - 3 \cdot 10^6$	5
Короткие волны	$10^4 - 10^3$	$3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^7$	3
Ультракороткие волны	$10^3 - 0{,}02$	$3 \cdot 10^7 - 1{,}5 \cdot 10^{12}$	15
Тепловое излучение	$3 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-4}$	$10^{12} - 6 \cdot 10^{13}$	6
Инфракрасные лучи	$5 \cdot 10^{-4} - 0{,}74 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{13} - 4{,}2 \cdot 10^{14}$	3
Видимый свет	$0{,}74 \cdot 10^{-4} - 0{,}39 \cdot 10^{-4}$	$4{,}2 \cdot 10^{14} - 7{,}7 \cdot 10^{14}$	ок 1
Ультрафиолетовые лучи	$3{,}9 \cdot 10^{-5} - 1{,}3 \cdot 10^{-8}$	$7{,}7 \cdot 10^{14} - 2{,}3 \cdot 10^{18}$	11
Рентгеновские лучи	$2 \cdot 10^{-6} - 0{,}01 \cdot 10^{-8}$	$1{,}5 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{20}$	14
Короткие гамма-лучи	$4{,}66 \cdot 10^{-11}$, — менее 10^{-11}	до $6{,}4 \cdot 10^{20} - 10^{21}$	—
Вторичное космическое излучение	$10^{-12} - 10^{-13}$	$3 \cdot 10^{22} - 3 \cdot 10^{23}$	—

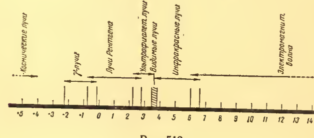


Рис. 512.

На рис. 512 дано графическое изображение шкалы электромагнитных волн. В качестве абсцисс избраны не сами длины волн, в ангстремах, а их логарифмы. Там, где перекрываются две по-разному обозначенные области, это значит только то, что известны разные способы возбуждения одного и того же излучения. На рис. 512 видно, сколь узка область чувствительности человеческого глаза.

Сколь ни разнообразны виды электромагнитного излучения, они обладают общими свойствами: отражения, преломления, интерференции, поляризации; в то же время каждый из них имеет и свои специфические особенности и характеризуется своеобразными способами возбуждения. В целом спектр электромагнитных волн от самых длинных до самых коротких представляет собою особую физическую форму движения материи; физической величиной, характе-

ризующей эту форму движения, служит скорость в вакууме, равная

$$c = (299\,793{,}04 \pm 0{,}17) \cdot 10^{10} \ \textit{см/сек} \ \ (1961 \text{ г.}).$$

Материальным носителем этой формы движения служит электромагнитное поле как особый вид материи.

§ 156. Радиолокация

На вершине достижений современной радиотехники находится *радиолокация.* Так назван метод, при помощи которого улавливается отраженная от какого-либо тела (например, от самолета) волна, возникшая в результате направленного электромагнитного излучения генератора. При этом представляется возможность весьма точно измерить расстояние от генератора до отражающего предмета и найти координаты его расположения в пространстве.

Идея радиолокации принадлежит П о п о в у, который в 1897 г. писал: «Направление маяка может быть приблизительно определено, пользуясь свойством мачт, снастей и т. п. задерживать электромагнитную волну, так сказать, затенять ее». В 1922 г. американские ученые Т е й л о р и Ю н г наблюдали нарушение радиосвязи при прохождении корабля между передающей и приемной радиостанциями. В 1935 г. английский исследователь ионосферы У о т с о н-У а т т начал опыты по обнаружению движущихся целей, которые привели к созданию образцов радиолокационной аппаратуры в 1938 г. Работы советских ученых К о б з а р е в а * и других, начатые в 1935 г., привели к постройке радиолокационных станций обнаружения самолетов в 1939 г. В Англии, США и Германии к этому времени был разработан ряд типов таких станций.

Первые *радары* ** появились около 1938 г. в Англии; потребности войны, особенно в 1940 г. («битва за Англию»), быстро развили теорию и практику радиолокации, и в настоящее время эта молодая и удивительная по точности отрасль радиотехники находится на очень высоком уровне развития.

Прежде чем приступить к описанию простейших из многих схем радара или радиолокатора, остановим свое внимание на двух важнейших его частях.

Антенна при радиолокации обязательно имеет направленность действия (рис. 513), т. е. антенна (своим устройством и подвижностью) позволяет направлять и сосредоточивать на цели поток энергии излучателя.

Пусть общий поток мощности излучателя N_0; тогда без антенны на расстоянии R от излучателя плотность потока мощности при ее равномерном распределении на сфере радиуса R выразится так:

* Ю р и й Б о р и с о в и ч К о б з а р е в (род. в 1905 г.) — советский радиотехник. Лауреат Государственной премии СССР 1941 г.

** Слово «радар» — сокращение из первых букв английского обозначения радиолокатора: «*Radio Detecting and Ranging*».

$$S_0 = \frac{N_0}{4\pi R^2}. \qquad (156\text{-}1)$$

Как известно, эту величину называют вектором Умова — Пойнтинга.

Положим, что введена *антенна*, обладающая направленным действием. Тогда по избранному направлению увеличивается плотность потока энергии. Если обозначим коэффициент усиления через G, то плотность потока мощности, достигающей облучаемого тела (например, самолета), будет $S > S_0$:



$$S = \frac{N_0 G}{4\pi R^2}. \qquad (156\text{-}2)$$

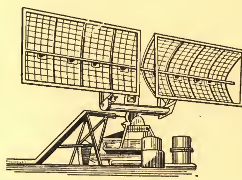


Рис. 513.

Но это тело *рассеивает* попадающие на него радиоволны и является источником *вторичного излучения*, мощность которого выразится так:

$$N_1 = S\sigma = \frac{N_0 G}{4\pi R^2}\,\sigma; \qquad (156\text{-}3)$$

здесь σ — величина, имеющая размерность площади, называемая *действующей* (*эффективной*) *площадью рассеивающего тела*. Зная N_1, можем определить значение вектора Умова — Пойнтинга рассеянного излучения в месте расположения излучающей антенны, которая переключена на прием отраженного сигнала:

$$S = \frac{N_1}{4\pi R^2} = \frac{N_0 G}{(4\pi)^2 R^4}\,\sigma.$$

Если действующую площадь антенны при приеме обозначим через A, то вся полученная ею от вторичного излучения мощность имеет значение:

$$N = SA = \frac{N_0 G A}{(4\pi)^2 R^4}\,\sigma. \qquad (156\text{-}4)$$



Рис. 514.

Теория для коэффициента усиления устанавливает зависимость:

$$G = \frac{4\pi A}{\lambda^2}. \qquad (156\text{-}5)$$

Из этой формулы видно, что наибольшее усиление осуществляется при радиолокации на *коротких волнах*; при сантиметровых волнах значение G обеспечивает усиление в тысячи раз.

Определив из формулы площадь A:

$$A = \frac{G\lambda^2}{4\pi},$$

подставим это ее значение в N (154-4):

$$N = \frac{N_0 G \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}. \qquad (156\text{-}6)$$

Это *основное уравнение радиолокации*, связывающее величины, характеризующие это явление. Оно выражает мощность, уловленную антенной радиолокатора из той мощности, которая рассеяна наблюдаемой целью. Зная *минимальную мощность* $N_{мин}$, при которой может еще работать имеющаяся установка, из формулы мы находим *максимальную дальность* наблюдаемого объекта:

$$R_{макс} = \sqrt[4]{\frac{N_0 G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 N_{мин}}}; \qquad (156\text{-}7)$$

характеристики радиолокатора N_0, G, λ и наблюдаемого объекта (цели) σ должны быть известны.

Обратно, если $N_{мин}$ и $R_{макс}$ известны, то из уравнения для дальности можно определить одну из характеристик радиолокатора.

Приемником отраженных сигналов могут быть кристаллические детекторы, или электронно-лучевые трубки того типа, которыми пользовался еще Д ж. Д ж. Т о м с о н. При этом специальном назначении трубка называется катодным или *электронным осцилло-*

графом; процесс в них действительно подобен явлению в осциллографе с петлей и зеркальцем, но в катодном осциллографе отклоняется полем не петля с током, а электронный луч. Четыре пластины в осциллографе (рис. 514) образуют два конденсатора I и II, поля которых взаимно перпендикулярны и отклоняют на экране след O выделенного диафрагмами электронного луча в горизонтальном и вертикальном направлениях.

Таким образом, подавая напряжения на оба конденсатора, можем на люминесцирующем экране наблюдать все явления сложения взаимно перпендикулярных колебаний (рис. 515).



Рис. 515.

После этих замечаний мы можем рассмотреть простейшую *схему радарной установки* (рис. 516).

Магнетрон или иной подобный генератор порождает высокочастотные колебания порядка 10^9—10^{10} *гц*; требуется надежное постоянство этой частоты во время работы; поэтому эти колебания

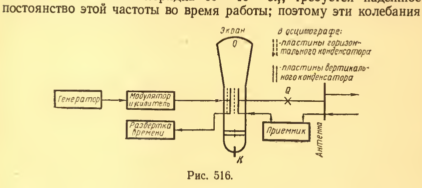


Рис. 516.

иногда стабилизируются включением в анодную цепь *пластинки кварца* с собственной подходящей частотой, которая, как известно, очень устойчива для данного образца кварца.

Колебания генератора синусоидальной формы поступают в *модулятор* и *усилитель* (рис. 517), где они преобразуются в *импульсные колебания*. Эти импульсы подаются на вертикальный конденсатор осциллографа и отмечаются на его люминесцирующем экране (рис. 518); затем передаются на антенну через переключатель Q, автоматически отделяющий приемник от подачи на него импульсов генератора. Импульсные сигналы очень кратковременны; антенна излучает импульсы с частотой порядка $\nu = 10^3$ в секунду, период испускания $T = 10^{-3}$ *сек*.

Сами импульсы очень кратковременны, длительность импульса $\tau \approx 10^{-6}$ *сек*; следовательно:

$$\frac{\tau}{T} \approx 10^{-3}.$$

Это значит, что в течение 0,999 периода радиолокатор накапливает энергию W_1, а излучает ее в течение 0,001 периода T. Поэтому:

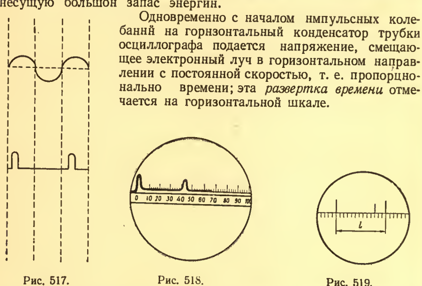
а) средняя мощность излучателя:

$$N_{ср} = \frac{W_1}{T};$$

б) мощность импульса:

$$N_и = \frac{W_1}{\tau} = 1000\, N_{ср}.$$

В антенне возникают мощные колебания, порождающие волну, несущую большой запас энергии.



Одновременно с началом импульсных колебаний на горизонтальный конденсатор трубки осциллографа подается напряжение, смещающее электронный луч в горизонтальном направлении с постоянной скоростью, т. е. пропорционально времени; эта *развертка времени* отмечается на горизонтальной шкале.

Рис. 517. Рис. 518. Рис. 519.

Образованные таким способом *импульсные волны*, распространяясь от антенны сосредоточенным пучком, при встрече с целью отчасти рассеиваются, отчасти отражаются и возвращаются к антенне в виде ослабленных последовательных импульсных сигналов.

Паузы между отправляемыми сигналами длятся примерно $0{,}5 \cdot 10^{-3} - 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ *сек*; этот промежуток времени вполне достаточен для появления между двумя этими сигналами обратного отраженного сигнала от любой земной мишени. Например, при расстоянии самолета 120 *км* отраженный от него сигнал появится через $8 \cdot 10^{-4}$ *сек*.

Этот отраженный сигнал, принятый антенной, переключатель Q автоматически направляет в приемник, где он усиливается и преобразуется в импульс, отмечаемый на шкале осциллографа (рис. 519) как слабый вертикальный сдвиг электронного луча.

Расстояние l на горизонтальной развертке между сигналом отправленным и сигналом возвращенным определит *время* между моментом выхода сигнала генератора и моментом возвращения отраженного сигнала; в течение этого времени Δt волна прошла расстояние $2x$ от генератора до отражающей мишени и обратно. Поэтому:

$$2x = c\Delta t; \qquad l = v\Delta t,$$

где v — скорость смещения электронного луча в горизонтальном направлении; отсюда:

$$x = \frac{c}{2v} l. \tag{156-8}$$

Коэффициент $\frac{c}{2v}$ для данной установки—постоянная величина; поэтому расстояние x до мишени (например, до самолета) можно определить по отсчету l. Шкала этих отсчетов градуируется прямо в километрах и непосредственно дает расстояние до отражающего предмета. Конечно, мощность, приносимая отраженным сигналом, при значительном расстоянии до цели ($x = 80 — 100$ *км*) ничтожна, примерно — 10^{-14} *вт*. Так например, применим основное уравнение (156-6) для вычисления мощности отраженного сигнала от самолета при следующих обычных условиях:

$N_0 = 100\,000$ *вт*, $G = 500$; $\lambda = 10$ *м*;

$R = 100$ *км*; $\sigma = 50$ *м*^{2}.

Тогда

$$N = \frac{10^5 \cdot 25 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2}}{(12,5)^3 \cdot 10^{20}} \cdot 50 = 6 \cdot 10^{-14}\,вт.$$

При столь ничтожной мощности сигнала приемник в его каскадах должен обеспечить усиление до 10^{12} раз.

Следует отметить астрономическое значение радиолокации. Еще в 1946 г. ученым США и Венгрии удалось добиться отраженного сигнала от Луны ($x = 384,4 \cdot 10^3$ *км*), оперируя импульсами ультракоротких волн. В результате радиолокации метеорных потоков удалось установить, что метеорные тела принадлежат к солнечной системе. Особенно возросло значение радиолокации с началом и развитием космической навигации, инициатива которой положена в СССР беспримерными полетами первых в мире космонавтов Ю. А. Гагарина, Г. С. Титова, А. Г. Николаева и П. Р. Поповича.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Условные обозначения в электрических схемах



ПРИЛОЖЕНИЕ II

Электрические и магнитные единицы в Международной системе «СИ»

X Генеральная конференция по мерам и весам 1954 г. приняла решения о *новом определении* метра, секунды, установила термодинамическую шкалу температур с одной реперной точкой — тройной точкой воды, для которой установлена температура 273,16°К. Конференция приняла решение об установлении 6 основных единиц практической системы для международных сношений.

XI Генеральная конференция по мерам и весам состоялась в 1960 г. в Париже. Она приняла решение об установлении единой международной системы единиц, в основу которой положены: метр, килограмм, секунда, ампер, градус Кельвина, свеча. В таблицу дополнительно включены радиан и стерадиан, а также 27 производных единиц, в том числе: герц — для частоты, метр в секунду — для скорости, джоуль — для работы, энергии и количества теплоты, кулон — для количества электричества, тесла — для магнитной индукции, люкс — для освещенности и т. д.

Новое определение *метра* таково: длина, равная 1650763,73 длин волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона 86.

Определение *килограмма*: единица массы, представленная массою Международного прототипа килограмма.

Новое определение *секунды*: 1/31556925,9747 части тропического года, для 1900 января 0 в 12 часов эфемеридного времени. Тропический год — промежуток времени между двумя весенними равноденствиями, следующими одно за другим.

Эфемеридное время — равномерно текущее время, служащее аргументом астрономических сборников — эфемерид, содержащих сведения об астрономических явлениях.

Допускается также применение для электрических и магнитных измерений абсолютной системы СГС, основными единицами которой являются сантиметр, грамм, секунда и в которой электрическая постоянная ε_0 и магнитная постоянная μ_0 при иерационализованной форме уравнений электромагнитного поля равны единице. Кроме того, допускается применение внесистемных единиц, указанных в таблице 3.

Наименования, сокращенные обозначения и размер единиц МКСА указаны в таблице 1.

1. Единица тока — *ампер* есть сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводам, бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 *м* один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$единиц силы международной системы на каждый метр длины.

2. Единица разности потенциалов — *вольт* есть разность потенциалов между двумя точками линейного проводника, если при постоянном токе в 1 *а* мощность, потребляемая на этом участке равна 1 *вт*.

3. Единица сопротивления — *ом* есть электрическое сопротивление участка между двумя точками линейного проводника, в котором ток в 1 *а* возникает при разности потенциалов на концах участка равной 1 *в*.

4. Единица напряженности магнитного поля есть напряженность поля внутри соленоида (или тороида) при таком числе *ампер* тока, при котором произведение его на число витков на 1 *м* длины соленоида равно единице, причем:

$$1 \frac{ав}{м} = \frac{4\pi}{10^3} \ э.$$

5. Вектор индукции

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

в системе «СИ» будет иметь единицу: (1*вб*) : (1 *м*)^2. Эта единица получила наименование «тесла» (*тл*):

$$1 \ тл = (1 вб) : (1 \ м)^2.$$

Итак, единица магнитной индукции «тесла» есть индукция, при которой магнитный поток через поверхность в 1 $м^2$, расположенную в равномерном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, равен 1 *вб*.

Таблнца 1

Наимеиования величины	Наимеиования единицы измереиия	Сокращениые обозначения русск.	Сокращениые обозначения латни.	Размеры единиц измереняя
Основные едннннцы				
Длина	метр	*м*	*m*	
Масса	кнлограмм	*кг*	*kg*	
Время	секунда	*сек*	*s*	
Снла электрнческого тока	ампер	*а*	*A*	
Термодннамнческая температура	градус Кельвнна	°*К*	°*K*	
Снла света	свеча	*св*	*cd*	
Дополннтельные единнцы				
Плоскнй угол	раднан	*рад*	*rad*	
Телесный угол	стерадиан	*стер*	*cr*	
Важнейшие производные еднницы				
Площадь	квадратный метр	$м^2$	m^2	$(1\ м)^2$
Объем	кубическнй метр	$м^3$	m^3	$(1\ м)^3$
Частота	герц	*ец*	*Hz*	1:(1 *сек*)
Плотность (объемная масса)	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	kg/m^3	(1 *кг*): $(1\ м^3)$
Угловая скорость	раднан в секунду	*рад/сек*	*rad/s*	(1 *рад*):(1 *сек*)
Скорость	метр в секунду	*м/сек*	*m/s*	(1 *м*):(1 *сек*)
Снла	ньютон	*h*	*N*	(1 *кг*):(1*м*):$(1 сек)^2$
Давленне	ньютон на квадратный метр	$Н/м^2$	N/m^2	(1 *н*):$(1\ м)^2$
Работа, энергия, количество теплоты	джоуль	*дж*	*j*	(1 *н*)·(1 *м*)
Мощность	ватт	*вт*	*w*	(1 *дж*):(1 *сек*)
Количество электрнчества (электрическнй заряд)	кулон	*к*	*C*	(1 *а*)·(1 *сек*)
Поток электрического смещення (поток электрической нндукции)	кулон	*к*	*C*	(1 *а*)·(1 *сек*)
Электрическое смещение (электрическая нндукция)	кулон на квадратный метр	$к/м^2$	C/m^2	(1 *к*):$(1\ м)^2$
Электрическое напряженне, разность электрических потенциалов, электродвнжущая сила	вольт	*в*	*V*	(1 *вт*):(1 *а*)
Напряженность электрического поля	вольт на метр	*в/м*	*V/m*	(1 *в*):(1 *м*)
Электрнческое сопротивленне	ом	*ом*	Ω	(1 *в*):(1 *а*)

Наименования		Сокращенные обозначения		Размеры единиц измерения
величины	единицы измерения	русск.	латин.	
Электрическая емкость	фарада	*ф*	*F*	(1 *к*):(1 *в*)
Поток магнитной индукции	вебер	*вб*	*wb*	(1 *к*):(1 *ом*)
Магнитная индукция	тесла	*тл*	*T*	$(1\ вб):(1\ м)^2$
Индуктивность	генри	*гн*	*H*	(1 *вб*):(1 *а*)
Магнитодвижущая сила (разность магнитных потенциалов)	ампер (или ампер-виток)	*а* *ав*	 *A*	1 *а*
Напряженность магнитного поля	ампер на метр (или ампер-виток на метр)	*а/м* *ав/м*	*Am*	(1 а):(1 *м*)

Примечание. В системе «СИ» при рационализованной форме уравнений электромагнитного поля электрическая постоянная $\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2}$ фарада на метр (где *c* — численное значение скорости света в вакууме, выраженное в метрах в секунду) и магнитная постоянная

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ генри на метр.}$$

Соотношение между единицами СГСЭ и МКСА указаны в следующей таблице

Таблица 2

Наименования величин	Единицы измерения в системе СГС	Сокращенные обозначения		Соотношения между единицами систем СГС и МКСА
		русск.	латин.	
Сила тока	—	—	—	1 единица силы тока в системе СГСЭ $= \frac{10}{c}$ *а*
Количество электричества (электрический заряд)	—	—	—	1 единица количества в системе СГСЭ $= \frac{10}{c}$ *к*
Поток электрического смещения (поток электрической индукции)	—	—	—	1 единица потока электрического смещения в системе СГСЭ $= \frac{10}{4\pi c}$ *к*
Электрическое смещение (электрическая индукция)	—	—	—	1 единица электрического смещения в системе СГСЭ $= \frac{10^5}{4\pi c}$ $к/м^2$

Наименование величин	Единицы измерения в системе СГС	Сокращенные обозначения		Соотношения между единицами систем СГС и МКСА
		русск.	латин.	
Разность электрических потенциалов (электрическое напряжение, электродвижущая сила)	—	—	—	1 единица разности электрических потенциалов в системе СГСЭ $= c \cdot 10^{-8}$ *в*
Напряженность электрического поля	—	—	—	1 единица напряженности электрического поля в системе СГСЭ $= c \cdot 10^{-6}$ *в/м*
Электрическое сопротивление	—	—	—	1 единица электрического сопротивления в системе СГСЭ $= c^2 \cdot 10^{-9}$ *ом*
Электрическая емкость				1 единица электрической емкости в системе СГСЭ $= \frac{10^9}{c^2}$ *ф* = 1 *см*
Магнитный поток	максвелл	*мкс*	*Mx*	1 *мкс* $= 10^{-8}$ *вб*
Магнитная индукция	гаусс	*гс*	*Gs*	1 *гс* $= 10^{-4}$ *вб/м*^{2}
Индуктивность и взаимная индуктивность	—		—	1 единица индуктивности в системе СГСМ $= c^2 \cdot 10^{-9}$ *гн*
Магнитодвижущая сила и разность магнитных потенциалов	гильберт	*гб*	*Gb*	1 *гб* $= \frac{10}{4\pi}$ *а* (или *ав*)
Напряженность магнитного поля	эрстед	*э*	*Oe*	1 *э* $= \frac{10^3}{4\pi}$ *а/м* (или *ав/м*)

Примечание. В соотношениях между единицами СГС и единицами «СИ» c — численное значение скорости света в вакууме, выраженное в *см/сек*. Внесистемные единицы указаны в таблице 3.

Таблица 3

Наименование величины	Единицы измерения	Сокращенные обозначения		Размер единицы
		русск.	латин.	
Энергия	электронвольт	*эв*	*ev*	1 *эв* $= 1{,}60207 \cdot 10^{-19}$ *дж*
	килоэлектронвольт	*кэв*	*kev*	1 *кэв* $= 10^3$ *эв*
	мегаэлектронвольт	*Мэв*	*Mev*	1 *Мэв* $= 10^6$ *эв*

Акустические единицы

Для измерения акустических величин допускается применение единиц двух систем:

а) системы МКС, основными единицами которой являются метр, килограмм, секунда (таблица 1);

б) система СГС, основными единицами которой являются сантиметр, грамм, секунда (таблица 2).

Допускается также применение внесистемных единиц, указанных в таблице 3.

Акустические единицы системы МКС (метр-килограмм-секунда).

Таблица 1

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенные обозначения		Размер единицы
		русск.	латин.	
Звуковое давление	ньютон на квадратный метр	*н/м*^{2}	N/m^2	(1 *н*):(1 *м*)^2
Объемная скорость	кубический метр в секунду	*м*^{3}*/сек*	m^3/s	(1 *м*)^3:(1 *сек*)
Акустическое сопротивление	ньютон-секунда на метр в 5 степени	*н·сек/м*^{5}	Ns/m^5	(1 *н/м*^{2}):(1 *м*^{3}*/сек*)
Механическое сопротивление	ньютон-секунда на метр	*н·сек/м*	Ns/m	(1 *н*):(1 *м/сек*)
Интенсивность звука	ватт на квадратный метр	*вт/м*^{2}	w/m^2	(1 *вт*):(1 *м*)^2
Плотность звуковой энергии	Джоуль на кубический метр	*дж/м*^{3}	J/m^3	(1 *дж*):(1 *м*)^3

Таблица 2

Акустические единицы системы СГС

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение		Соотношение между единицами МГС и МКС
		русск.	латин.	
Звуковое давление	дина на квадратный сантиметр	*дин/см*^{2}	dyn/cm^2	1 *дин/см*^{2} = 10^{-1} *н/м*^{2}
Объемная скорость	кубический сантиметр в секунду	*см*^{3}*/сек*	cm^3/s	1 *см*^{3}*/сек* = 10^{-6} *м*^{3}*/сек*
Акустическое сопротивление	дина-секунда на сантиметр в 5 степени*	*дин·сек/см*^{5}	$(dyn \cdot s)/cm^5$	1 *дин·сек/см*^{5} = 10^5 *н·сек/м*^{5}

* Иногда называется *акустический ом.*

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение		Соотношение между единицами МГС и МКС
		русск.	латин.	
Механическое сопротивление	дина-секунда на сантиметр*	*дин·сек/см*	$(dyn \cdot s)/cm$	1 *дин·сек/см* $=10^{-3}$ *н·сек/м*
Интенсивность звука	эрг в секунду на квадратный сантиметр	*эрг/сек·см²*	$erg/(s \cdot cm^2)$	1 *эрг/сек·см²* $= 10^{-3}$ *вт/м²*
Плотность звуковой энергии	эрг на кубический сантиметр	*эрг/см³*	erg/cm^3	1 *эрг/см³* $= 10^{-1}$ *дж/м³*

* Иногда называется *механический ом*.

Внесистемные единицы

Таблица 3

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенные обозначения		Определение единицы измерения
		русск.	латин.	
Уровень звукового давления	децибел	*дб*	*db*	Уровень звукового давления двадцать десятичных логарифмов, отношения которого к условному порогу давления, равному 0,00002 *н/м²*, принимаемому за нулевой уровень, равно единице
Уровень громкости	фон	—	—	Уровень громкости звука, для которого уровень звукового давления равно громкого с ним звука частоты 1000 *гц* равен 1 *дб*
Частотный интервал	октава			Частотный интервал между двумя частотами, логарифм отношения которых при основании 2 равен единице

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Б

В

Г

Д

Е

Ж

З

И

К

Л

М

Н

О

П

Р

С

Т

Я

УКАЗАТЕЛЬ ИМЕН

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава III

Проводникн в электростатнческом поле

Глава IV

Энергня электростатнческого поля

Б. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Глава V

Законы постоянного тока

Глава VI

Электропроводность металлов

Глава VII

Термоэлектронные явления

Глава VIII

Электропроводность газов

Глава IX

Электропроводиость жидких и твердых электролитов

В. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Глава X

Магнитное поле

Глава XI

Электромагнитные процессы

Глава XII

Магнитное поле движущихся зарядов

Глава XIII

Электромагнитная индукция

Глава XIV

Магнитные свойства веществ

Часть IV

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

А. МЕХАНИКА КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Глава XV

Колебания

Глава XVI

Волны

Глава XVII

Акустика

Б. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Глава XVIII

Переменный ток

Глава XIX

Электромагнитное поле

Глава XX

Электромагнитные волны

Николай Владимирович Кашин

КУРС ФИЗИКИ

Редактор *Н. П. Суворов*
Редактор издательства *И. А. Иванов*
Художественный редактор *И. Ф. Муликова*
Технический редактор *Р. К. Воронина*
Корректор *Т. С. Короткова*
Переплет художника *Н. Я. Вовка*

Сдано в набор 4/IV-62 г. Подписано к печати с матриц Саратовского полиграфкомбината 19/II-63 г. Бумага 60×90[1]/[16]. 40,25 печ. л. 35,69 уч.-изд. л. Тираж 37 000. Т-02662. Изд. № ФМХ/53. Цена 1 р. 17 к.

Государственное издательство «Высшая школа», Москва, К-62, Подсосенский пер., 20.

Полиграфкомбинат Приволжского совнархоза, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. Заказ № 323.

атриц

17 к.


Цена 1 р. 1[illegible] коп.